Gliederung

Klassifikation (Mustererkennung)

1. Verfahren / Übersicht
2. Segmentierung / ROI (siehe auch Vorlesungskomplex 8)
3. Klassifikation
   3.1 Begriffe, grundlegende Sachverhalte
   3.2 Phasen der Klassifikation
   3.3 Merkmalsextraktion / Klassifikation: einfache Beispiele
   3.4 Klassentrennung anhand von Merkmalen / Merkmalsgüte
   3.5 Klassifikatoren: Übersicht, Zielstellungen
   3.6 ausgewählte Klassifikatoren und Beispiele
4. Zusammenfassung

1. Verfahren / Übersicht

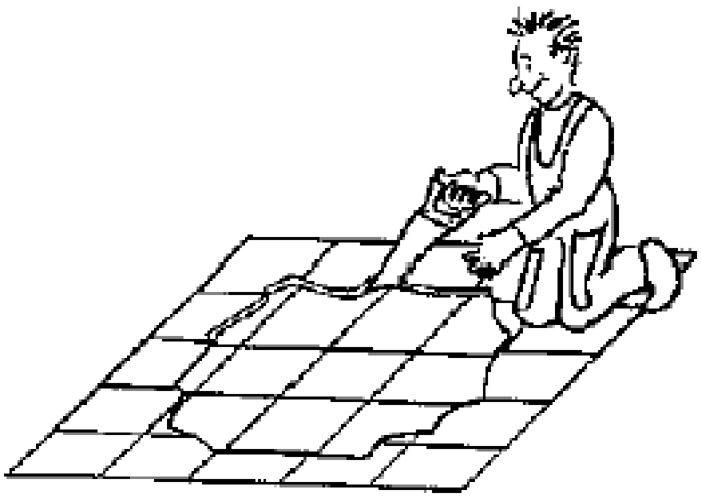
Klassifikationsschritte:

. Segmentierung,
. Merkmalsextraktion,
. Anordung im Merkmalsraum,
. eigentliche Klassifikation

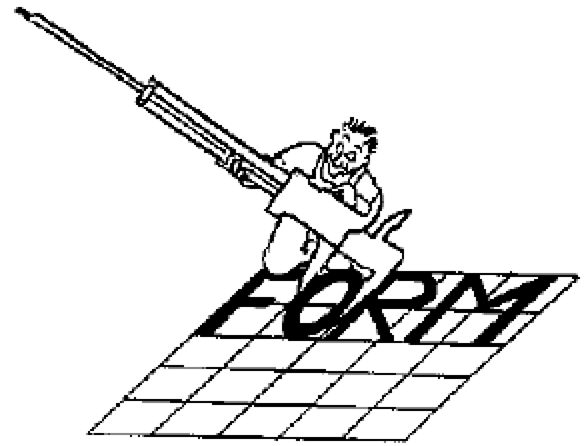
Klassifikationsverfahren (Auswahl):

. Ebenen-, Quader-, Hyperquader-Klassifikator,
. Hauptebenentransformation (Hilfsmittel für Ebenen- und Hyperquader-Klassifikatoren)
. Minimal-Distanz
. Maximum Likelihood

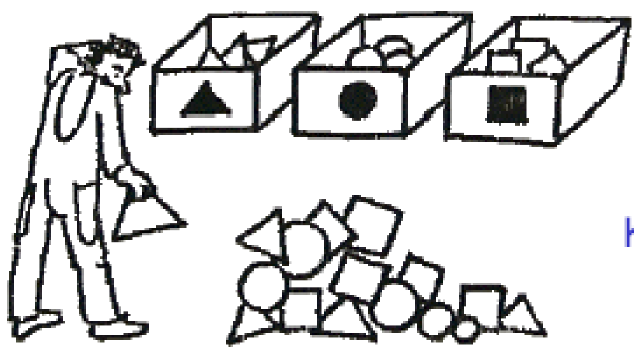
Klassifikation anschaulich



Segmentierung



Merkmalsextraktion



Klassifikation

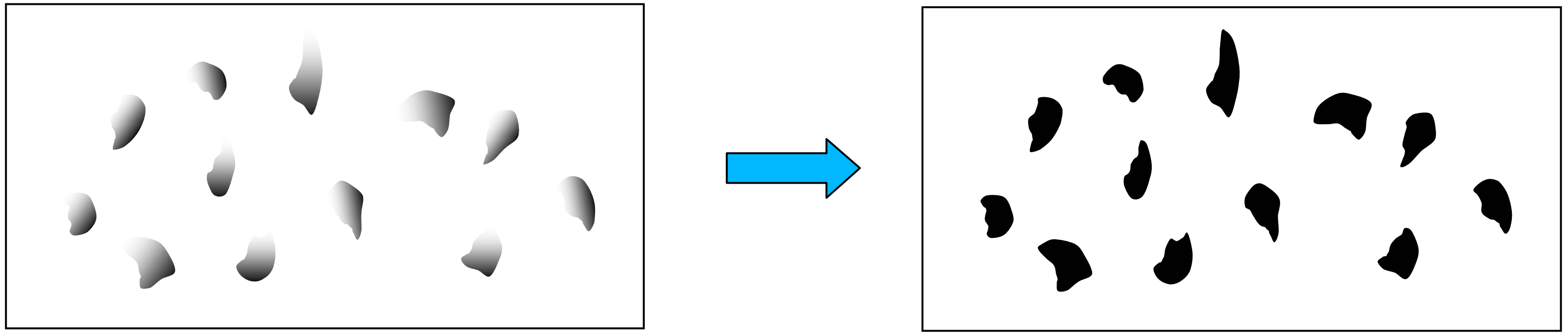
2. Segmentierung / ROI

Segmentierung:

Trennung von Objekt(en) und Hintergrund im gesamten Bild oder in ausgewählten Bereichen (ROI → region of interest)

Verfahren der Segmentierung (Auswahl), siehe auch bisherige Vorlesungskomplexe:

- **Kantenextraktion**
- **Verschiedene Verfahren der Grauwertstatistik; Punktoperatinen**
- **Lokale und globale Operatoren**

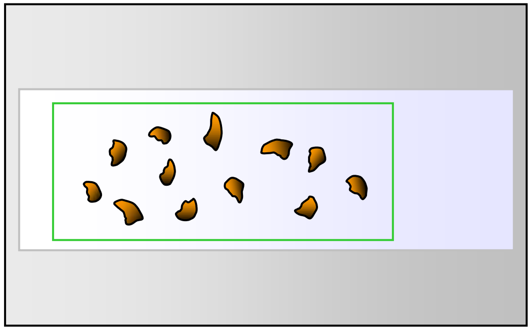


Segmentierung / Verfahren zur Festlegung von ROI

manuell / interaktiv

An Labor- bzw. Entwicklerarbeitsplätzen,

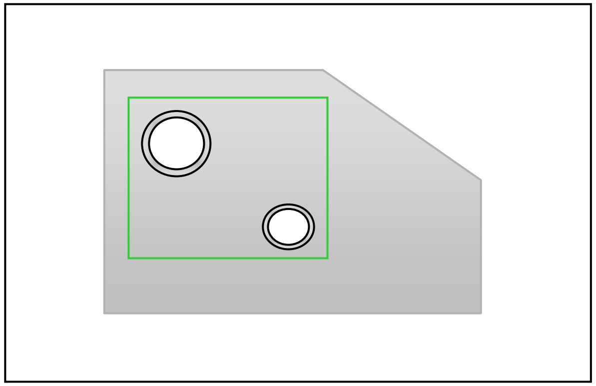
Bei Stichprobenprüfungen z.B. in Prüflabors zur Qualitätsicherung



Beispiel: Partikel auf Objektträger aus Glas

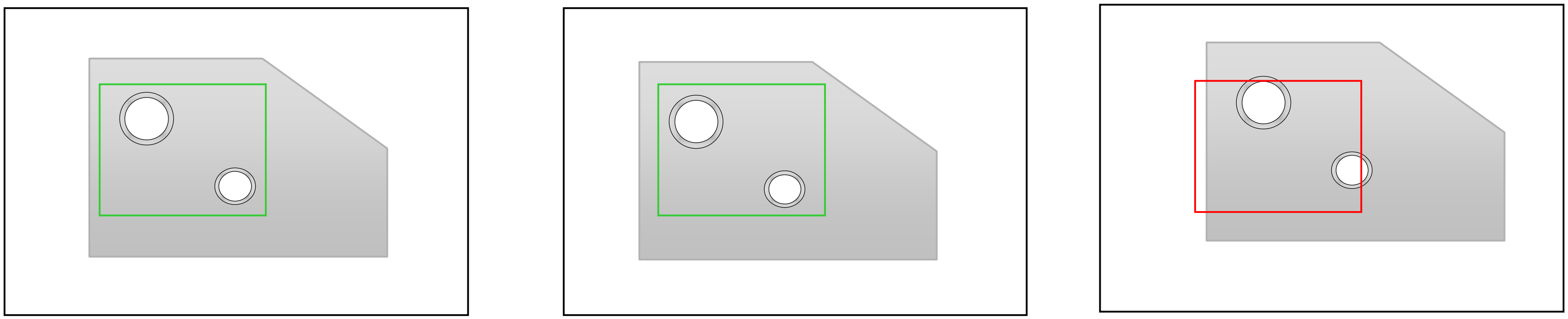
automatisch

bei der Prozesskontrolle in fortlaufenden Serienprüfungen, z.B. in Förderstrecken

