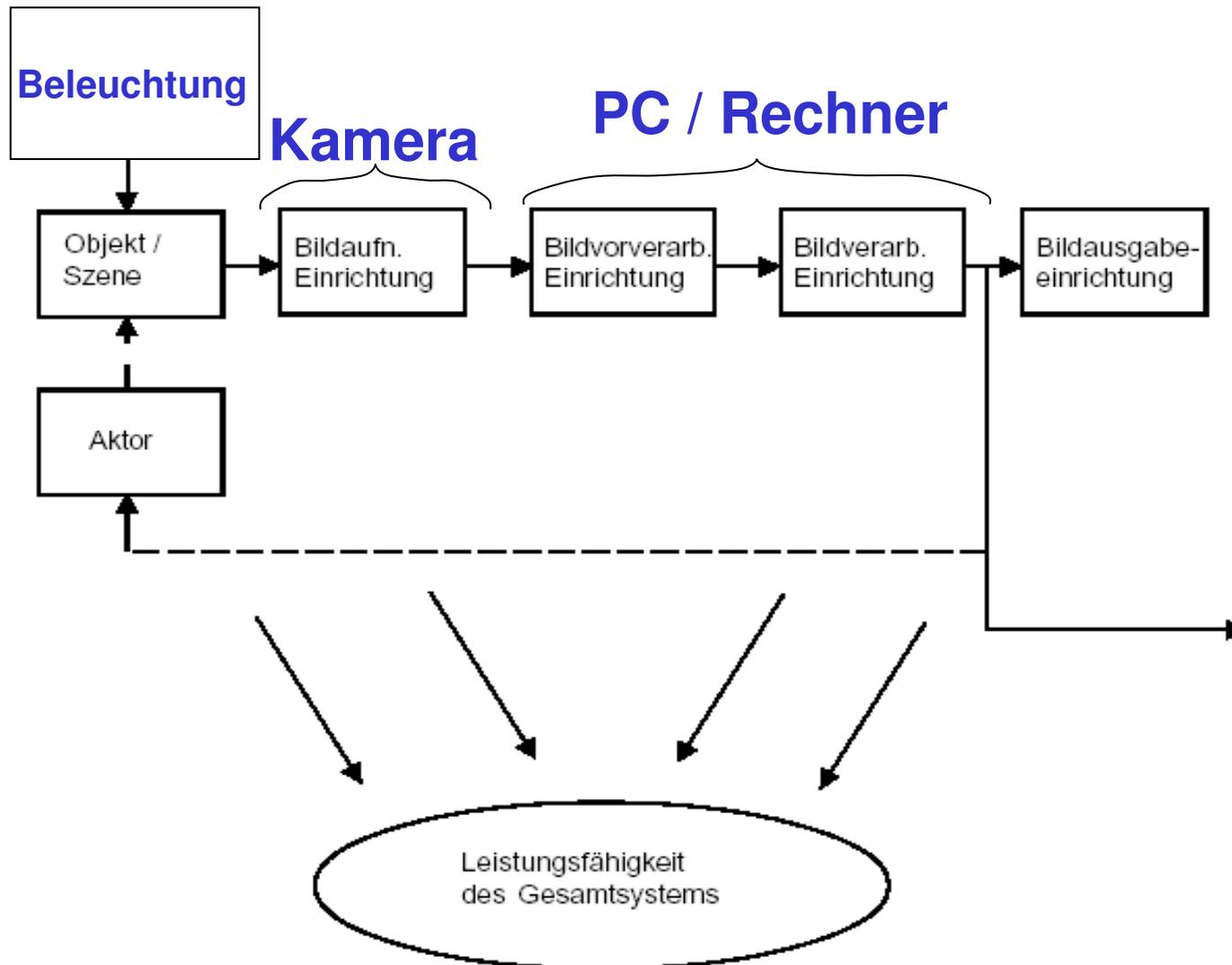


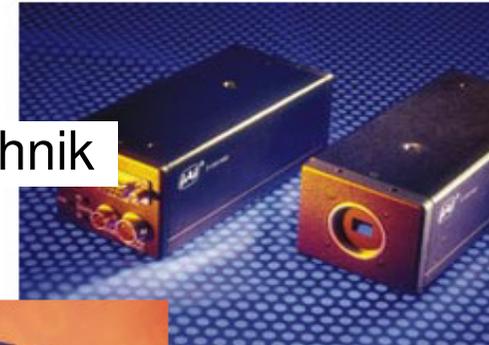
Technische Komponenten von DBV-Systemen

Prinzipieller Aufbau:



Gliederung

1. Grundlagen zur technischen Optik und Lichttechnik
2. Beleuchtung
3. Das System Kamera
 - 3.1 Abbildungsoptik
 - 3.2 Sensorelement / Aufnahmesystem
 - 3.3 Farbkameras
 - 3.4 Verarbeitungselektronik
4. Rechnerschnittstelle / Bilderfassung
5. Software
6. Literatur / Quellen



Gliederung

1. Grundlagen zur technischen Optik und Lichttechnik
2. Beleuchtung
3. Das System Kamera
 - 3.1 Abbildungsoptik
 - 3.2 Sensorelement / Aufnahmesystem
 - 3.3 Verarbeitungselektronik
4. Rechnerschnittstelle / Frame Grabber
5. Software

Licht: elektromagnetische Wellen im Wellenlängenbereich 400nm .. 750nm
(für das Auge sichtbarer Bereich)



Licht besitzt sowohl Strahlen- als auch Wellencharakter

Beschreibung mittels

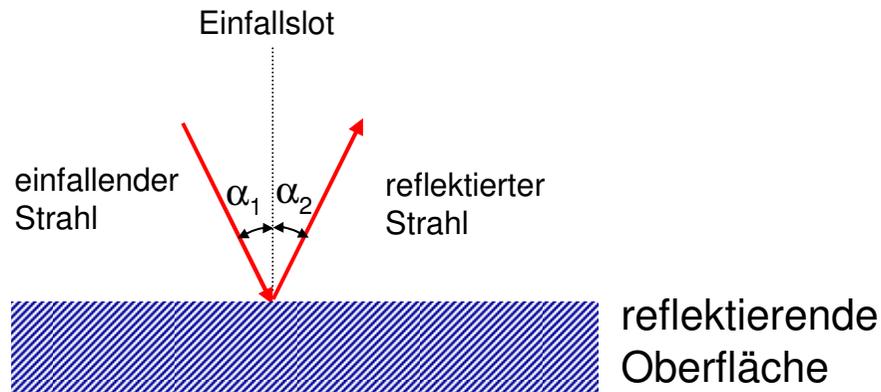
- Strahlenoptik (geometrische Optik)
- Wellenoptik
- Quantenphysik / Quantenoptik

Licht: elektromagnetische Welle mit Schwingungen senkrecht zur Ausbreitungsrichtung
(Transversalwelle)

Reflexionsgesetz

Für glatte (spiegelnde) Oberflächen mit R_a (Rauigkeit der Oberfläche) $\ll \lambda$

gilt (gerichtete Reflexion): Einfallswinkel = Ausfallswinkel $\rightarrow \sin\alpha_1 = \sin\alpha_2$



Spiegelnde Oberflächen sind als Objekte der Bildverarbeitung weniger geeignet (hohe Lichtintensität in kleinem Bildbereich des direkten Reflexes, ansonsten sehr geringe Intensitäten im Bild, Neigung zu Überstrahlung und „Blooming“ mit Informationsverlust)

Raue Oberflächen führen zu einer diffusen Reflexion mit gleichmäßiger Abstrahlung (diffuse Streuung) in alle Richtungen des Halbraumes (**Lambertsches Gesetz**)



Weißes, leicht angerautes Papier kommt einer ideal diffus reflektierenden Oberfläche sehr nahe

Beim Übertritt von einem transparenten Medium zu einem transparenten Medium einer anderen optischen Dichte gilt das

Brechungsgesetz: $n_1 \cdot \sin\alpha_1 = n_2 \cdot \sin\alpha_2$

1. Fall Brechung zum Lot

tritt auf beim Übergang des Lichts von einem optisch dünneren in ein optisch dichteres Medium.

$\sin\alpha_1 > \sin\alpha_2$, wobei $c_1 > c_2$

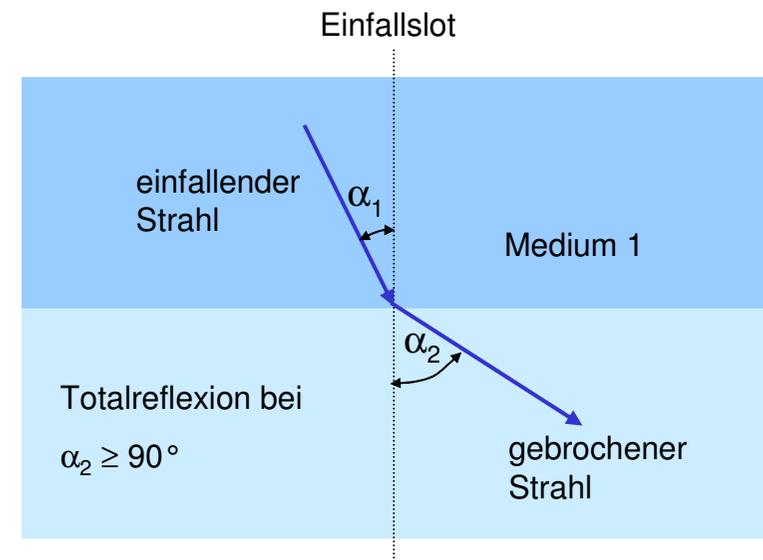
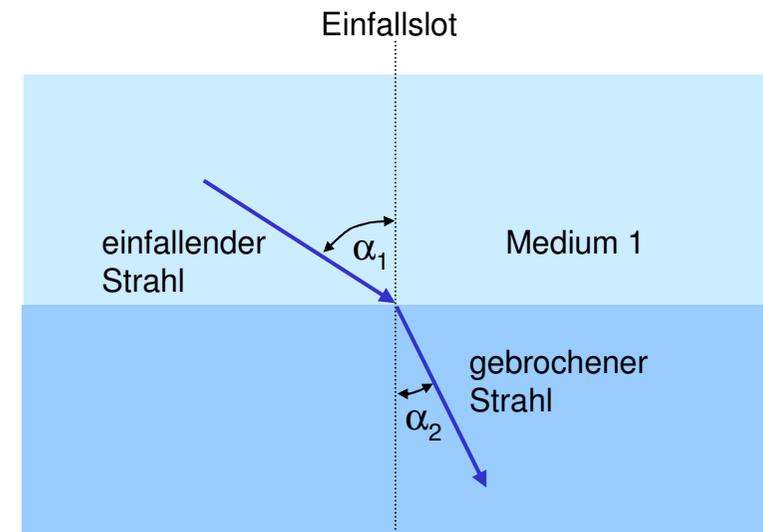
2. Fall Brechung vom Lot weg

tritt auf beim Übergang des Lichts von einem optisch dünneren dichteren in ein optisch dünneres Medium.