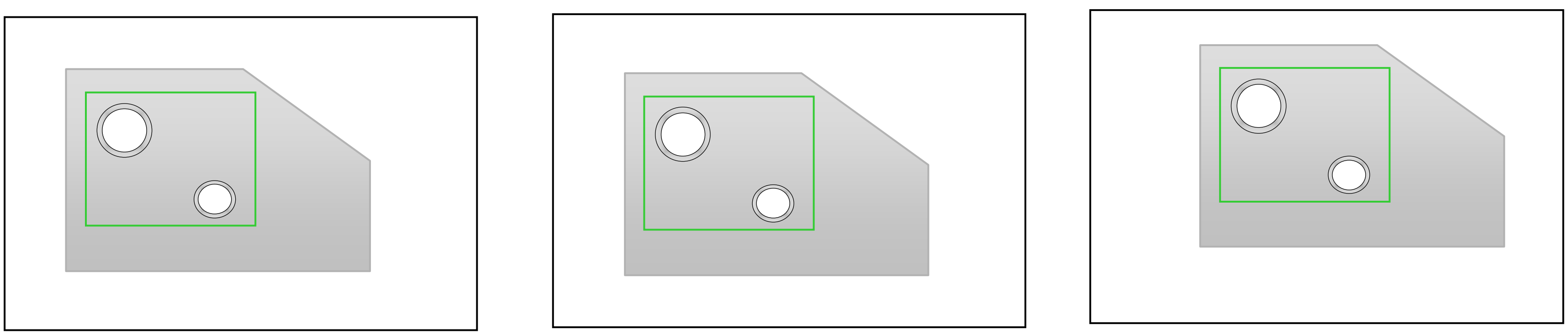


Beispiel: Werkstück mit Bohrungen

Automatische Festlegung von ROI

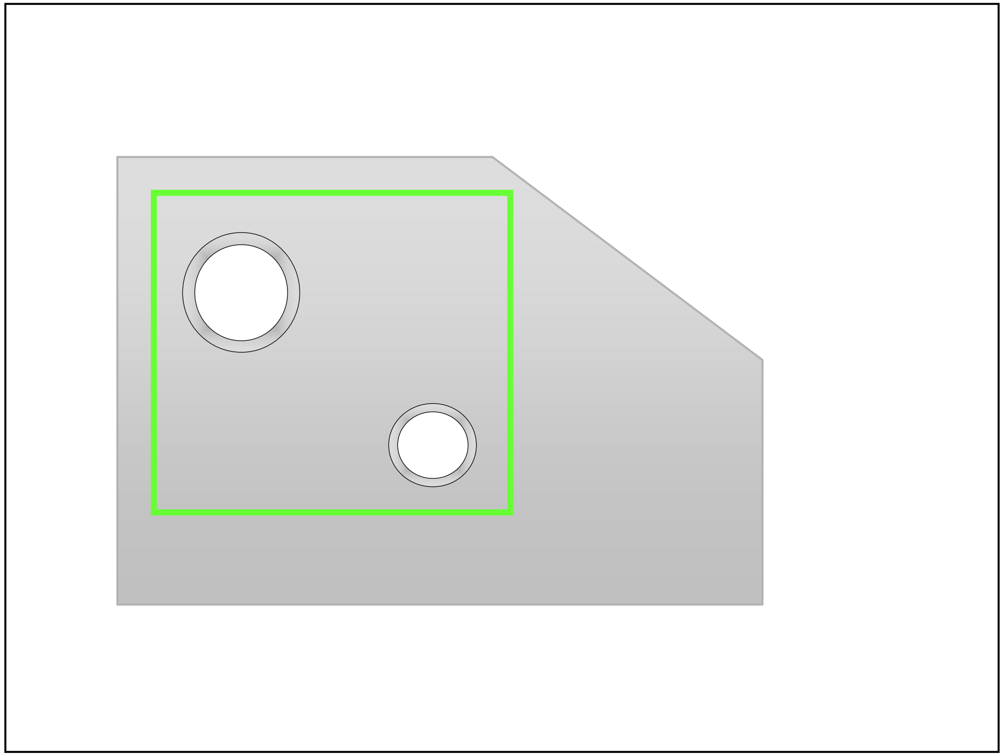


Statisch (feste Position innerhalb des Bilfeldes bei verschiedenen Bildern), mögliches Problem: Objekt außerhalb des ROI



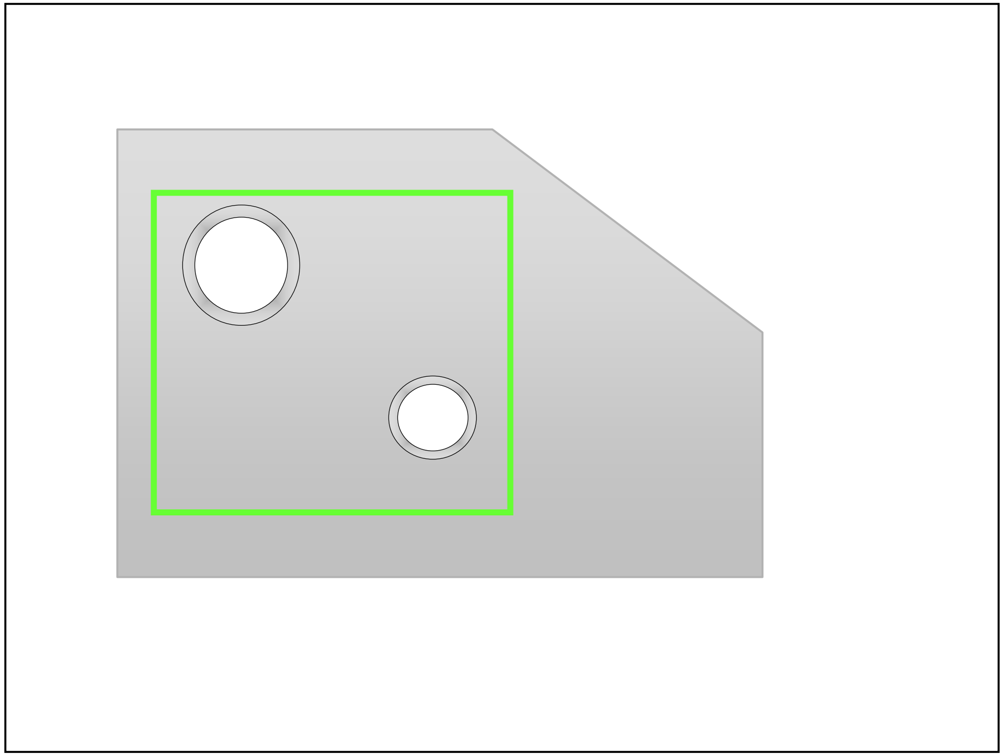
dynamisch (Festlegung in Abhängigkeit von anderen Bildmerkmalen, z.B. Positionen von Justiermarken, Referenzkanten usw.),Nachteil: höherer Rechenaufwand

Automatische Festlegung von ROI



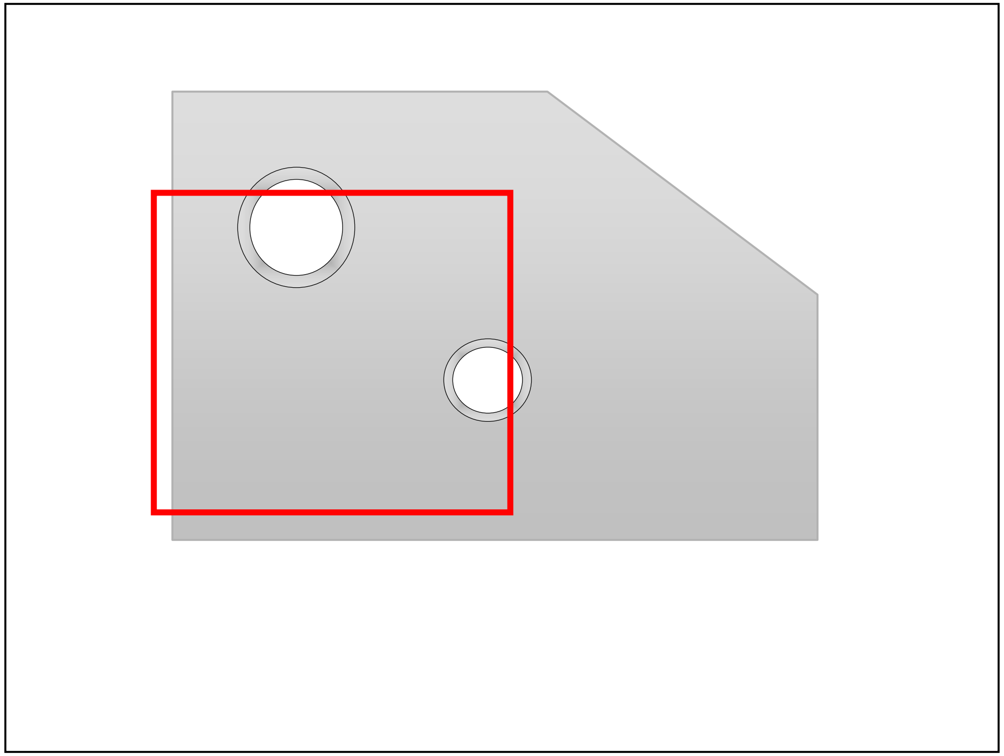
Objekte innerhalb des ROI

Automatische Festlegung von ROI



Objekte innerhalb des ROI

Automatische Festlegung von ROI

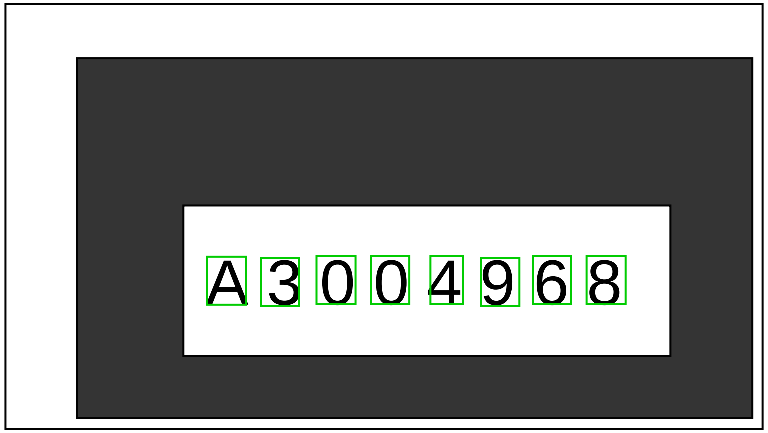


Objekte außerhalb des ROI !!!

Segmentierung / Variante:

Definition von Bereichen innerhalb Objekte umschließender Flächenelemente (meist Rechtecke → Sub-ROI's); Ein ROI enthält dann nur ein Objekt

Anwendung z.B. bei der Klarschriftlesung

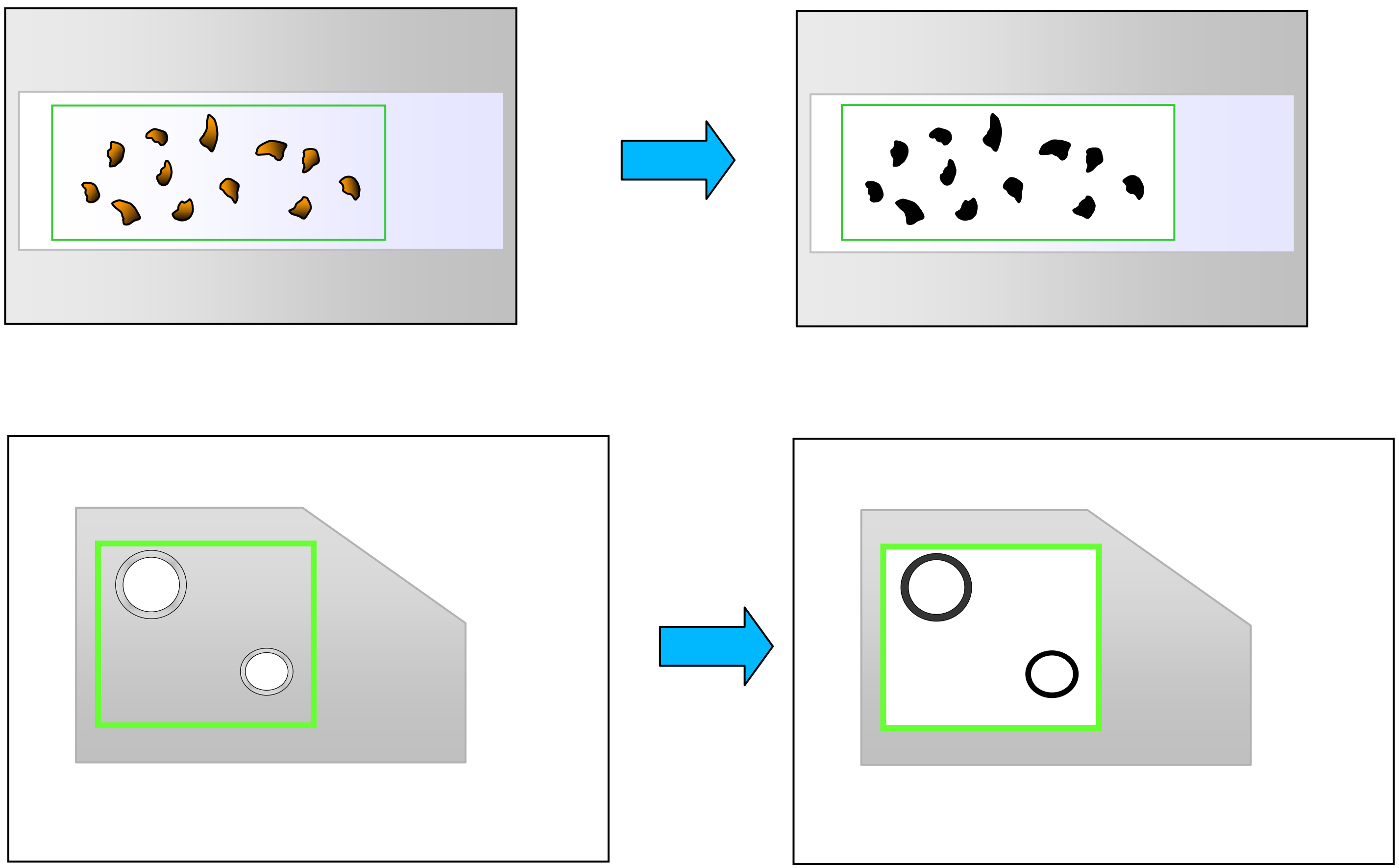


Beispiel der Segmentierung bei der Klarschriftlesung

Segmentierung (Trennung von Obkjekt und Hintergrund)