$\sin\alpha_1 < \sin\alpha_2$, wobei $c_1 < c_2$

n – Brechungsindex = c_0/c

c - Ausbreitungsgeschwindigkeit



Gleichzeitige Reflexion und Brechung an Grenzflächen zwischen transparenten Medien: siehe hierzu: **Fresnel-Gleichungen**

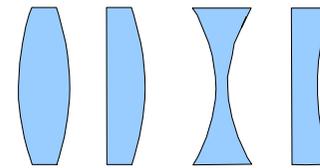
Anwendung des Brechungs bzw. des Reflexionsgesetzes

Ermittlung der Richtungsänderung von Lichtstrahlen an Grenzflächen

z.B. bei optischen Bauelementen:

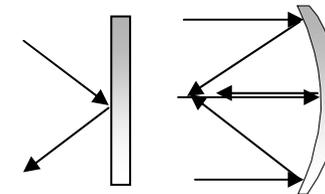
- Linsen (Sammellinsen, Zerstreuungslinsen)

- Optische Abbildung, Vergrößerung (Lupe)



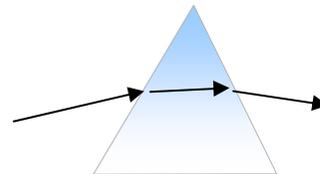
- Spiegel (ebene Spiegel, Hohlspiegel, Parabolspiegel)

- Umlenkung von Strahlengängen, Optische Abbildung, Sat-Empfang



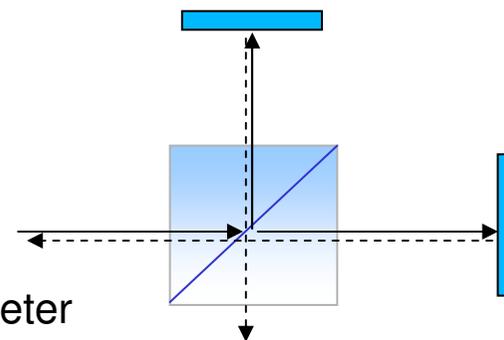
- Prismen

- z.B. Spektralzerlegung)

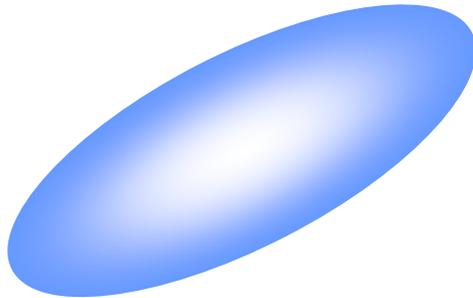


- Teilerwürfel / halbdurchlässige Spiegel

- Aufteilung von Strahlengängen z.B. für Interferometer

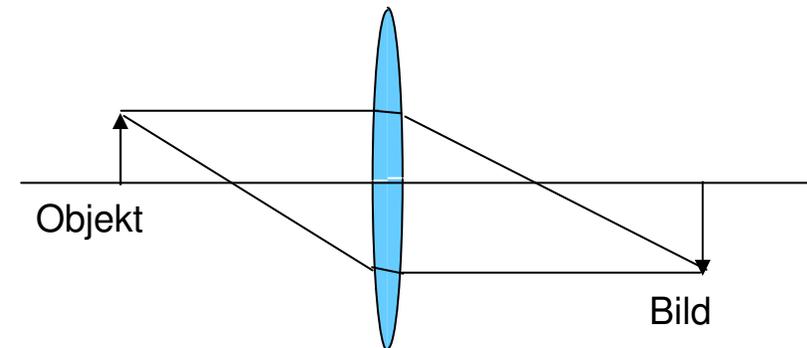


Linsen



Optisch wirksames Bauelement mit zwei lichtbrechenden Flächen, mindestens eine davon mit konkaver oder konvexer Wölbung

Form der Wölbung: sphärisch (vergleichsweise einfache Herstellung) oder asphärisch (aufwändige Herstellung)



Optische Abbildung

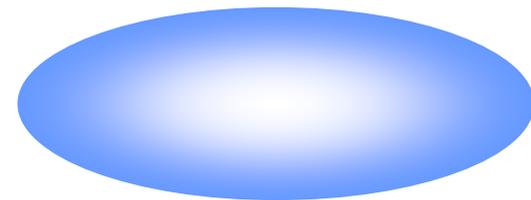
Wichtige Eigenschaft von Linsen und Linsensystemen:

Optische Abbildung: Erzeugung eines Bildes durch Vereinigung von Licht, das von einem Punkt eines Gegenstands ausgeht, mittels eines optischen Systems in einem Bildpunkt, das Bild entsteht durch die Übertragung aller Objektpunkte an den Ort des Bildes

Linsen

Wichtige Kenngrößen von Linsen

- Material: Glas- bzw. Kunststoffsorte mit Einfluss auf die Brechzahl und die Absorption / Transmission, ggf. Fehler im Volumen, wie z.B. Blaseneinschlüsse, oder an der Oberfläche wie z.B. Kratzer, Schlieren oder Risse
- Oberflächenqualität (Rauigkeit) mit Einfluss z. B. auf das Streulichtverhalten
- Brechungsindex (Brechzahl)
- Brennweite: Entfernung des Bildpunktes eines parallelen Strahlenbündels von der Linse (Kehrwert: Brechwert in Dioptrien)
- Abbesche Zahl: wellenlängenabhängige Brechzahl (Dispersion)
- Apertur: Durchmesser der optisch wirksamen Fläche einer Linse
- Linsenform