- **Mittels Schwellwerten (statisch bzw. Adaptiv)**
- **Kantenfindung (Konturverfolgung)**
- **Punkt-bzw. lokale Operatoren**
- **Farben**
- **weitere**

Segmentierung (Trennung von Objekt und Hintergrund)



Beispiele: Trennung von Objekten und Hintergrund durch Anwendung der Grauwertstatistik (Binarisierung), jeweils in einer ROI

3. Klassifikation

3.1 Begriffe, grundlegende Sachverhalte

Klassifikation

Zuordnung von Objekten zu Klassen anhand der Merkmale (Merkmalsvektoren)

Anforderungen an Objektmerkmale: signifikant, untereinander unkorreliert

Klassifikation: Begriffe / grundlegende Sachverhalte

1. Merkmalsextraktion: von einem Objekt wird ein Satz von n-Merkmalen C_ν ermittelt (Fläche, Form, Farbe, Textur...)

2. Merkmalsraum: Eintragen der Merkmale in n-dimensionalen Merkmalsraum; Beachte: n-Merkmale spannen n-dim. Merkmalsraum auf.

3. Merkmalsvektor: Von jedem Objekt gibt es einen Merkmalsvektor (Gesamtheit der Merkmale)

4. Merkmalscluster: Anhäufung von Objektmerkmalen im Merkmalsraum nennt man Cluster.

4\. Eindeutige Klassenzuordnung: wenn sich die Cluster nicht überlappen, ist eine fehlerfreie Klassifikation möglich (andernfalls ist es das Ziel, die Klassifikationsfehler zu minimieren, z. B. Bayes-Klassifikator)

3.2 Phasen der Klassifikation

Klassifikation / Phasen

Einlernphase:

Bildung von Clustern durch Merkmalsextraktion von bekannten Stichproben; Cluster beschreiben die Zugehörigkeit zu Klassen im Merkmalsraum

Klassifikationsphase

Untersuchung unbekannter Objekte auf Zugehörigkeit zu Clustern bzw. Klassen

Klassifikation / Phasen

Einlernphase:

Überwachtes Lernen

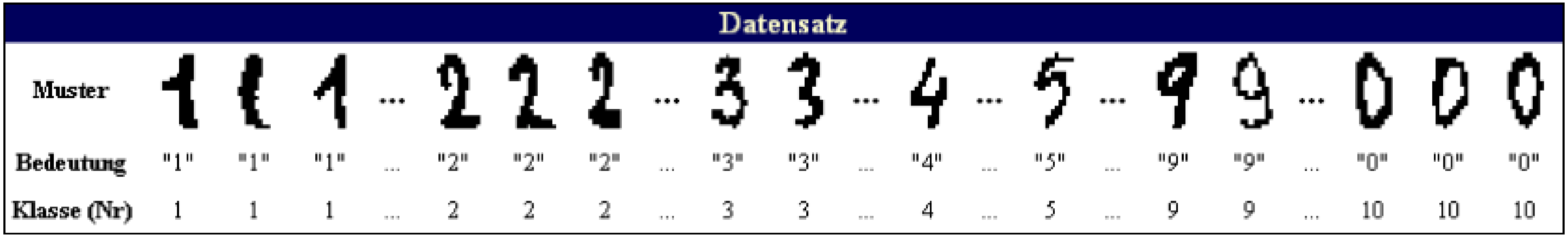
Merkmale (Farbe, Form usw.) und Klassen sind be-reits vorher weitestgehend bekannt. Durch genügend große Stichproben werden beim Anlernen die Clustergrenzen bestimmt

Unüberwachtes Lernen

Es sind keine Merkmale be-kannt, welche die Objekte sig-nifikant beschreiben. Ggf. ist auch die Anzahl möglicher Klas-sen nicht bekannt. Von Stich-proben werden verschiedene Merkmale bestimmt und diese auf Clusterbildung untersucht. Merkmale mit signifikanter Clu-sterbildung werden dann in der Klassifikationsphase verwendet, die anderen Merkmale werden wieder verworfen.

Einlernphase / Beispiel Klarschriftlesung

Teach In: z.B. Erfassung der Merkmale von Binärbildern, welche die Ziffern 0..9 präsentieren durch Untersuchung einer repräsentativen Anzahl von Stichproben



Datensatz																					
Muster				...				...			...		...		...			...			
Bedeutung	"1"	"1"	"1"	...	"2"	"2"	"2"	...	"3"	"3"	...	"4"	...	"5"	...	"9"	"9"	...	"0"	"0"	"0"
Klasse (Nr)	1	1	1	...	2	2	2	...	3	3	...	4	...	5	...	9	9	...	10	10	10

Einlernphase / mögliche Fehler

- **Gewählte Stichprobe zu klein → Merkmalsraum wird nicht vollständig abgedeckt (in der Klassifikationsphase können dann viele Objekte nicht klassifiziert werden),**

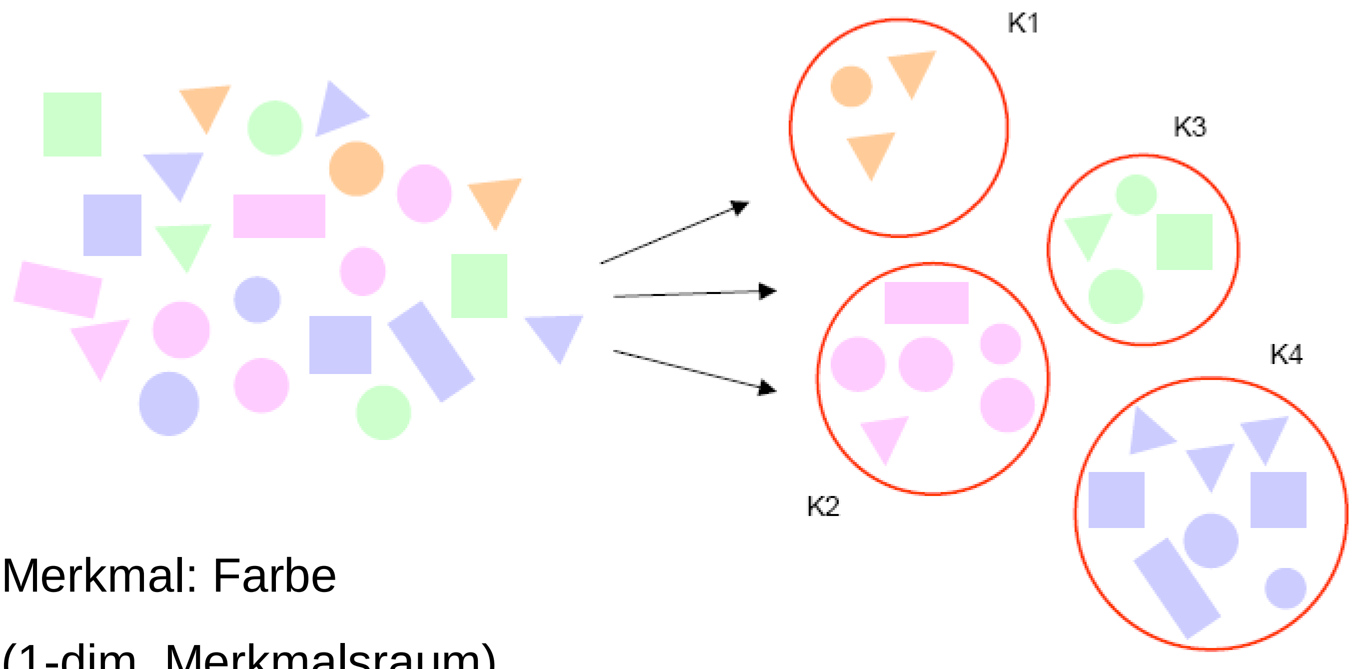
- **nahezu Wertgleichheit eines oder mehrerer Parameter für Objekte unterschiedlicher Klassen → Parameter ungeeignet, da zu große Überschneidungen mit anderen Parametern oder: anderen Klassifikator verwenden,**

- **Abhängigkeit voneinander (z.B. sind bei Rechtecken mit konstanten Seitenverhältnis beide Seitenlängen als Merkmale voneinander abhängig, eine Seitenlänge kann also weggelassen werden),**

3.3 Klassifikation / einfache Beispiele

Merkmalsextraktion/Klassifikation

Beispiel

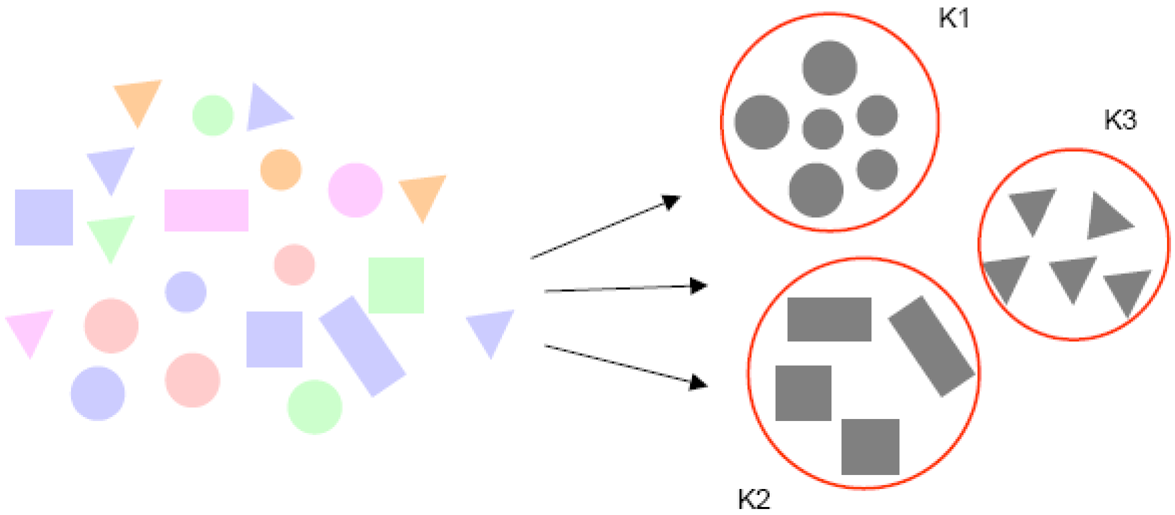


Merkmal: Farbe

(1-dim. Merkmalsraum)

Merkmalsextraktion/Klassifikation

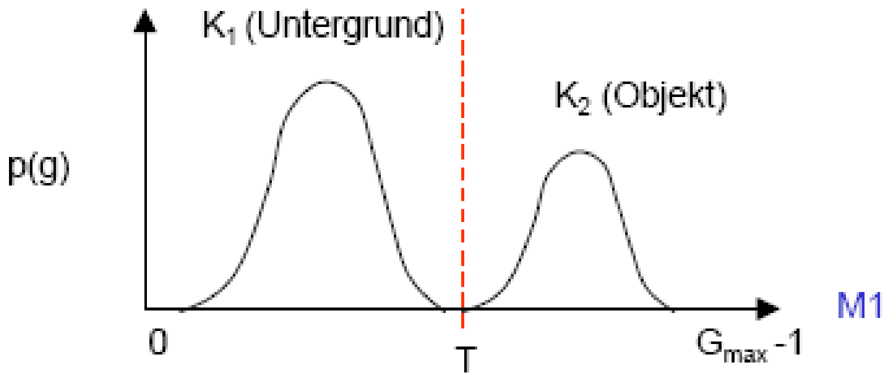
Beispiel

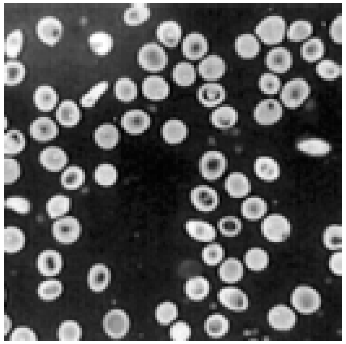


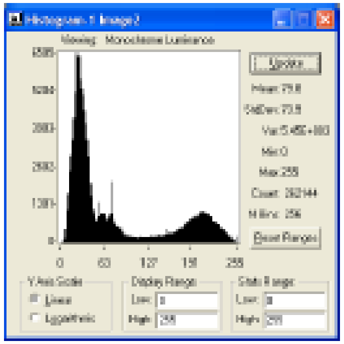
Merkmal: Form

(1-dim. Merkmalsraum)

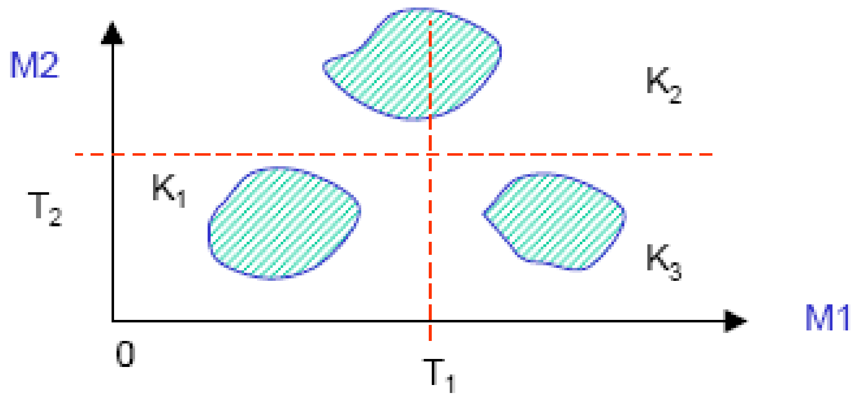
Beispiele:

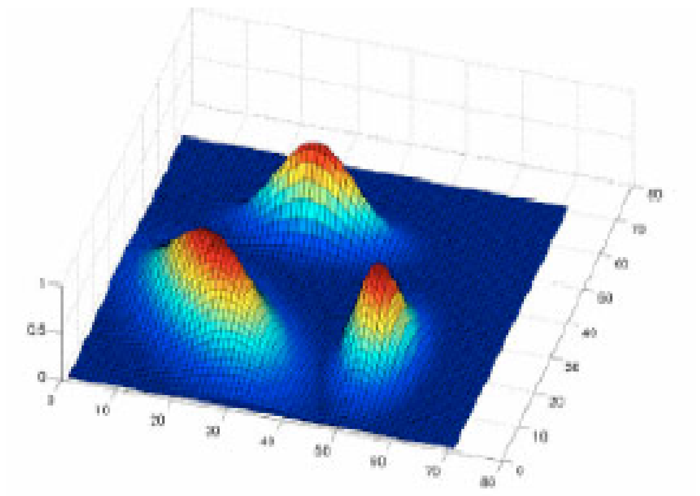






1 Merkmal → 1D-Merkmalsraum





2 Merkmale → 2D-Merkmalsraum!

Weiteres Beispiel zur Klassifikation:

siehe Vorlesungsschwerpunkt Merkmalsextraktion (Blutanalyse)

3.4 Klassentrennung / Merkmalsgüte

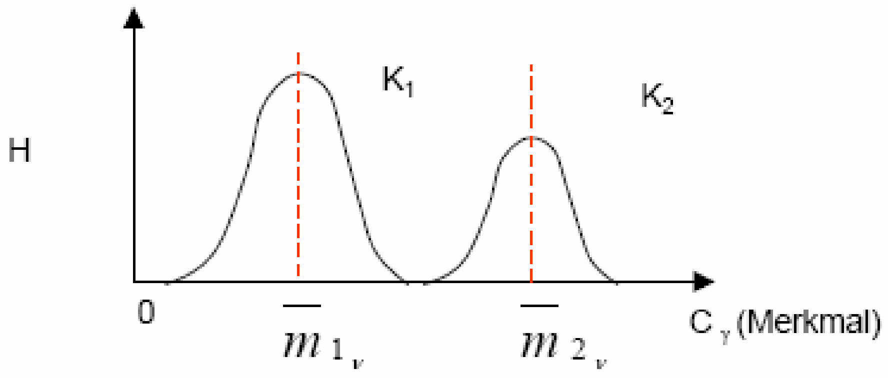
Merkmalsgüte

- Merkmalsgüte entscheidend für Klassifikationsgüte
- Gesucht ist eine Maßzahl für die Merkmalsgüte
- Beispiel:

  Gegeben sind zwei Klassen K_1 und K_2 die das Merkmal Cν (Merkmalsindex) besitzen.
  Die Klassen besitzen

  - den klassenbedingten Mittelwert $\overline{m}_{k\nu}$

  - die klassenbedingte Varianz $\sigma^2_{k\nu}$



Intuitiv einleuchtend:

Gute Klassentrennung, wenn:
- große Differenz der Mittelwerte
- kleine Streuungen

Gütemaß

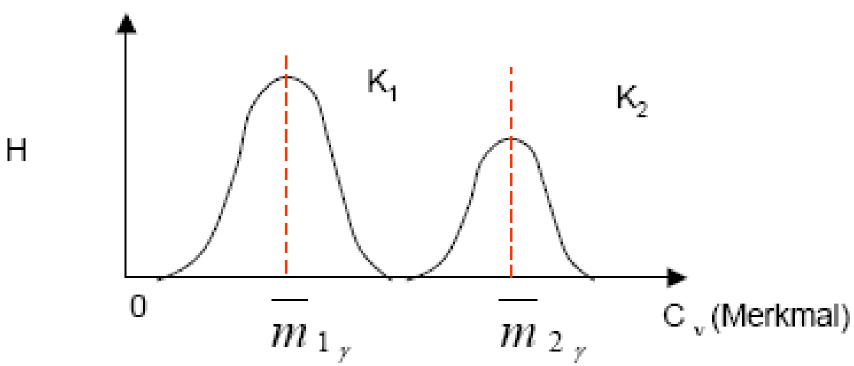
- Definition:

$$\boxed{G_\nu = \frac{\left(\overline{m}_{1\nu} - \overline{m}_{2\nu}\right)^2}{\sigma_{1\nu}^{\;2} + \sigma_{2\nu}^{\;2}}}$$

mit

$\overline{m} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} f_i$ Mittelwert

$\sigma^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (f_i - \overline{m})^2$ Varianz

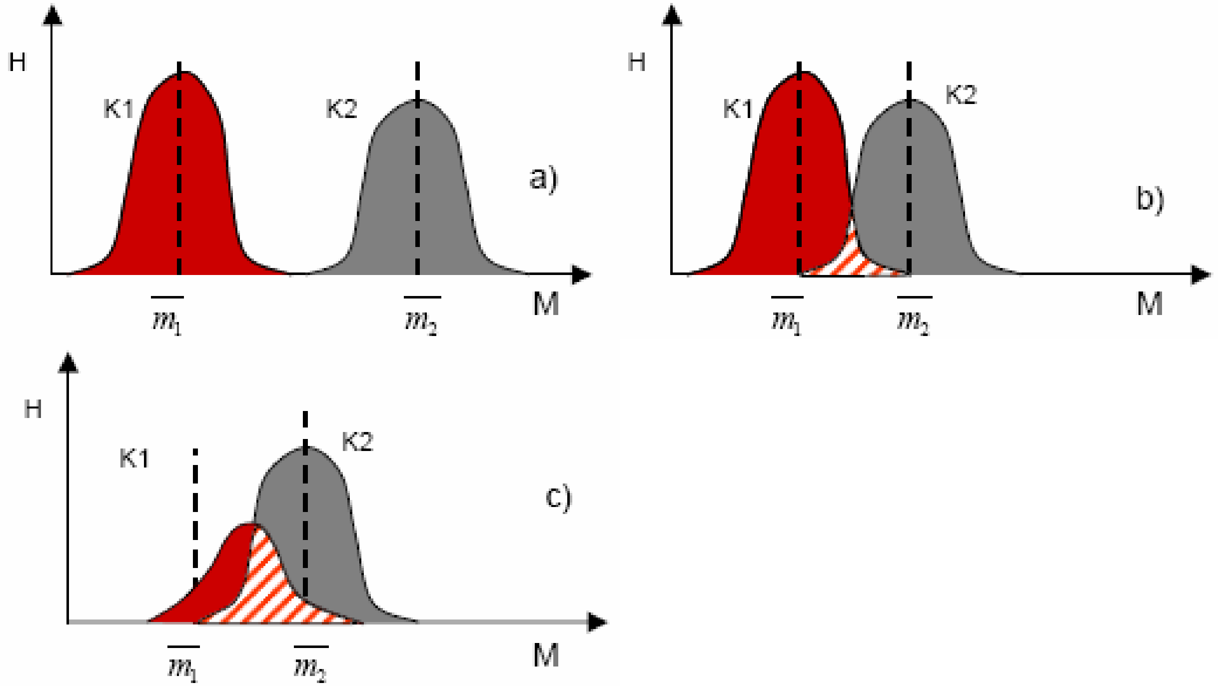


Ziel:

$\overline{m}_{1\nu} - \overline{m}_{2\nu}$ (Differenzen der Mittelwerte) $\Rightarrow$ Max

$\sigma_{1\nu}^{\;2} + \sigma_{2\nu}^{\;2}$ (Summe der Varianzen) $\Rightarrow$ Min

Beispiele:



Fälle für Klassentrennung:

a) eindeutige Trennung

b) c) bedingt trennbar (z. B. Bayes)

3.5 Klassifikatoren: Übersicht / Zielstellungen

Klassifikatoren / Übersicht (Auswahl)

- Parallel-Epiped-Klassifikator (Rechteck-, Quader-, Hyperquader-Klassifikator,
  - Hauptachsentransformation (Hilfsmittel zur Vereinfachung bei Anwendung von Parallel-Epiped-Klassifikatoren)
- Nearest-Neighbourg-Klassifikator
- k-Nearest-Neighbourg-Klassifikator
- Minimum-Distanz-Klassifikator
- Statistische Klassifikatoren: Maximum-Likelihood-Klassifikator und Bayes-Klassifikator
- Klassifikation mittels LUT,
- Klassifikation mittels Neuronaler Netze oder Fuzzy-Logic

Zielstellungen bei der Merkmalsauswahl

- Dimensionalität des Merkmalsraumes ↓
- Merkmalsanzahl ↓
- Relevanz des Merkmals ↑
- Bedingung: Unkorreliertheit der Merkmale