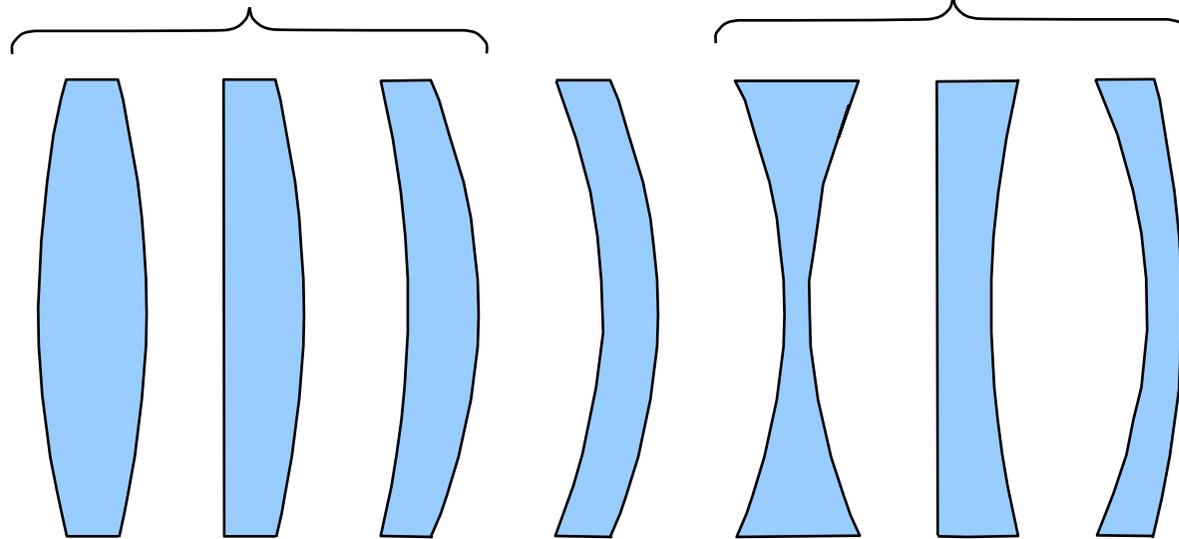


Linsen: Linsenformen

Konvexe Linsen /
Sammellinsen

Meniskus

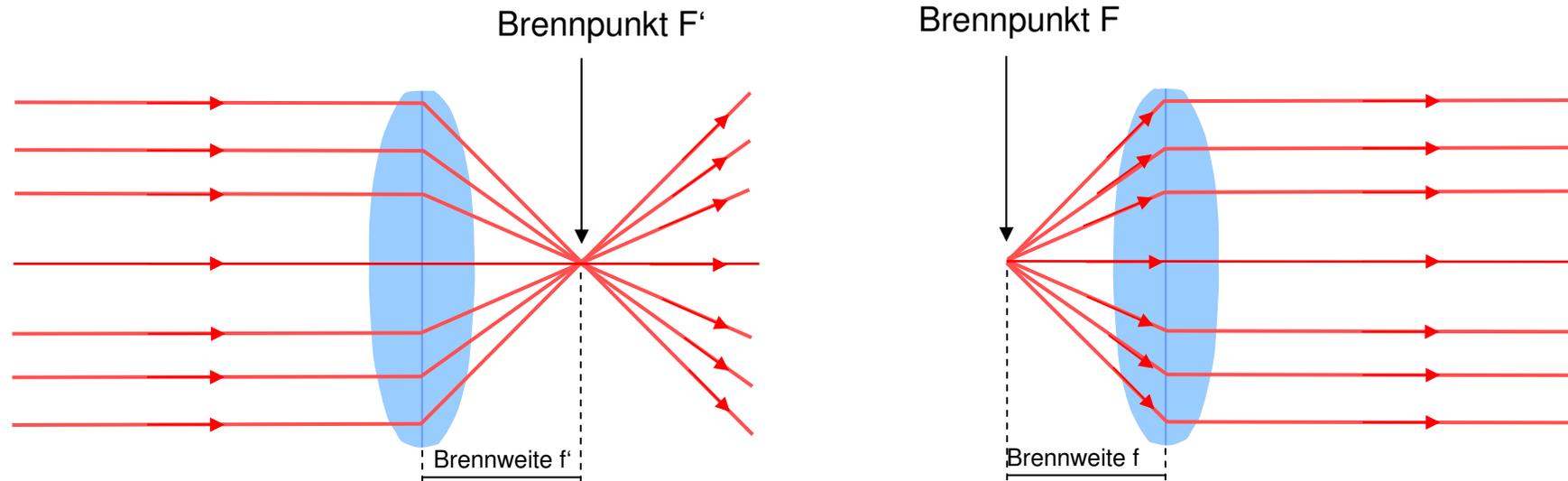
Konkave Linsen /
Zerstreuungslinsen



bikonvex plankonvex konkavkonvex

bikonkav plankonkav konvexkonkav

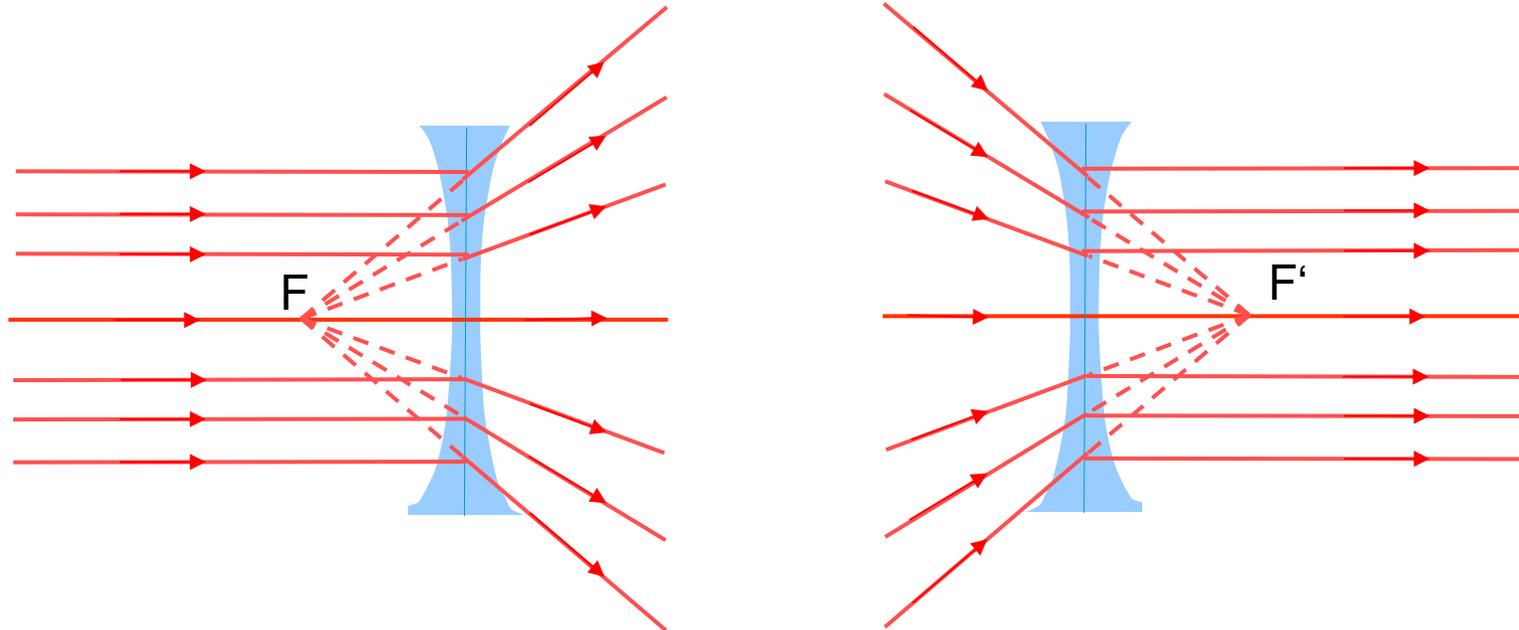
Linsen: Sammellinsen



Sammellinsen: bikonvexe und plan-konvexe Linsen

- parallel einfallende Lichtstrahlen treffen (idealerweise) im Brennpunkt F' zusammen (links)
- vom Brennpunkt F ausgehende Strahlen werden zu Parallelstrahlen gebrochen (rechts)
- Brennweite f / f' : Abstand des objektseitigen Brennpunktes F bzw. des bildseitigen Brennpunktes F' von der Linse

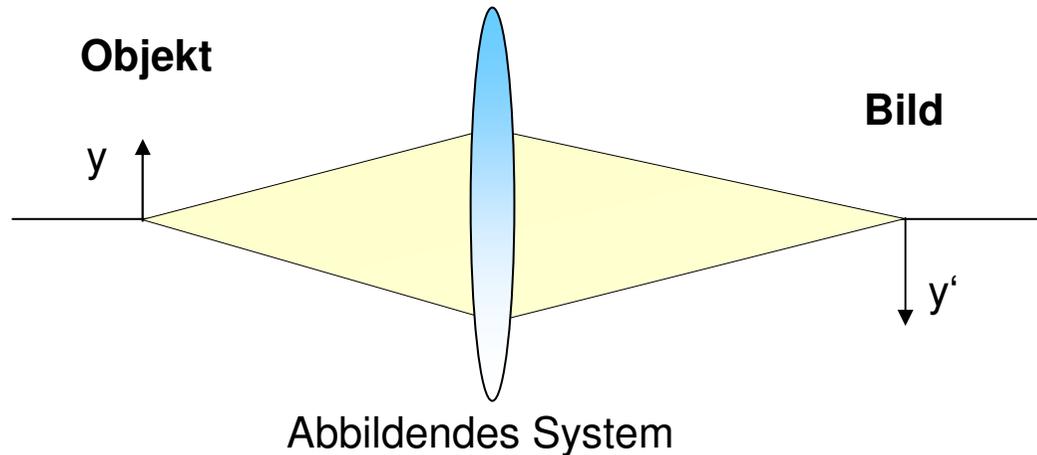
Linsen: Zerstreungslinsen



Zerstreungslinsen: bikonkave und plan-konkave Linsen

- parallel einfallende Lichtstrahlen werden so gebrochen, dass sich ihre rückwärtigen Verlängerungen im Brennpunkt F schneiden (links)
- Auf den Brennpunkt F' gerichtete, einfallende Strahlen werden zu Parallelstrahlen gebrochen (rechts)

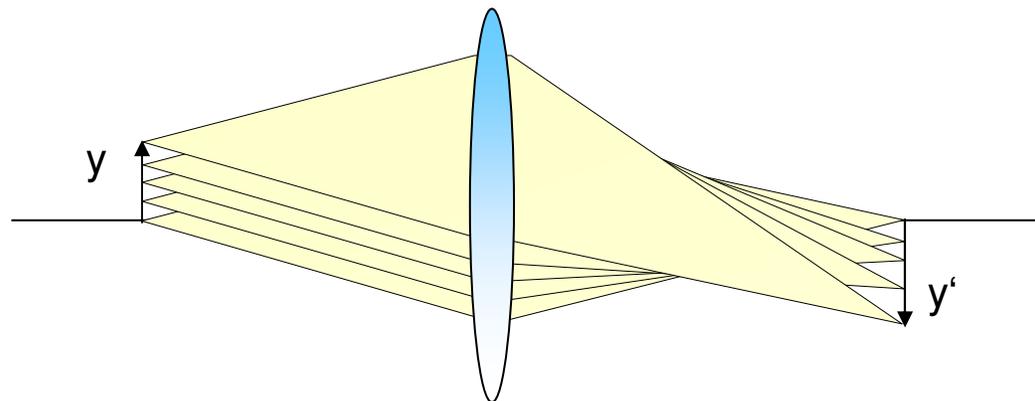
Die optische Abbildung: grafische und rechnerische Ermittlung von Kenngrößen



Abbildendes System, z.B.:

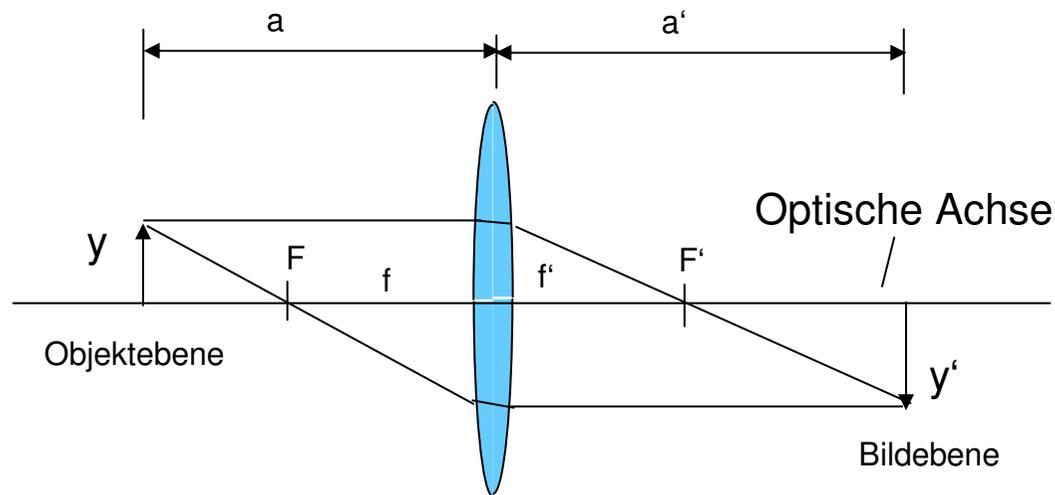
- Einfache Lochblende
- Einfachlinse
- Linsengruppe

Das von einem Objektpunkt in der Objektebene ausgesendete kegelförmige Strahlenbündel wird durch das abbildende System wiederum auf einen Punkt in der Bildebene fokussiert



Dieser Vorgang findet für alle im Erfassungsbereich liegenden Objektpunkte statt, sodass in der Bildebene das Bild entsteht, welches z.B. auf einem Schirm dargestellt oder mit einem Bildsensor erfasst werden kann

Die optische Abbildung: grafische und rechnerische Ermittlung von Kenngrößen



a / a' – Objekt (Gegenstands)weite / Bildweite
 F / F' – objekt – bzw. bildseitiger Brennpunkt
 f / f' – objekt – bzw. bildseitige Brennweite
 Paraxiales Gebiet: in Nähe der optischen Achse

Konstruktionsvorschrift (Gültigkeit in guter Näherung für das paraxiale Gebiet)

- Der objektseitige Parallelstrahl wird zum Brennpunktstrahl und objektseitiger Brennpunktstrahl wird zum Parallelstrahl
- Mittelpunktstrahlen gehen ungebrochen und ohne Parallelversatz durch die Linse hindurch,
- Ein Bildpunkt ergibt sich durch die Konstruktion nach der Vorschrift als Schnittpunkt von 2 der drei charakteristischen Strahlen. Umgekehrt kann auch ein Objektpunkt aus einem Bildpunkt ermittelt werden
- Brennweiten beziehen sich auf die sogenannten Hauptebenen, siehe nächste Folien

Abbildungsgleichungen:

(Gültigkeit in guter Näherung für das paraxiale Gebiet)

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \quad (\text{Vergrößerung})$$

Die optische Abbildung: Linsen als abbildende Systeme

Abbildung durch Sammellinsen

- Bildort: Schnittpunkt von Zentralstrahl, Parallelstrahl und Brennpunktstrahl (zur Konstruktion genügen 2 der 3 Strahlen)
- Erzeugung eines reellen Bild eines Objektes; die Sammellinse hat hierbei die Funktion eines Objektivs

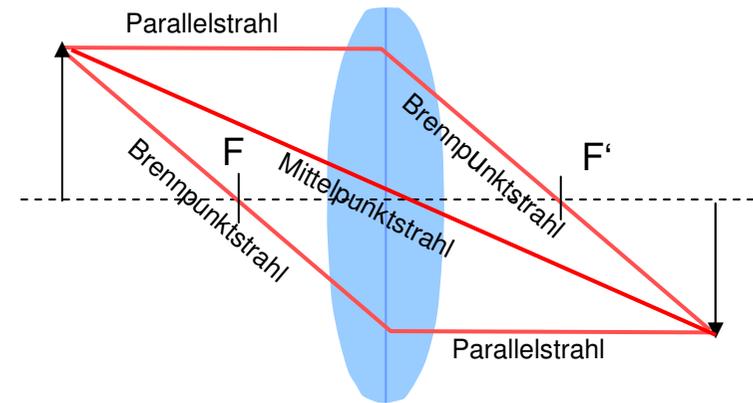
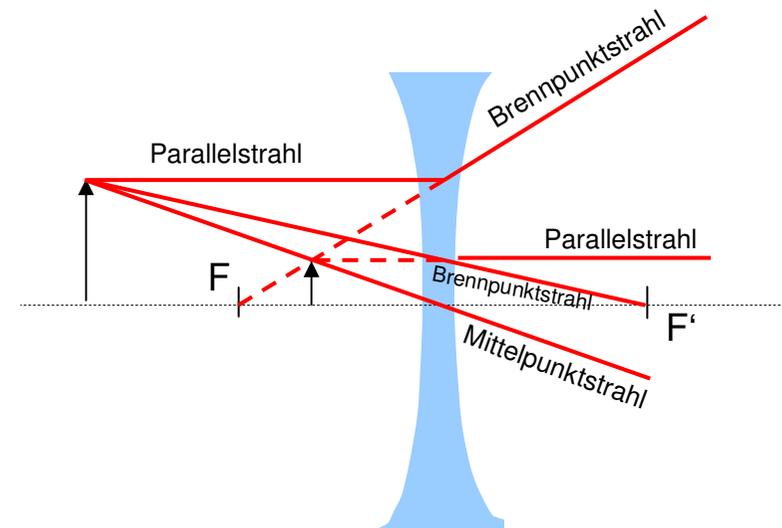
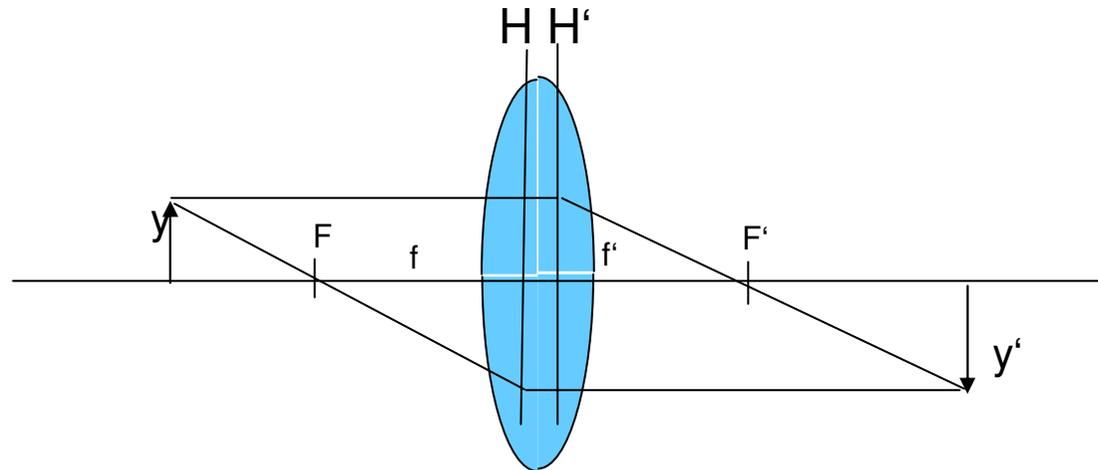


Abbildung durch Zerstreuungslinsen

- wegen der Lichtzerstreuung keine Erzeugung eines reellen Bildes
- Strahlen (z.B. Parallel-, Brennpunkt und Zentralstrahl) scheinen vom Punkt eines verkleinerten Objektes zu kommen (virtuelles Bild);
- Konstruktion: objektseitiger Parallelstrahl wird bildseitig zum Strahl durch den (objektseitigen) Brennpunkt; objektseitiger auf den bildseitigen Brennpunkt gerichteter Strahl wird bildseitig zum Parallelstrahl; der Schnittpunkt der rückwärtigen Verlängerung beider Strahlen ergibt den Bildpunkt (auch mit Mittelpunkstrahl möglich)



Die optische Abbildung: Hauptebenen



Einführung von Hauptebenen H und H' mit Abstraktion von den tatsächlichen konstruktiven Abmessungen, auf welche sich alle relevanten Abstände beziehen: Objekt und Bildweite, objekt- und bildseitige Brennweite

Bezug zu den tatsächlichen konstruktiven Abmessungen: bei „dünnen“ Linsen fallen H und H' zusammen und liegen im Linsenmittelpunkt; bei „dicken“ Linsen Informationen in zugehörigen Datenblättern.

Die optische Abbildung: Linsensysteme

Systeme mehrerer hintereinander angeordneter Linsen lassen sich rechnerisch ebenfalls auf ein System mit zwei Hauptebenen und zwei Brennpunkten zurückführen.

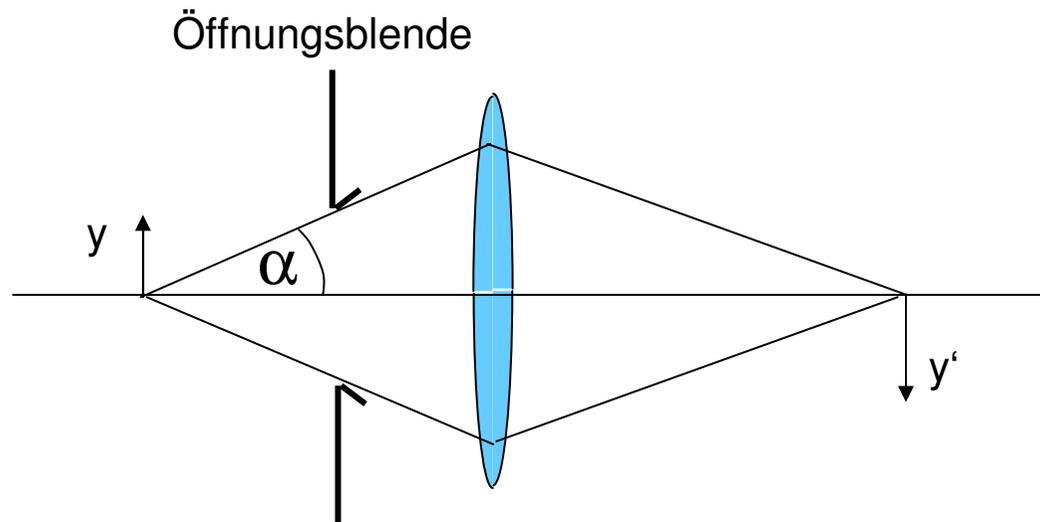
Für die Gesamtbrennweite zweier dünner Linsen gilt z.B.:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2}$$

d – Abstand der Linsen voneinander

Die optische Abbildung: Numerische Apertur

Apertur: Öffnung bzw. Öffnungsblende oder Aperturblende (meist kreisförmig) für den Lichteintritt in ein optisches System



Ist keine Blende als Bauelement vorhanden, so wirkt die Linsenfassung als „natürliche“ Blende

Öffnungsblenden begrenzen die einfallende Lichtstärke, nicht jedoch das Objektfeld – eine Objektfeldbegrenzung wird durch zusätzliche **Feldblenden!!!** bewirkt

Numerische Apertur NA

$$NA = n \cdot \sin \alpha$$

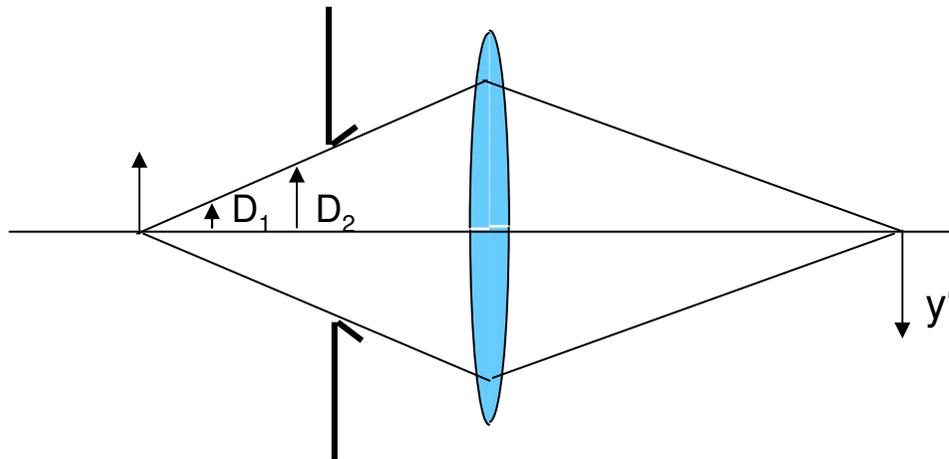
α – halber objektseitiger Öffnungswinkel (Akzeptanzwinkel)

n – Brechzahl des Mediums zwischen Objekt und erster Linse des Systems (meist Luft, also $n = 1$)

Die optische Abbildung: Numerische Apertur

Eigenschaften der numerischen Apertur

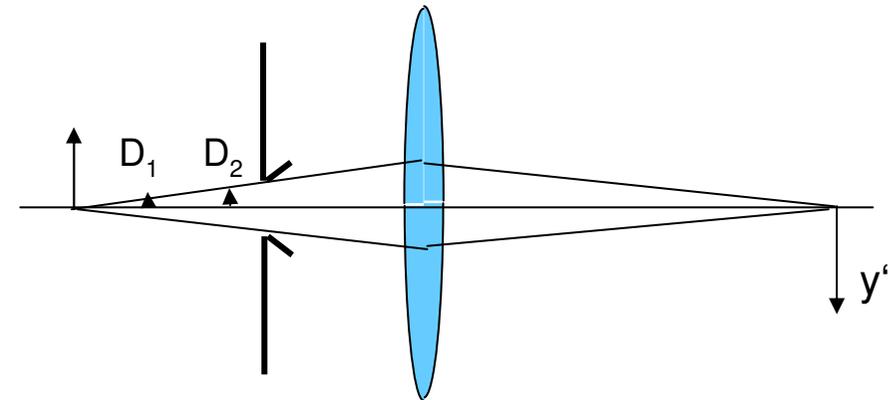
- Die Lichtausbeute und die optische Auflösung nehmen mit größerer numerischer Apertur zu (s. a. Folie zur beugungsbegrenzten Auflösung)
- Die Schärfentiefe nimmt mit zunehmender numerischer Apertur ab.