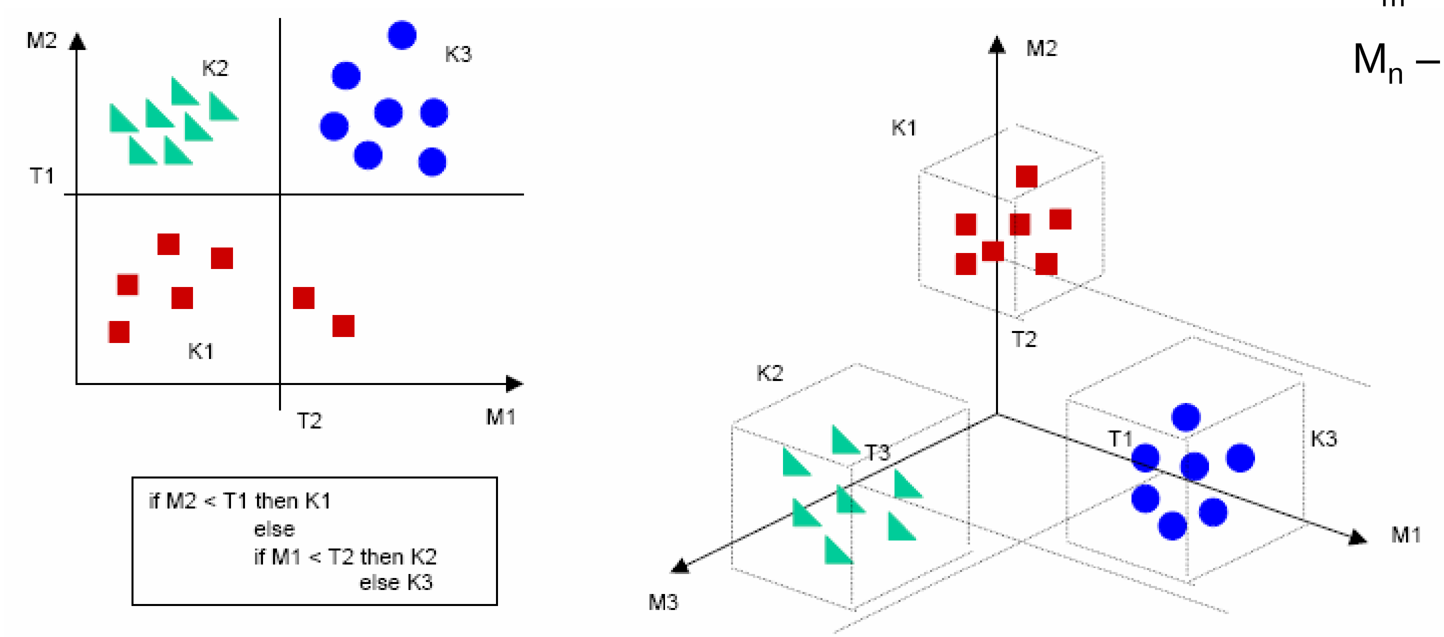
- hohe Merkmalsrelevanz → hohe Merkmalsgüte

3.6 Ausgewählte Klassifikatoren (Beispiele)

Parallel-Epiped-Klassifikatoren

K_m – Cluster

M_n – Merkmale



Zweidimensional
Rechteck-Klassifikator

Dreidimensional
Quader-Klassifikator

n-dimensional
Hyperquader-Klassifikator

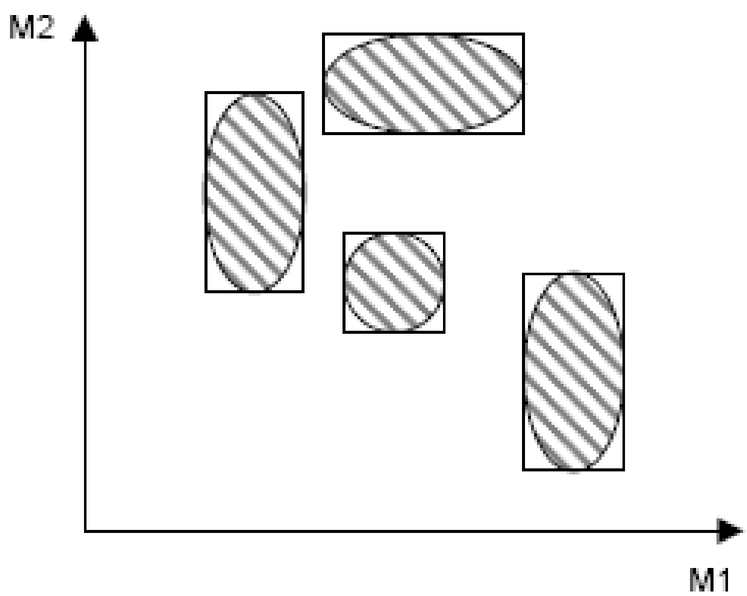
Parallel-Epiped-Klassifikatoren: Vor- und Nachteile

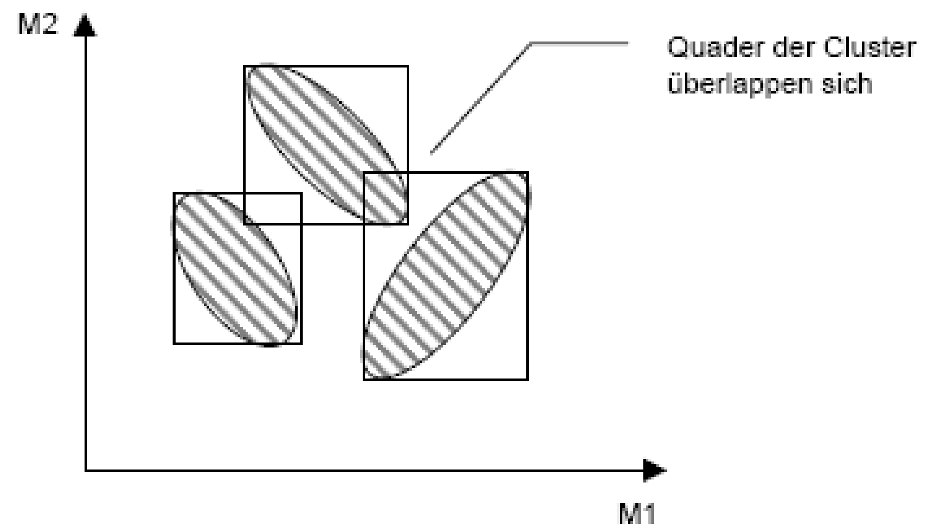
-geringer Rechenzeitaufwand

-Bei Clusterüberlappungen ist nicht immer eine eindeutige Klassifikation möglich

Parallel-Epiped-Klassifikatoren

eignen sich vor allem bei unkorrelierten (orthogonalen) Merkmalen

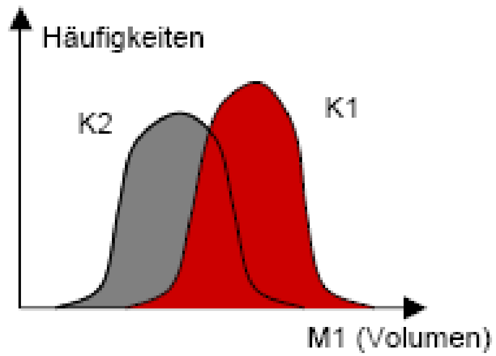


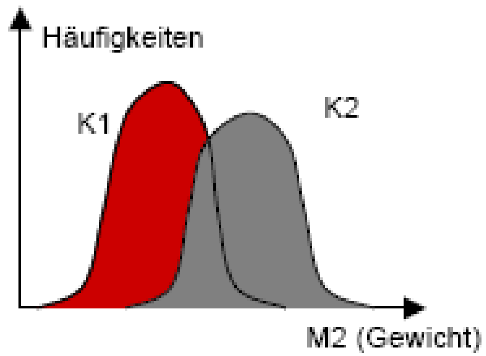


Hauptachsentransformation
Bei der Anwendung von Parallelepiped-Klassifikatoren)

Beispiel

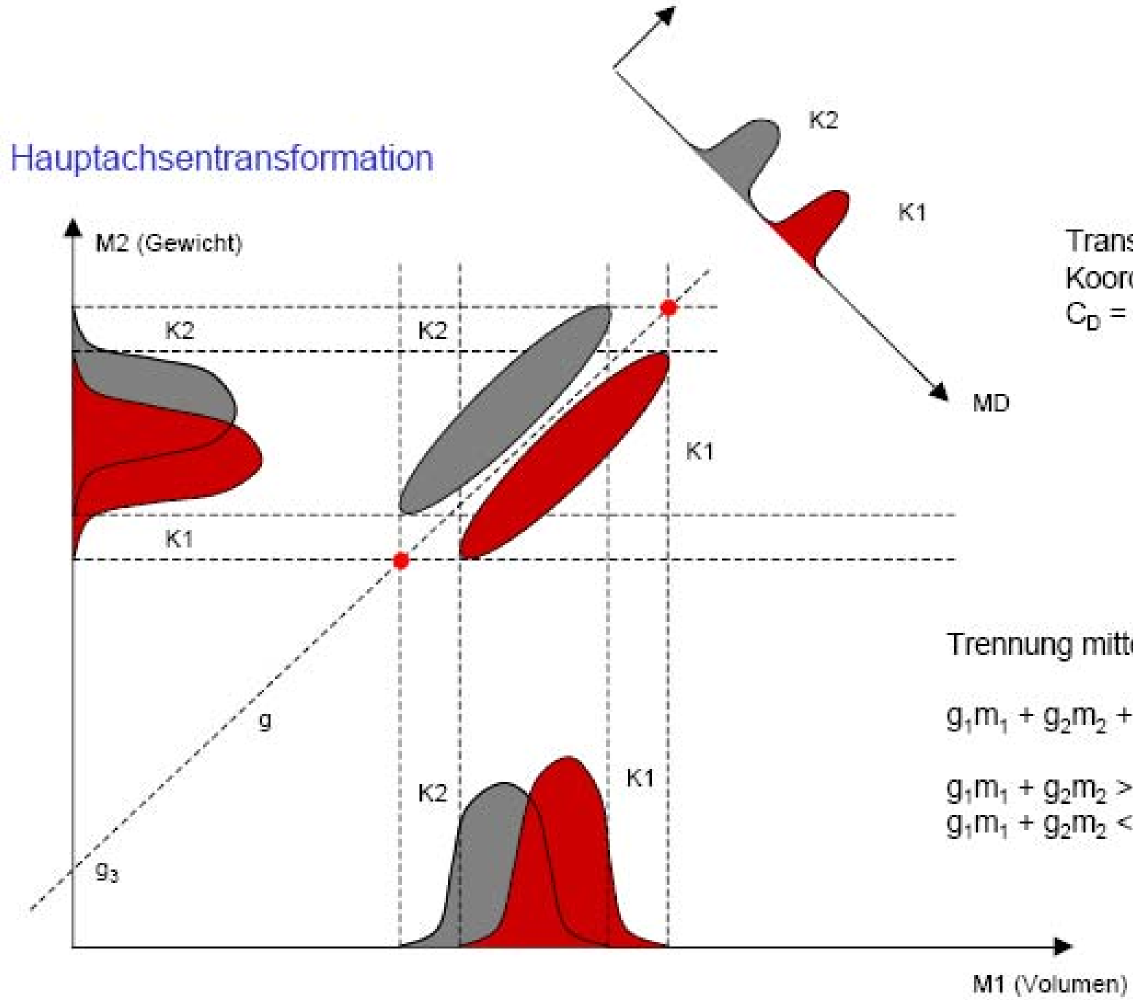
Aufgabe: Eine Erntemaschine soll Kartoffeln und Steine voneinander trennen.
Mit dem Merkmal Form ist kein Unterschied in Klassen möglich.
Betrachtet man die Merkmale: M1 (Volumen) und
M2 (Gewicht) so bekommt man zu folgenden Verteilungen:





Man kann erkennen, dass sich diese Objekte auch in diesen Parametern nicht eindeutig unterscheiden.
Betrachtet man jedoch Volumen und Gewicht gemeinsam in einem 2D-Histogramm:
Volumen (M1) → X-Achse,
Gewicht (M2) → Y-Achse →erhält man folgende Cluster:

Hauptachsentransformation



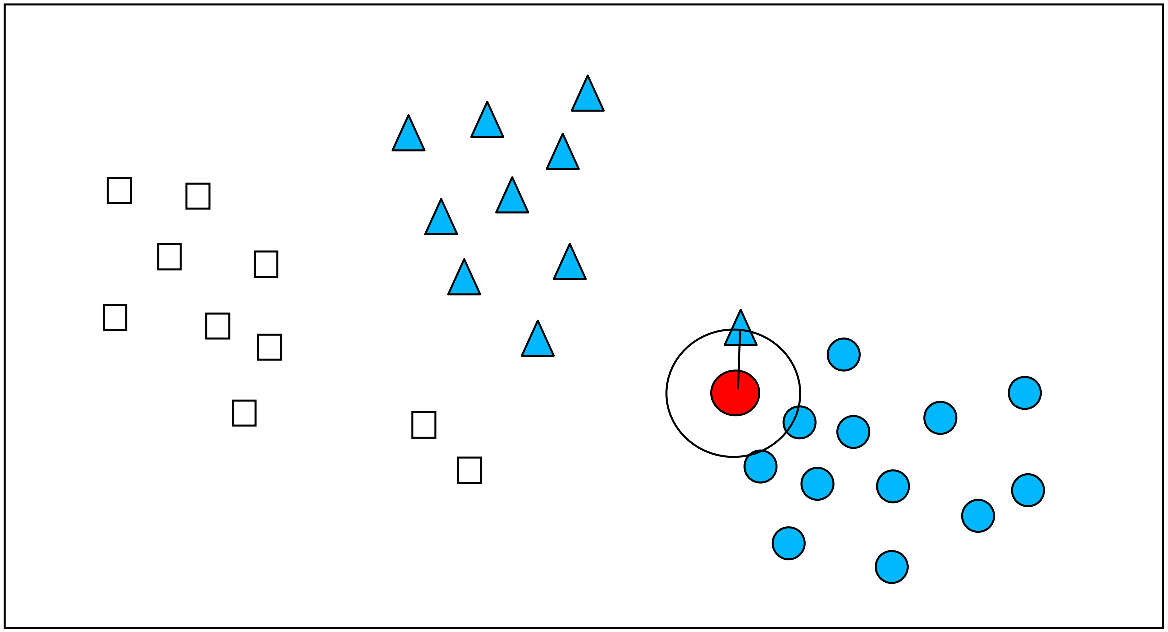
Transformation des Koordinatensystems
$C_D = \alpha\, c_1 + \beta\, c_2$

Trennung mittels Trennlinie g(M1, M2) möglich

$g_1 m_1 + g_2 m_2 + g_3 = 0$

$g_1 m_1 + g_2 m_2 > 0 \rightarrow K2$
$g_1 m_1 + g_2 m_2 < 0 \rightarrow K1$

Nearest-Neighbourg-Klassifikator

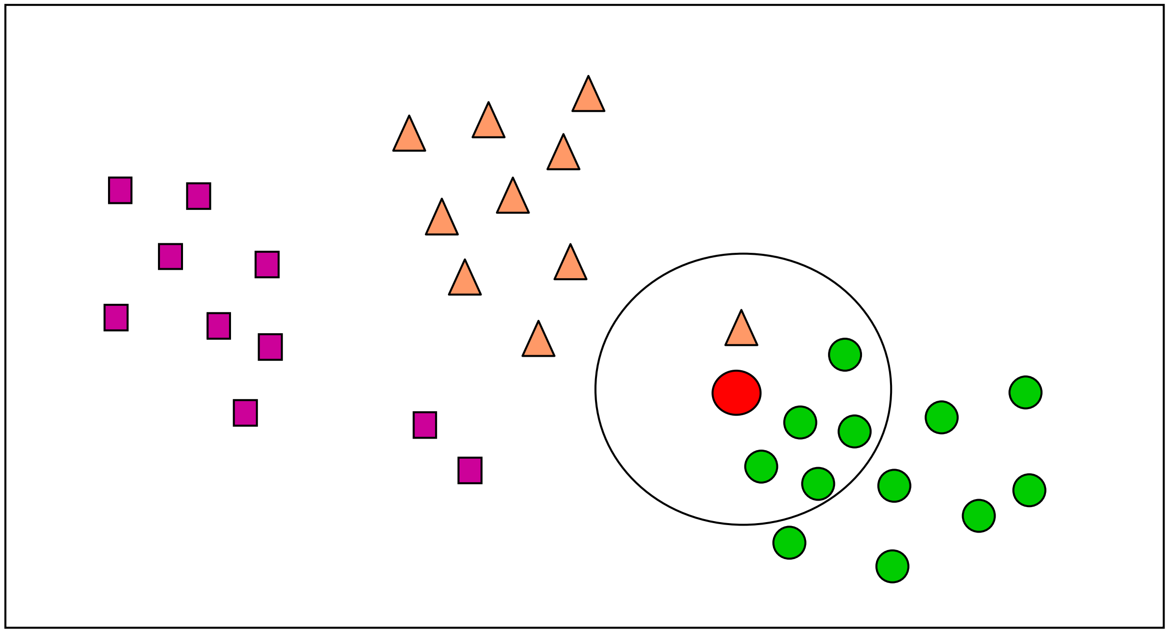


Zuweisung zur Klasse des Objektes mit dem kleinsten euklidischen Abstand zum neuen Objekt

- geeignet für überlappende Cluster

- Gefahr der Falschzuweisung

K-Nearest-Neighbourg-Klassifikator



Beispiel: k=6

Untersuchung der k Objekte mit den kleinsten Abständen zum zu klassifizierenden Objekt; Zuordnung zur am häufigsten auftretenden Klasse dieser Objekte

-Geeignet für überlappende Cluster

- etwas stabiler gegenüber Falschzuweisungen

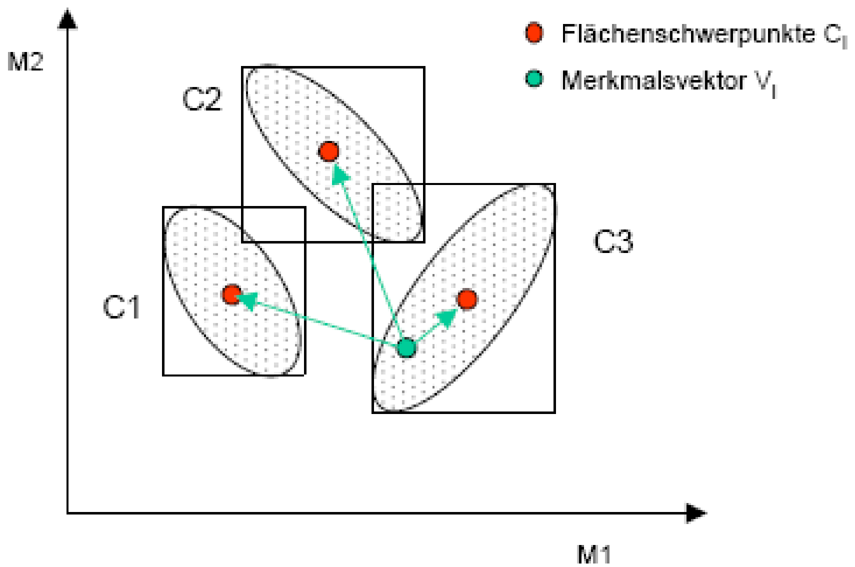
Minimum-Distanz-Klassifikator

(eignet sich auch bei korrelierten Merkmalen)

d) Minimum-Distanz-Klassifikator

Vorgehensweise:

1. Bestimmung Flächenschwerpunkt C_i (M_1 , M_2) aller Cluster.
2. Bestimmung Abstand des akt. Merkmalsvektors V_j (M_1 , M_2) zu allen Flächenschwerpunkten.
3. Min. Abstand entspricht der Klassenzugehörigkeit.



Voraussetzung: Merkmale besitzen Normalverteilungen

Als Abstandmaß gilt der Euklidische Abstand

$$d_e = \sqrt{\left(M_{1C_i} - M_{1V_j}\right)^2 + \left(M_{2C_i} - M_{2V_j}\right)^2}$$

Merkmal 1 (x-Koord. Flächenschwerp.) Cluster i

Merkmal1 (x-Koord.) Vektor

Merkmal2 (y-Koord. Flächenschwerp.) Cluster i

Merkmal2 (y-Koord.) Vektor

Minimum-Distanz-Klassifikator

Aufgabe: In einem 2D-Merkmalsraum (d.h. 2 Merkmale) werden 3 Cluster festgestellt mit folgenden Klassen-Flächenschwerpunkten:

$$C1: \quad M_{1_{C_1}} = 52 \quad M_{2_{C_1}} = 60$$

$$C2: \quad M_{1_{C2}} = 28 \quad M_{2_{C_2}} = 38$$

$$C3: \quad M_{1_{C_3}} = 68 \quad M_{2_{C_3}} = 34$$

Neuer Merkmalsvektor: $M_{1_{V_1}} = 58 \quad M_{2_{V_1}} = 25$

Frage: Zu welchem Cluster (Klasse) gehört V_j ?

Lösung:

$$d_{e_1} = \sqrt{(52-58)^2 + (60-25)^2} = \sqrt{36+1225} = 35{,}5$$

$$d_{e_2} = \sqrt{(28-58)^2 + (38-25)^2} = \sqrt{900+169} = 32{,}7$$

$$d_{e_3} = \sqrt{(68-58)^2 + (34-25)^2} = \sqrt{100+81} = \underline{\underline{13{,}45}}$$

$d_{e_3} \rightarrow$ Minimum $\Rightarrow$ Vektor V_j gehört zur Klasse3

Statistische Klassifikatoren /

Kurze Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung u. mathematischen Statistik

Elementare Wahrscheinlichkeit (a-priori-W.)

p(E)=g/m

1. Die W., bei einem Wurf eine 4 zu würfeln ist:
   p(4)=g/m= 1/6
2. Die W., bei einem Kartenspiel einen König zu ziehen ist:
   p(König)=4/32=1/8 =0,125

Additionssatz der Wahrscheinlichkeit „Entweder-Oder“→OR

p=p(E1) +p(E2)...+p(Ek)

3. Die W. eine 3 oder eine 6 zu Würfeln ist:
   p=1/6+1/6=1/3

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Die W. des Ereignisses E2 unter der Bedingung, dass E1 schon eingetreten ist.

p(E2/E1)

4. Nachdem die 1. gezogene Karte ein König war, gibt die bedingte W. p(König2/König1) die W. an, wieder einen König zu ziehen.
   p(König2/König1) =g/m=3/31

Verbundwahrscheinlichkeit

Muliplikationssatz der Wahrsch. „Sowohl als auch“→AND

p=p(E1)*p(E2)

5. Man zieht aus einem Kartenspiel 2 Karten, wie groß ist die W. 2 Könige zu ziehen?
   1. Zug: p(König1)= 4/32 =1/8 = 0,125
   2. Zug: p(König2)= 3/31= 0,096
   1.und 2. Zug p(König):
   p(König2/König1)=1/8*3/31= 0,012

Statistische Klassifikatoren /

Kurze Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung u. mathematischen Statistik

Elementare Wahrscheinlichkeit (a-priori-Wahrscheinlichkeit)

$$p(E)=g/m$$

1. Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf eine 4 zu würfeln ist (bekannte Grundgesamtheit):

   $p(4)=g/m= 1/6$

2. Die Wahrscheinlichkeit, bei einem Kartenspiel einen König zu ziehen ist (bekannte Grundgesamtheit):

   $p(\text{König})=4/32=1/8 =0{,}125$

Statistische Klassifikatoren /

Kurze Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung u. mathematischen Statistik

Additionssatz der Wahrscheinlichkeit
„Entweder-Oder“ → OR

p=p(E1) +p(E2)...+p(Ek)

Die Wahrscheinlichkeit, eine 3 oder eine 6 zu Würfeln, ist:

p=1/6+1/6=1/3.