Öffnungswinkel
vergleichsweise groß

$\Delta D = D_2 - D_1$ groß

Schärfentiefe gering



Öffnungswinkel
vergleichsweise klein

$\Delta D = D_2 - D_1$ klein

Schärfentiefe groß

Die optische Abbildung: Numerische Apertur / Öffnungsverhältnis

Weitere gebräuchliche Kenngröße (insbes. in der Fotografie): Öffnungszahl

Öffnungsverhältnis

D / f

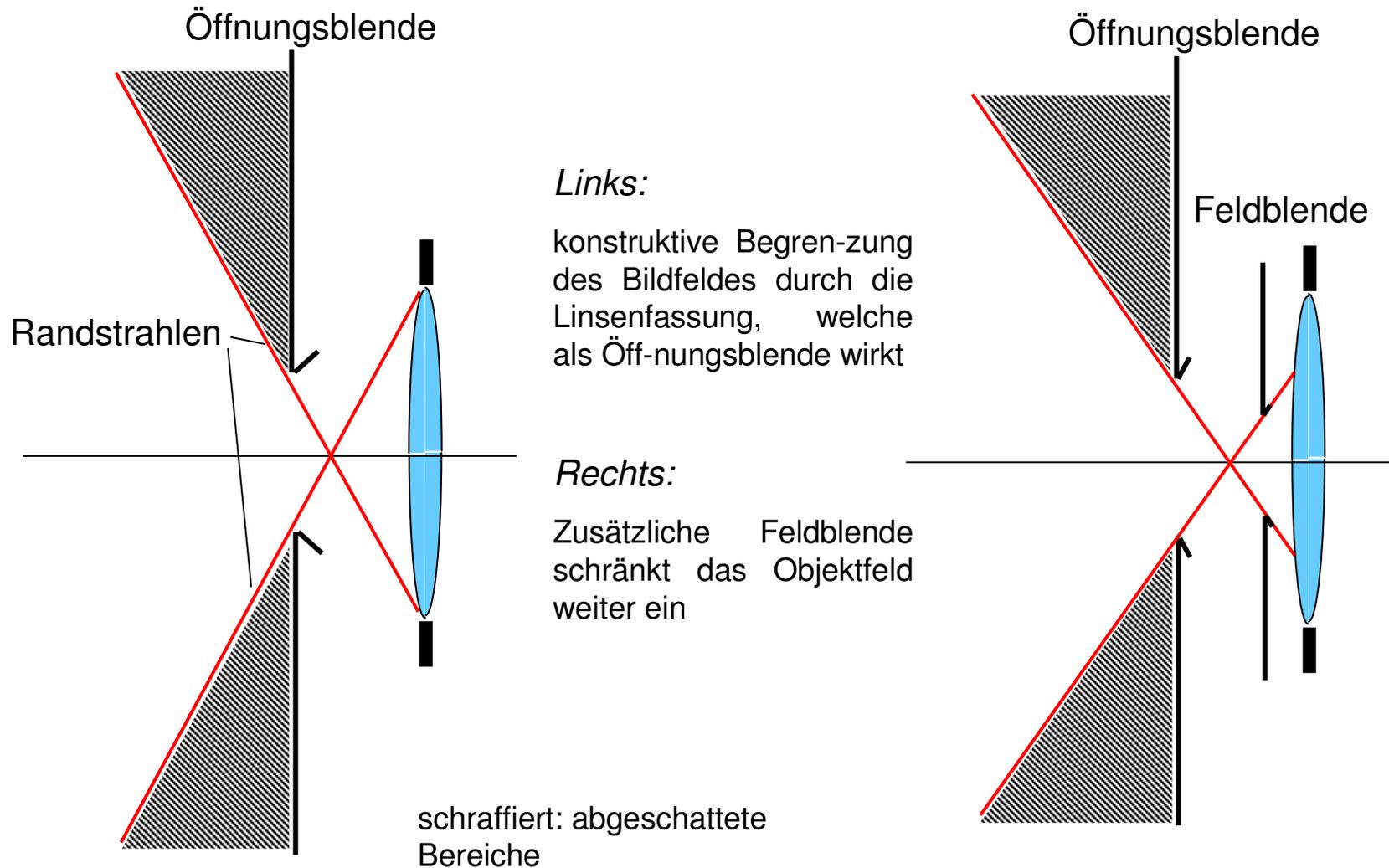
Öffnungszahl bzw. Blendenzahl

$1 / \text{Öffnungsverhältnis}$

Schreibweise	Beispiel
$1 : \kappa$	1:1,4
$1 / \kappa$	1/1,4
f / κ	f/1,4
$F \kappa$	F 1,4

Typische Schreib- bzw.
Ausdrucksweisen

Die optische Abbildung: Öffnungs- und Feldblenden



Die Öffnungsblende begrenzt gemeinsam mit der Feldblende den maximalen Winkel und somit den Ausschnitt, welcher, abhängig von der Objektweite, abgebildet wird

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Abbildungsfehler von Linsen

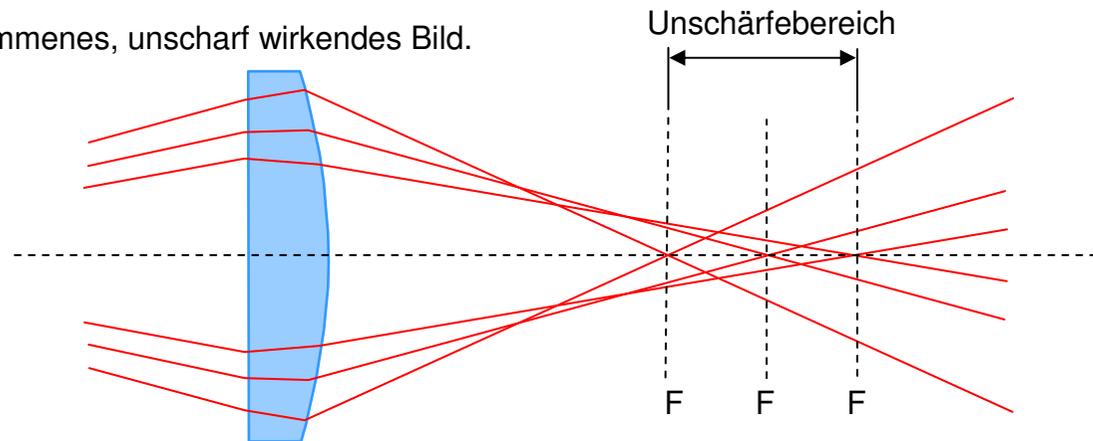
- mit zunehmender Entfernung von der optischen Achse Abweichung des realen Verhaltens optisch abbildender Systeme von den Gesetzen der geometrischen Optik,
- Folge: Abweichungen von der maßstabgerechten Abbildung (Abbildungsfehler) in unterschiedlichster Form,
- Verringerung, Korrektur (je nach Fehlerart und gerechtfertigtem Aufwand): Verwendung mehrerer Linsen, Verwendung asphärischer Linsen, Wegblenden besonders fehlerträchtiger Strahlen (meist Randstrahlen)

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

sphärische Abberation

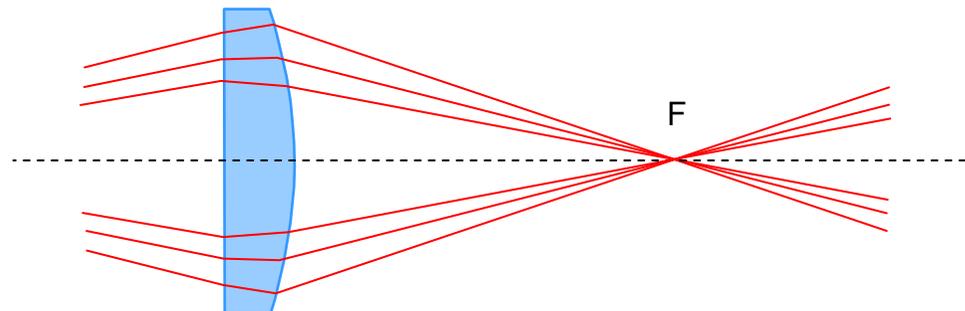
Auftreten bei einfachen sphärischen Linsen: stärkere Brechung von Randstrahlen und somit Fokussierung auf einen näher liegenden Brennpunkt

Folge: leicht verschwommenes, unscharf wirkendes Bild.



Korrektur:

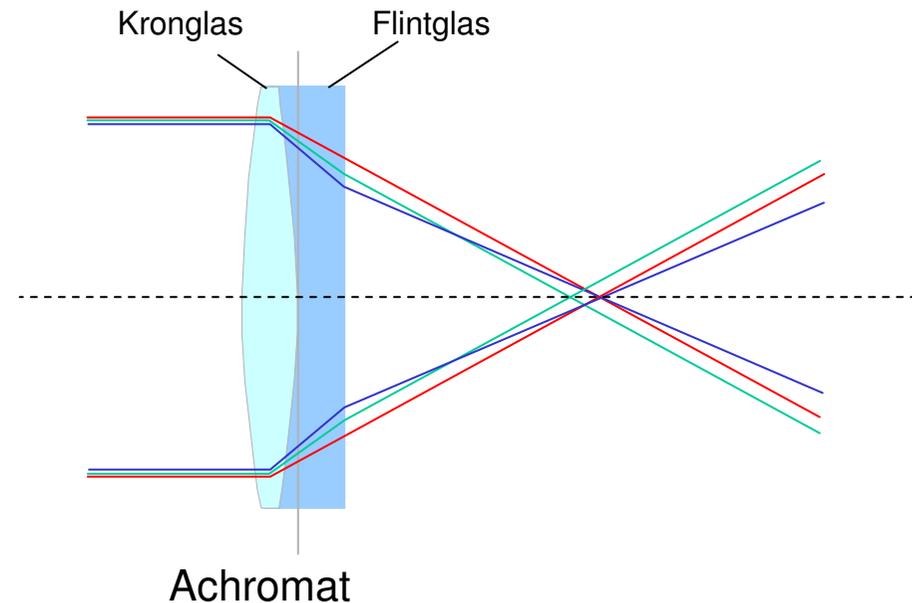
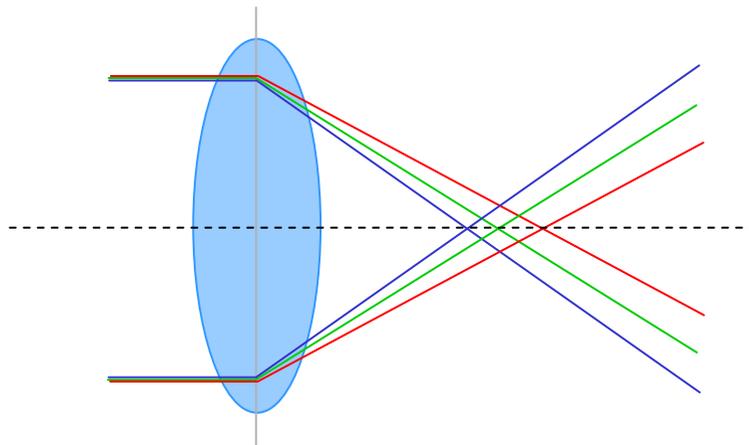
- Ablenden der Randstrahlen
- Verwendung von Linsen mit zwei unterschiedlichen Krümmungsradien
- Linsen bester Form: zwei unterschiedliche Krümmungsradien mit gleichmäßiger Verteilung der Brechkraft auf beide Grenzflächen
- Verwendung asphärischer Linsen (Linsenradius nimmt zum Rand hin ab): beste Korrekturmöglichkeit, allerdings teuer



Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

chromatische Aberration (Farblängsfehler)

- Licht unterschiedlicher Wellenlänge wird unterschiedlich stark gebrochen (Dispersion); Effekt nimmt zum Linsenrand hin zu
- Erscheinung: Farbsäume am Bildrand



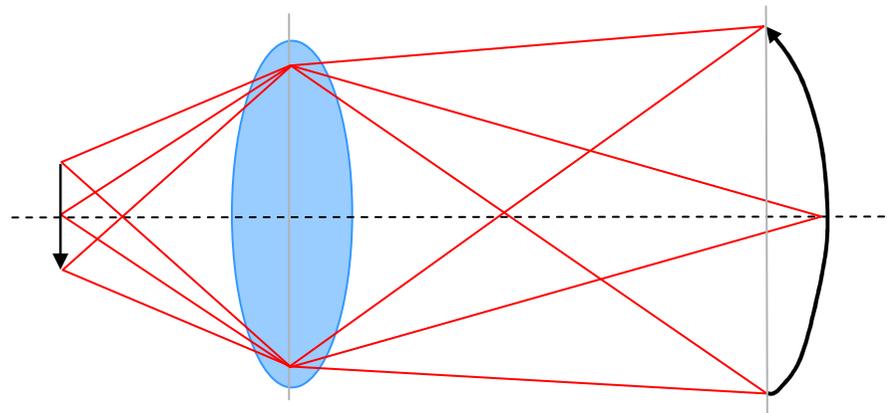
Korrektur:

- Abschattung der Randstrahlen durch Verwendung einer Blende
- Für hochwertigere Optiken Kombination von zwei Linsen (Achromat) so, dass die Linsengruppe für mehrere Wellenlängen annähernd die gleiche Brennweite besitzt; je nach verwendeter Glassorte Zusammenführung von 2 oder 3 Farben

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Bildfeldwölbung

- Je nach Einstellung ist somit der Rand oder das Zentrum unscharf
- Abbildung auf eine Ebene mit spärlichen Linsen nur (näherungsweise) im paraxialen Gebiet; ansonsten auf eine gewölbte Fläche



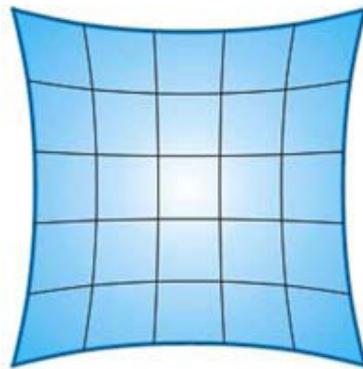
Korrektur:

- Verwendung einer Blende (Ausblendung von Randbereichen); dabei gleichzeitig Verbesserung der Schärfentiefe insgesamt
- bei hochwertigen Optiken: Kombination mehrerer Linsen

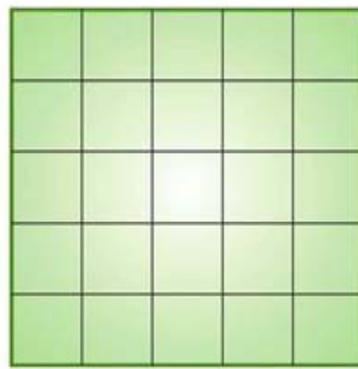
Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Verzeichnung

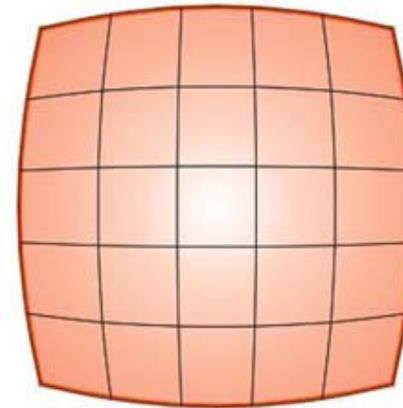
- Kontinuierliche Änderung des Abbildungsmaßstabes vom Bereich der optischen Achse zum Randbereich hin



kissenförmig



ohne Verzeichnung



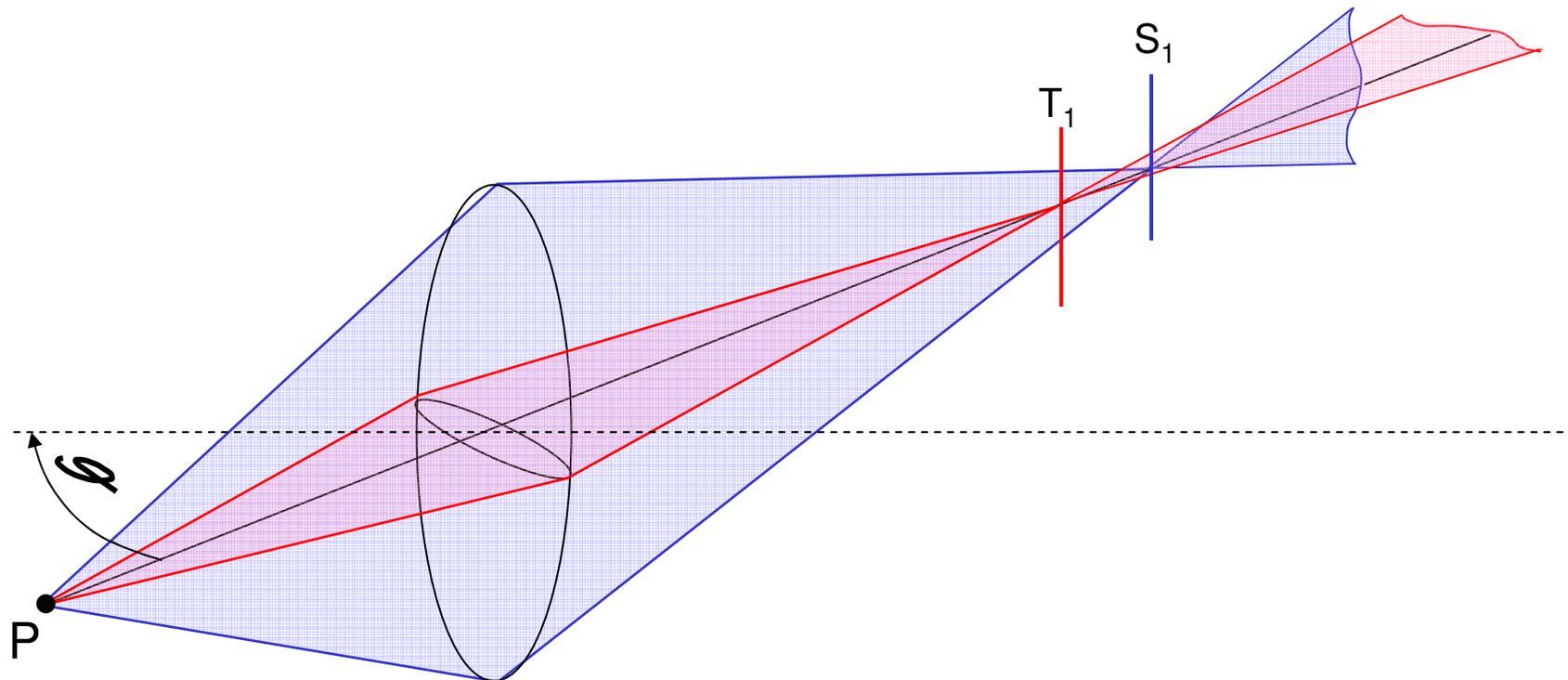
tonnenförmig

- Folge: gekrümmte Darstellung von Linien, die nicht durch den Bildmittelpunkt verlaufen
- gekrümmt dargestellt werden.
- kissen- oder tonnenförmige Verzeichnung abhängig davon, ob der Abbildungsmaßstab zum Bildrand hin zu oder abnimmt
- Markant insbesondere in der Fotografie bei extremen Tele- oder Weitwinkelobjektiven
- Korrektur: nur mit speziellen Objektiven aus mehreren Linsen möglich, Ablenden der Randstrahlen bewirkt keine Verbesserung