Statistische Klassifikatoren /

Kurze Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung u. mathematischen Statistik

Bedingte Wahrscheinlichkeit

Die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E2 unter der Bedingung, dass E1 schon eingetreten ist.

p(E2/E1)

Nachdem die 1. gezogene Karte ein König war, gibt die bedingte Wahrscheinlichkeit p(König2/König1) die Wahrscheinlichkeit an, wieder einen König zu ziehen.

→ p(König2/König1) =g/m=3/31

Statistische Klassifikatoren /

Kurze Wiederholung zur Wahrscheinlichkeitsrechnung u. mathematischen Statistik

Verbundwahrscheinlichkeit
Muliplikationssatz der Wahrscheinlichkeit „Sowohl als auch“ →AND

p=p(E1)*p(E2)

Man zieht aus einem Kartenspiel 2 Karten; wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, 2 Könige zu ziehen?

1. Zug: p(König1)= 4/32 =1/8 = 0,125
2. Zug: p(König2)= 3/31= 0,096

1.und 2. Zug p(König):

→ p(König2/König1)=1/8*3/31= 0,012

Statistische Klassifikatoren

Maximum Likelihood-Klassifikator

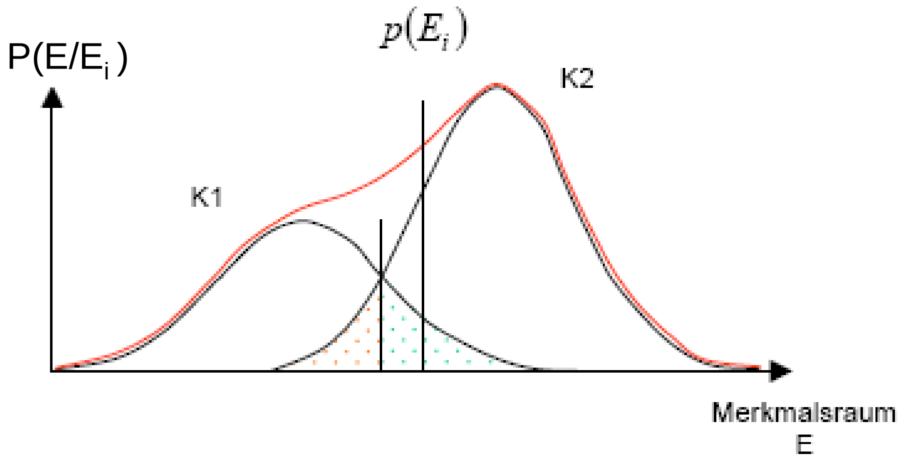
(nach Thomas Bayes →Bayes-Klassifikator), →Statist. Klassifikator

Allgemein gilt:

Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens des Ereignisses E_i unter der Voraussetzung, dass das Ereignis E bereits eingetreten ist beträgt (nach Bayes):

$$\boxed{p(E_i / E) = \frac{p(E_i) \cdot p(E / E_i)}{\sum_{j=1}^{k} p(E_j) \cdot p(E / E_j)}}$$

$p(E_i)$	a-priori-W.
$p(E / E_i)$	bedingte W.
$p(E_i) \cdot p(E / E_i)$	Verbund-W.
$\sum_{j=1}^{k} p(E_j) \cdot p(E / E_j)$	Totale W.



Das Ereignis E (Merkmalsvektor) wird nun der Klasse „i" zugeordnet, für die o.g. Ausdruck maximal ist

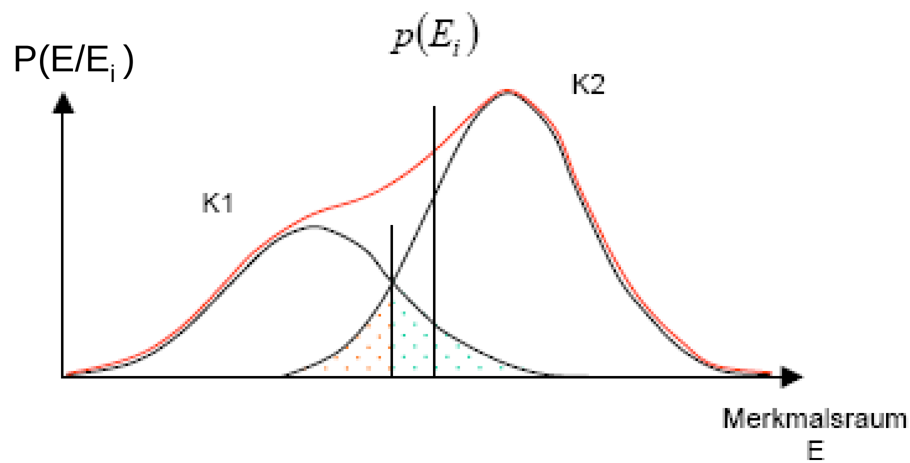
Statistische Klassifikatoren

f) Maximum Likelihood - Klassifikator
(nach Thomas Bayes →Bayes-Klassifikator), →Statist. Klassifikator

Allgemein gilt:

Die Wahrscheinlichkeit des Auftretens des Ereignisses E_i unter der Voraussetzung, dass das Ereignis E bereits eingetreten ist beträgt (nach Bayes):

$$\boxed{p(E_i / E) = \frac{p(E_i) \cdot p(E / E_i)}{\sum_{j=1}^{k} p(E_j) \cdot p(E / E_j)}}$$



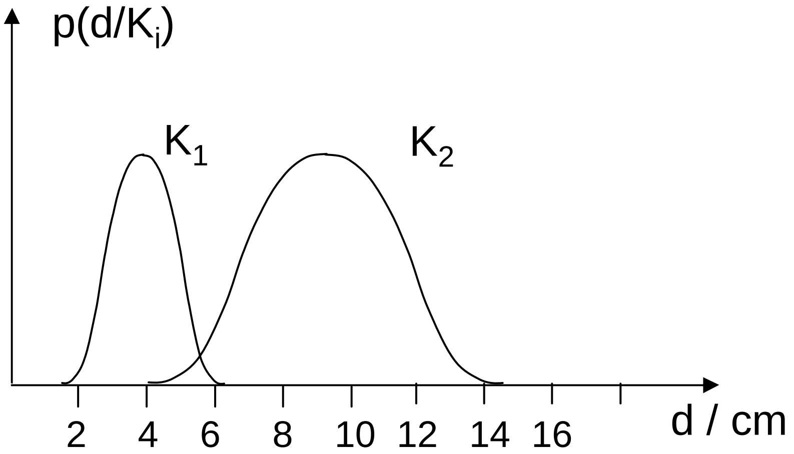
Interpretation:

Die Wahrscheinlichkeit p(Ei/E) der Zugehörigkeit zur Klasse Ki (Ereignis Ei) unter der Voraussetzung eines gemessenen Merkmals E ist gleich dem Produkt der (bekannten oder geschätzten) apriori-Wahrscheinlichkeit der Klassenzugehörigkeit p(Ei) und der bedingten Wahrscheinlichkeit bei Zugehörigkeit zur Klasse Ei, einen Wert E zu messen (dargestellte Kurven der relativen Häufigkeiten für K1 und K2), dividiert durch die totale Wahrscheinlichkeit.

Statistische Klassifikatoren

Maximum Likelihood-Klassifikator / Beispiel Obstsortieranlage

Früchte sind nach Orangen und Mandarinen zu sortieren. Als Parameter wird lediglich der Durchmesser herangezogen (eindimensionaler Merkmalsraum E). Durch Stichprobenmessungen wurden die folgenden Stichprobenverteilungen für die Klassen K1 (Mandarinen) und K2 (Orangen) ermittelt:



Weiterhin ist bekannt, dass durchschnittlich doppelt soviel Orangen wie Mandarinen anfallen. Demzufolge betragen die a priori-Wahrscheinlichkeiten für beide Klassen:

$$p(K1) = 1/3 \text{ und } p(K2) = 2/3.$$

Es ist die Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zu den beiden Klassen bei einer Frucht mit einem ermittelten Durchmesser d1 zu bestimmen.

Statistische Klassifikatoren

Beispiel Obstsortieranlage / Lösung

Nach der Bayesschen Formel gilt für die aposteriori Wahrscheinlichkeit, dass es sich um eine Mandarine (Klasse k1) handelt, wenn der Durchmesser = d1 ist:

$$p(K1/d1) = \frac{p(d1/K1)\cdot p(K1)}{p(d1/K1)\cdot p(K1) + p(d1/K2)\cdot p(K2)}$$

Hierin sind $p(d1/K_i)$ jeweis die bedingten Wahrscheinlichkeiten, dass die Früchte bei einem Durchmesser d1 zur Klasse Ki gehören (abzulesen aus den Stichprobenverteilungen) und p(Ki) die a priori-Wahrscheinlichkeiten der Klassenzugehörigkeiten. Der Nenner dient lediglich der Normierung auf eine maximale Wahrscheinlichkeit von 1.

Entsprechend gilt für die aposteriori Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zur Klasse K2 bei einem Durchmesser d1:

$$p(K2/d1) = \frac{p(d1/K2)\cdot p(K2)}{p(d1/K1)\cdot p(K1) + p(d1/K2)\cdot p(K2)}$$

Statistische Klassifikatoren

Beispiel Obstsortieranlage / Lösung, nochmal zur Erläuterung

Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses K1 unter der Voraussetzung, dass d1 bereits eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit)

Produkt aus der Wahrscheinlichkeit des Eintretens des Ereignisses d1 unter der Voraussetzung, dass K1 bereits eingetreten ist (bedingte Wahrscheinlichkeit) und der apriori Wahrscheinlichkeit des Eintretens von K1 (Verbundwahrscheinlichkeit)

$$p(K1/d1) = \frac{p(d1/K1)\cdot p(K1)}{p(d1/K1)\cdot p(K1) + p(d1/K2)\cdot p(K2)}$$

Hier:

Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit eines Objektes zur Klasse Mandarinen unter der Voraussetzung, dass der Durchmesser d1 ermittelt wurde

Hier:

Produkt aus der Wahrscheinlichkeit der Ermittlung eines Durchmessers d1 unter der Voraussetzung, dass es sich beim zugehörigen Objekt um eine Mandarine handelt und der apriori Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zur Klasse Mandarinen

Statistische Klassifikatoren

Beispiel Obstsortieranlage / Lösung

Die Lösung ergibt sich nun aus dem Maximalwert der beiden Wahrscheinlichkeiten

p(K1 / d1) und p(K2 / d2)

Statistische Klassifikatoren

Obstsortieranlage / Zahlenbeispiel

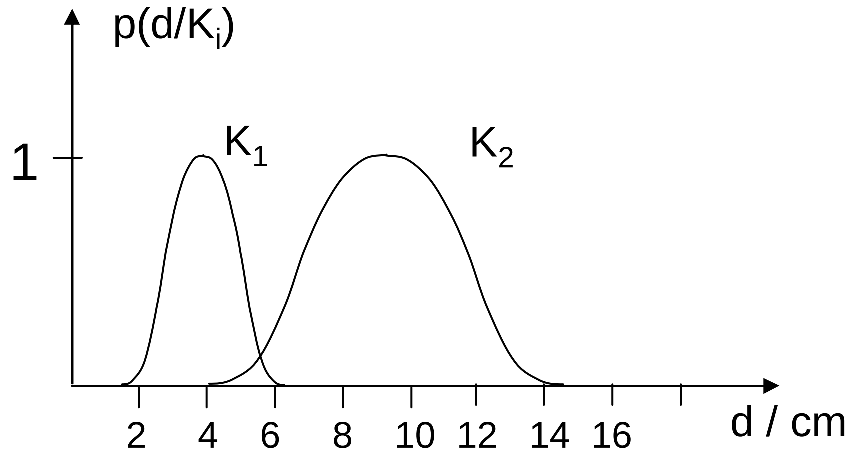


Diagramm: relative Häufigkeiten für das Auftreten des Durchmessers d bei Mandarinen (Klasse K1) und Orangen (Klasse K2)

Gegeben sind die apriori Wahrscheinlichkeiten für Mandarinen mit 1/3 und für Orangen mit 2/3. Es ist ein Objekt mit einem Durchmesser d von 5cm zu klassifizieren. Aus dem Diagramm sei abzulesen:

- p(5cm/K1)=0,25 für Mandarinen;
- p(5cm/K2) = 0,12 für Orangen.