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Astigmatismus

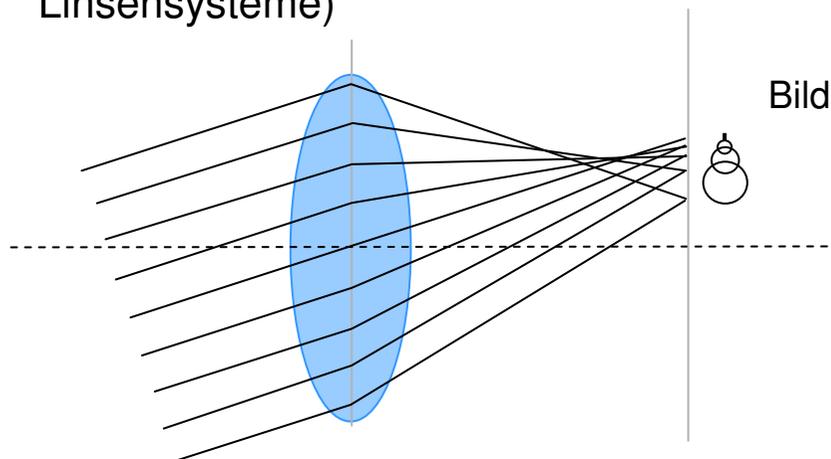
- Versatz der Bildpunkte zwischen den Strahlenbündeln in der Meridionalebene (rot) und der Saggitalebene (blau) bei schiefem Einfall (P außerhalb der optischen Achse)



Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Koma

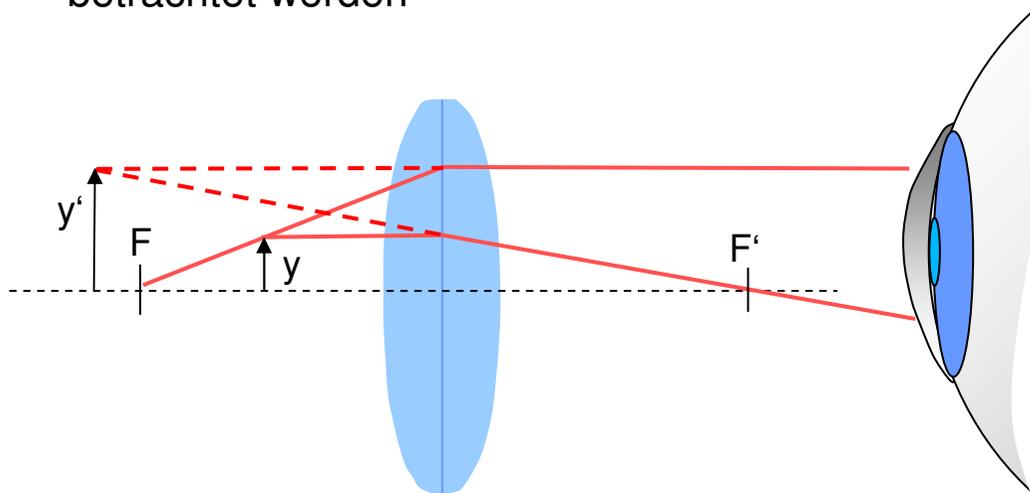
- Schräg eintreffende parallele Strahlenbündel eines Objektes außerhalb der optischen Achse werden auch schräg wieder gebündelt, dadurch Überlagerung von sphärischer Abberation und Astigmatismus
- Folge: Abbildung des Objektes mit einem zum Rand hin verlaufenden Schweif
- Korrektur
- leichte Fehlerbehebung durch Randstrahlablendung
- vollständige Korrektur nur durch speziell konstruierte Optiken (aplanate Linsensysteme)



Optische Geräte

Lupe

- Position des Objektes y : zwischen dem objektseitigen Brennpunkt und der Linsenvorderkante bzw. der Hauptebene
- Erzeugung eines aufrecht stehenden, gegenüber dem Objekt vergrößerten virtuelles Bildes y'
- vergrößertes Bild wird über die Linse des Auges auf die Netzhaut projiziert und kann somit betrachtet werden



- Virtueller Bildpunkt: Schnittpunkt der rückwärtig verlängerten Strahlen (z.B. Brennpunkt- Parallelstrahl)
- häufige Verwendung einer Lupe als Okular in anderen optischen Geräten zur Möglichkeit der Betrachtung mit dem menschlichen Auge
- Okular: Linse oder Linsensystem, durch das man mit dem Auge (lat. oculus) in ein optisches System blickt, Funktionsweise häufig wie eine Lupe

Interpretation virtuelles Bild: von der Linse gehen Strahlen aus, als würden sie von einem gegenüber dem Objekt y vergrößerten Objekt vor dem objektseitigen Brennpunkt stammen.

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Fernrohr und Lichtmikroskop

Fernrohr

Gerät mit meist 2 Linsensystemen:

- Objektiv: bildet ein weit entferntes Objekt in eine Zwischenebene ab, es entsteht ein umgekehrtes reelles Bild
- Okular: vergrößert dieses Bild und ermöglicht die Betrachtung mit dem Auge (häufig wie eine Lupe)

Lichtmikroskope

- erzeugen stark vergrößerte Bilder von kleinen Objekten
- Technische Ausführungen: einfache Varianten mit Linsen oder Linsensystemen (im Prinzip stark vergrößernde Lupen) oder Systeme mit Objektiv (erzeugt reelles Zwischenbild) und Okular zur Betrachtung

Viele Optische Geräte und Funktionsweisen lassen sich mit Kameras ausrüsten, was die Erfassung, Abspeicherung und computergestützte Verarbeitung der Bilddaten ermöglicht

Die optische Abbildung: Abbildungsfehler bei Linsen

Spezialausführungen von Lichtmikroskopen

Unterteilt nach dem lichtmikroskopischen Prinzip, z.B.

- Phasenkontrast-, Interferenzkontrastmikroskopie,
- Fluoreszenzmikroskopie
- Polarisationsmikroskopie
- Konfokalmikroskopie

Unterteilt nach der Anwendung, z.B.

- Messmikroskope: konventionelle Lichtmikroskope mit angepassten, meist hochwertigen Objektiven und Zusatzausrüstungen (z.B. Einblendung von Fadenkreuzen, Positioniersysteme) zur Bestimmung von Längen und Abständen von Objekten in Bildern

Wellenoptik

Lichteigenschaften: Kohärentes und inkohärentes Licht

Allg.: Maß für die Interferenzfähigkeit

Inkohärentes Licht: kurze Wellenzüge unterschiedlicher Phasenlage; Nachweis wellenoptischer Eigenschaften (Beugung, Interferenz), schwer bzw. nicht möglich

Kohärentes Licht (Nachweis wellenoptischer Eigenschaften möglich): lange Wellenzüge ($l \gg \lambda$) gleicher Phasenlage (zeitliche Kohärenz); Wellen müssen räumlich so zueinander angeordnet sein, dass tatsächlich Interferenz stattfindet und nachgewiesen werden kann (räumliche Kohärenz)

Erzeugung:

- Punktlichtquellen (z.B. mittels Lochblende) z.B. in Verbindung mit Farbfiltern
- Laser

Wellenoptik: Interferenz

Interferenz: Überlagerung von 2 oder mehr Wellen nach dem Superpositionsprinzip

Interferenzoptische Effekte lassen sich erzielen und darstellen bei kohärentem Licht gleicher Wellenlänge

Beispiel: Überlagerung von 2 Wellen gleicher Amplitude A , gleicher Wellenlänge, Schwingungsebenen und der Phasendifferenz φ :

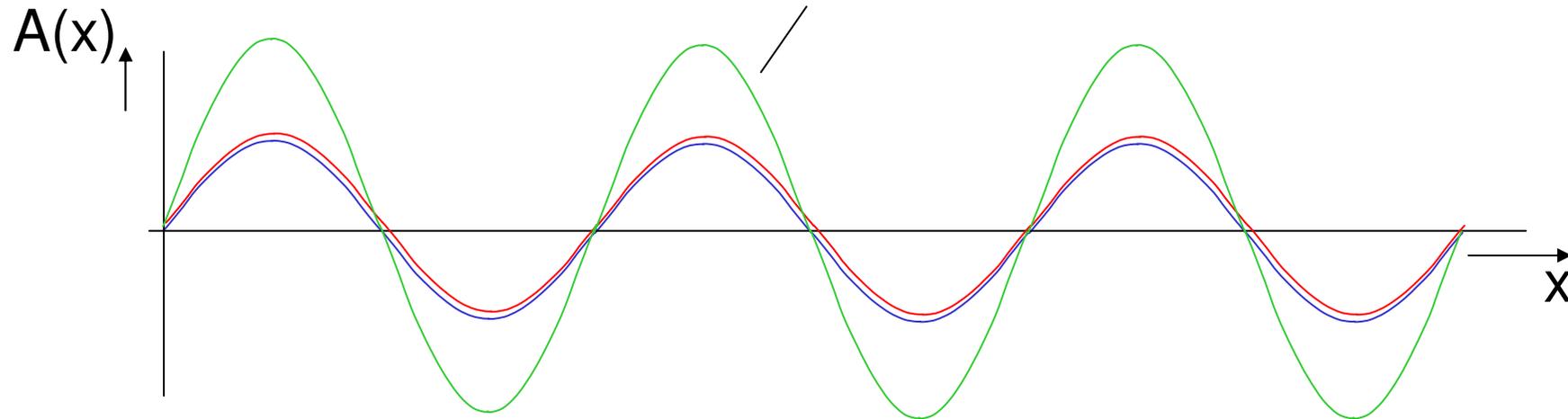
Im Falle gleicher Phasenlage ergibt sich die Amplitude der resultierenden Welle aus der Summe der Teilwellen, also $A_{\text{res}} = 2A$, die Phasenlage entspricht der ursprünglichen (gleichen) Phasenlage beider Wellen. Hier findet also eine Vergrößerung der ursprünglichen Amplituden statt: **konstruktive Interferenz**

Im Falle einer Phasenverschiebung beider Wellen um $\varphi = \pi$ löschen sich beide Wellen vollständig aus: **destruktive Interferenz**