Statistische Klassifikatoren

Obstsortieranlage / Zahlenbeispiel

Lösung:

$$p(K1/5cm) = \frac{0{,}25 \cdot 1/3}{0{,}25 \cdot 1/3 + 0{,}12 \cdot 2/3} \approx 0{,}51$$

$$p(K2/5cm) = \frac{0{,}12 \cdot 2/3}{0{,}25 \cdot 1/3 + 0{,}12 \cdot 2/3} \approx 0{,}49$$

Demzufolge gehört das Objekt zur Klasse Mandarinen, wenn auch mit unwesentlich höherer Wahrscheinlichkeit als zur Klasse der Orangen.

Statistische Klassifikatoren

Maximum Likelihood-Klassifikator / Verallgemeinerung auf m Merkmale (Merkmalsvektor $\vec{x}$) und n Klassen:

Die Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zu einer Klasse Kq ergibt sich dann zu:

$$p(Kq/\vec{x}) = \frac{\prod_{i=1}^{m} p(x_i/Kq)}{\sum_{k=1}^{n}\left(\prod_{i=1}^{m} p(x_i/K_k)\cdot p(K_k)\right)}$$

Statistische Klassifikatoren / Bayes-Klassifikator

a) Wie Maximum-Likelihood-Klassifikator

b) Zusätzliche Definition eines „bedingten Risikos“ für eine Fehlklassifikation mit

$$R(K_i / \vec{x}) = \sum_{j=1}^{n} I_{ij} \cdot p(K_j / \vec{x})$$

-R(Ki/$\vec{X}$): „Verlustfaktor“ für die fälschliche Zuordnung eines Objektes der Klasse Ki zu einer anderen Klasse

- p(Kj/$\vec{X}$): aposteriori Wahrscheinlichkeit der Zugehörigkeit zur Klasse Kj (entsprechend Klassifikation nach dem Maximum Likelihood-Verfahren)

-I_{ij}: Kostenmatrix, Verlustmatrix: enthält in den Feldern i,j jeweils den quantifizierten Verlust, welcher entsteht, wenn man ein Objekt der Klasse Ki fälschlicherweise der Klasse Kj zuordnet.

c) Zuordnung jedes Objektes zur Klasse mit dem kleinsten bedingten Risiko („Bayes‘sche Entscheidungsregel“)

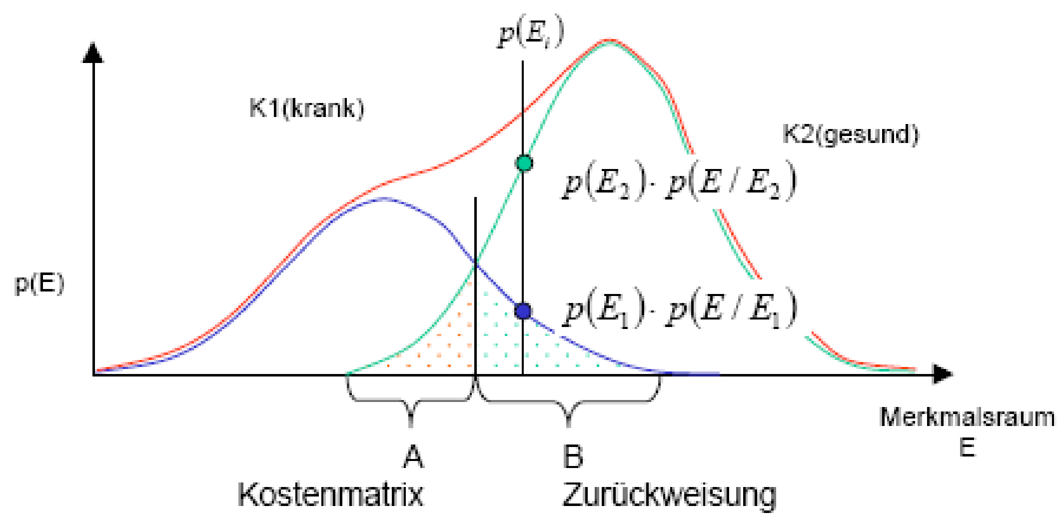
Statistische Klassifikatoren

Bayes-Klassifikator

$$\boxed{p(E_i / E) = \frac{p(E_i)\cdot p(E / E_i)}{\sum_{j=1}^{k} p(E_j)\cdot p(E / E_j)}}$$

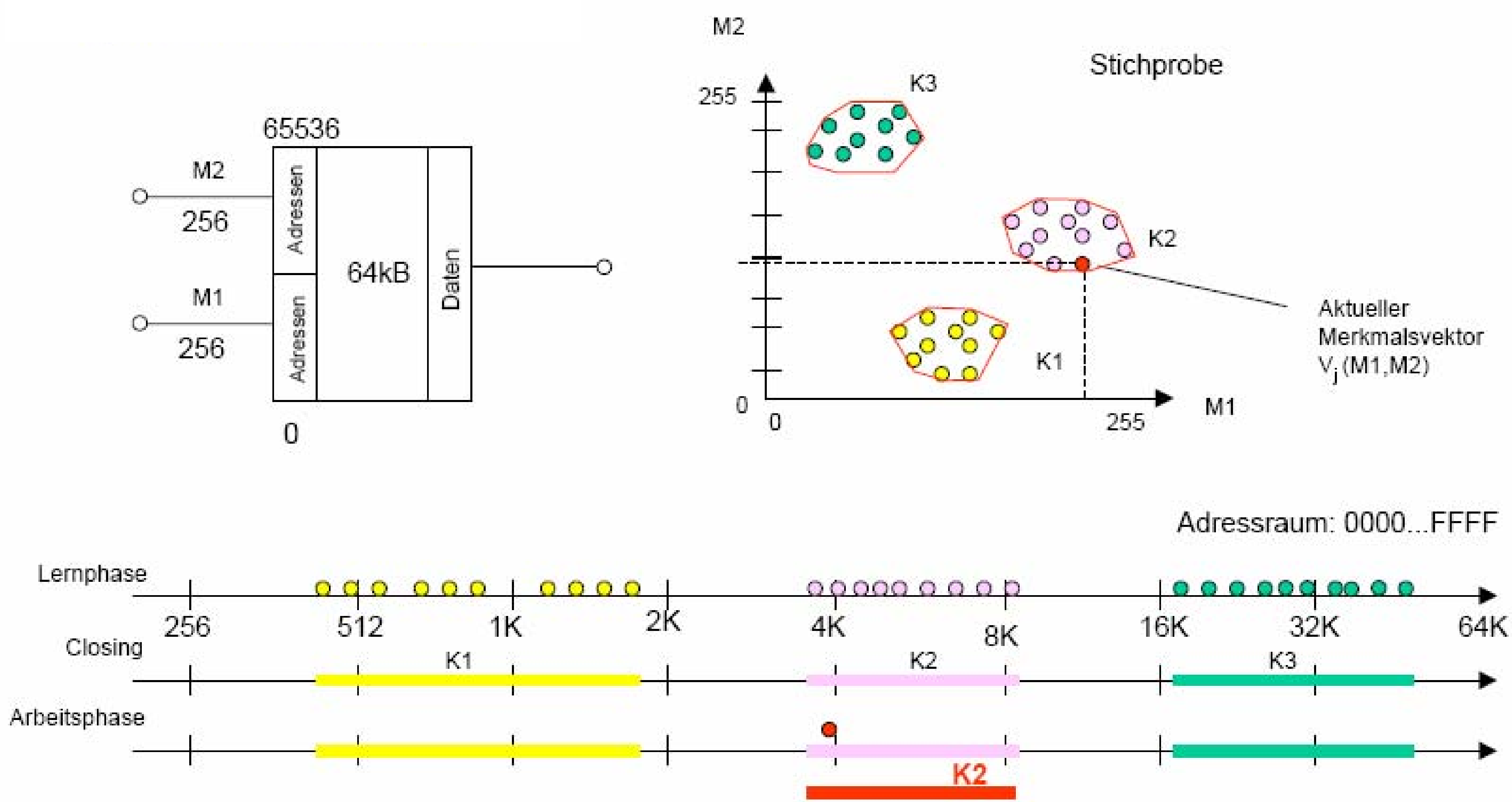
$p(E_i)$	a-priori-W.
$p(E / E_i)$	bedingte W.
$p(E_i)\cdot p(E / E_i)$	Verbund-W.
$\sum_{j=1}^{k} p(E_j)\cdot p(E / E_j)$	Totale W.

$$\boxed{\sum_{j=1}^{k} p(E_j)\cdot p(E / E_j)}$$



Problemfälle
Bereich A: K2(gesund) wird aber K1(krank) zugeordnet →Kosten
Bereich B: K1(krank) wird K2(gesund) zugeordnet →Zurückweisung
Beispiel:
Die Auftrittswahrscheinlichkeit $p(E_i)$ unter der Annahme der Klasse 2 ist größer als unter der Annahme von Klasse1

Klassifikation mittels LUT



Klassifikation mittels LUT / Veranschaulichung

Matrixspeicher:

Durch Anlegen der 2-dim. Adresse (Merkmalsvektor) erhält man mit dem Inhalt der Speicherzelle sofort die zugehörige Klasse

	0	1	2	3	4	…	250	251	252	253	254	255
0						:						
1		3	3	3		:						
2		3	3	3		:						
3		3	3	3		:						
4						:						
:	:	:	:	:	:	...	:	:	:	:	:	:
252						:			2	2	2	
253						:			2	2	2	
254						:			2	2	2	
255						:						

Beispiel:

der Merkmalsvektor [252;253] gehört zur Klasse 2

Klassifikation mittels LUT / Veranschaulichung

Realisierung

- Entweder mittels Hardware (z.B. xy-adressierbarer Speicher)
- Oder per Software mittels ein- oder mehrdimensionaler Arrays

Klassifikation mittels LUT / Programmierbeispiel in C

Beispiel: siehe vorige Seite

```
void main()
:
:
int k, M[255][255];          Definition Klassenvariable k und Matrixspeicher M
:
k = M[252][253];
:
end.
```