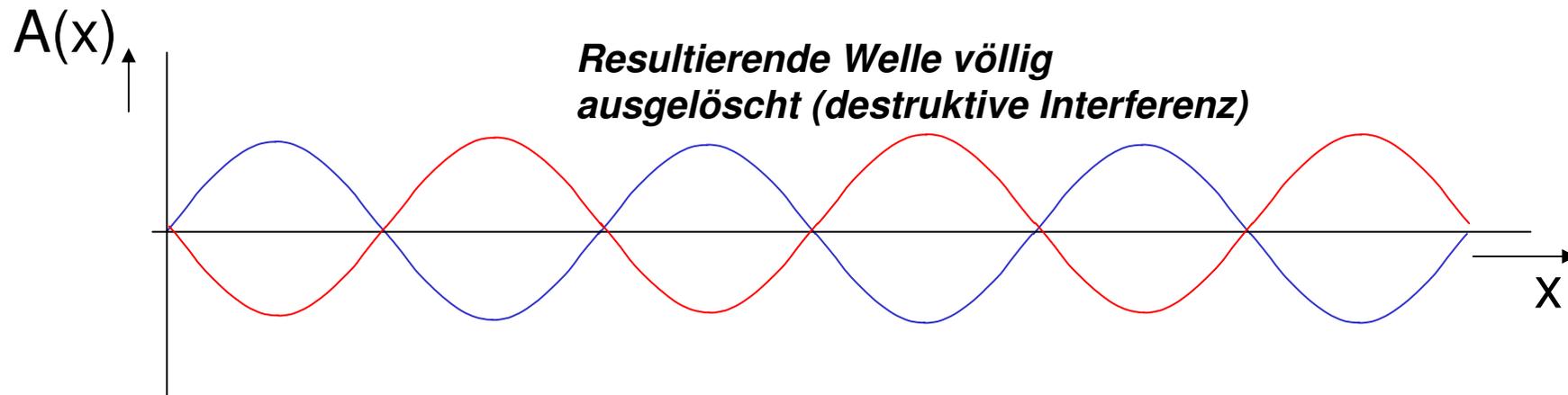
Für **beliebige Phasenverschiebungen** kann man die Amplitude und die Phasenverschiebung der resultierenden Welle z.B. mit trigonometrischen Beziehungen (Kosinussatz) oder der symbolischen Methode (Zeigeraddition) ermitteln

Wellenoptik: Interferenz

Resultierende Welle (konstruktive Interferenz)



Resultierende Welle völlig ausgelöscht (destruktive Interferenz)



Wellenoptik: Huygenssches Prinzip

Huygenssches Prinzip: Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer neuen Elementarwelle

Das bedeutet im Raum:

Jeder Punkt einer halbkugelförmigen Wellenfront ist wiederum Ausgangspunkt einer sich halbkugelförmig ausbreitenden Elementarwelle

In der Ebene:

Jeder Punkt einer halbkreisförmigen Wellenfront ist wiederum Ausgangspunkt einer sich halbkreisförmig ausbreitenden Elementarwelle

Eine Ausbreitung der neuen Elementarwelle nach hinten findet nicht statt; deshalb halbkugel- bzw. halbkreisförmige Ausbreitung in der ursprünglichen Richtung

Die neu entstanden Elementarwellen überlagern sich (interferieren) nach dem Superpositionsprinzip mit der ursprünglichen Welle

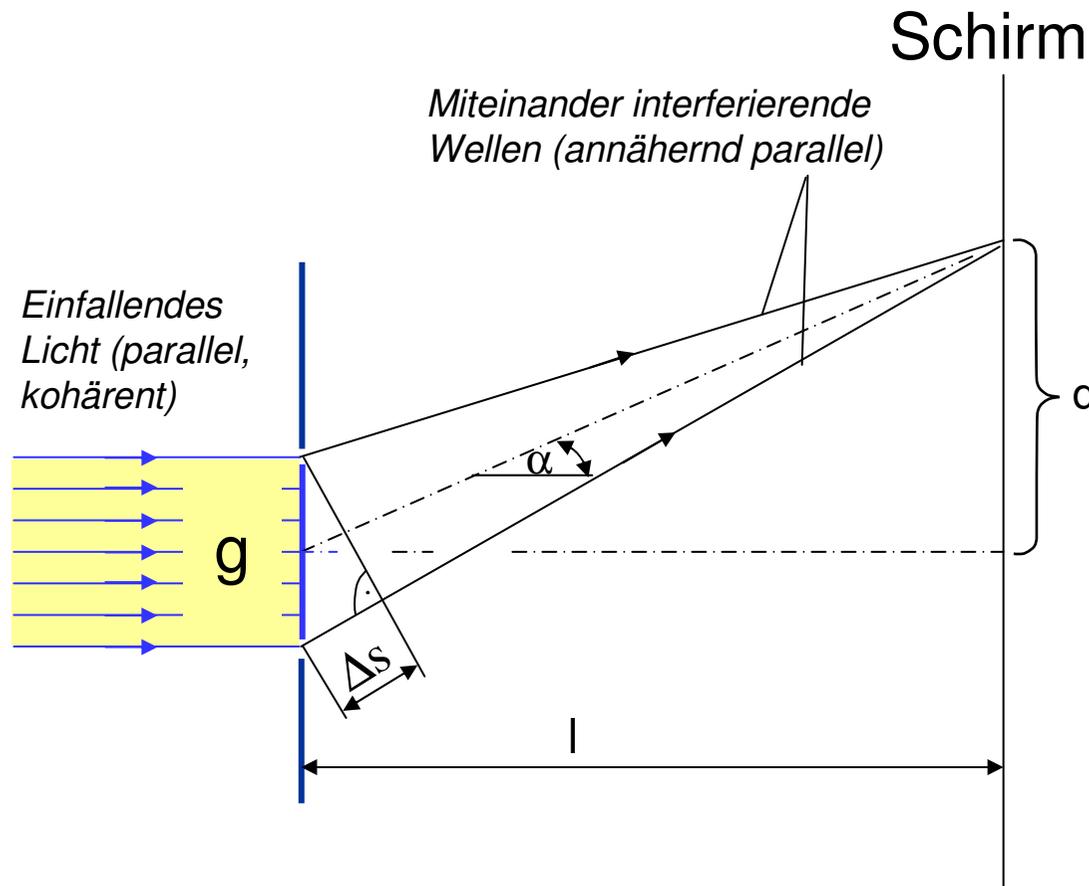
Wellenoptik: Huygenssches Prinzip

Schlussfolgerungen aus dem Huygensschen Prinzip

Eine Welle, welche sich ohne Hindernisse ausbreitet, interferiert mit den neu entstandenen Elementarwellen dergestalt, daß sich alle Anteile, welche von der ursprünglichen Ausbreitungsrichtung abweichen, gegenseitig aufheben, das Hugenssche Prinzip ist also in diesem Falle nicht nachweisbar

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, so befinden sich dahinter ein oder mehrere Gebiete, welche von der ursprünglichen Welle nicht erfasst werden. Die neuen Elementarwellen interferieren hier und heben sich mit den Anteilen der ursprünglichen Welle nicht auf. Es lassen sich Interferenzerscheinungen beobachten und nachweisen.

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Doppelspalt



Es gilt:

$$A_1(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

$$A_2(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda} + \Delta\varphi\right)$$

weiterhin:

$$\Delta s = g \cdot \sin \alpha$$

Voraussetzungen: $l \gg g \rightarrow$ interferierende Wellen sind nahezu parallel (Fraunhofersche Beugung); beide Wellen haben die gleiche Amplitude A

Beide Wellen überlagern sich summarisch (Interferenz)

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Doppelspalt

Für das Amplitudenquadrat der resultierenden Welle ergibt sich nach dem Kosinussatz

$$I \sim A_{res}^2 = 2A^2(1 - \cos(\pi - \Delta\varphi)) = 2A^2(1 + \cos\Delta\varphi) = 4A^2 \cos^2 \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Dieses ist definitionsgemäß proportional zur *Lichtintensität* I .

Mit $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta s}{\lambda}$ und $\Delta s = g \cdot \sin \alpha$

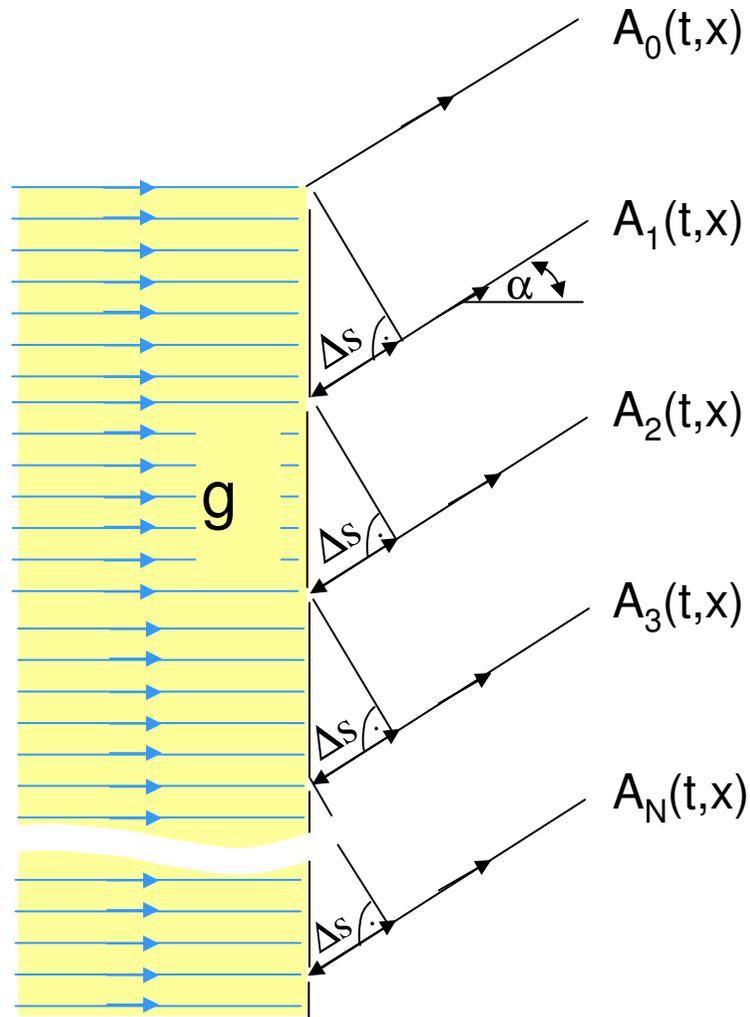
sowie der Definition $I_0 = A^2$

erhält man: $I = 4I_0 \cdot \cos^2 \left(2\pi \cdot \frac{g \cdot \sin \alpha}{2 \cdot \lambda} \right)$

Anwendung der Kleinwinkelnäherung: $\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{d}{l}$

$$\rightarrow I = 4I_0 \cdot \cos^2 \left(\pi \cdot \frac{d \cdot g}{\lambda \cdot l} \right)$$

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Mehrfachspalt (Gitter)



$$A_0(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda}\right)$$

$$A_1(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda} + \Delta\varphi\right)$$

$$A_2(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda} + 2\Delta\varphi\right)$$

:

$$A_N(t, x) = A \sin\left(\omega t + x \cdot \frac{2\pi}{\lambda} + \frac{N}{2} \Delta\varphi\right)$$

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Mehrfachspalt (Gitter)

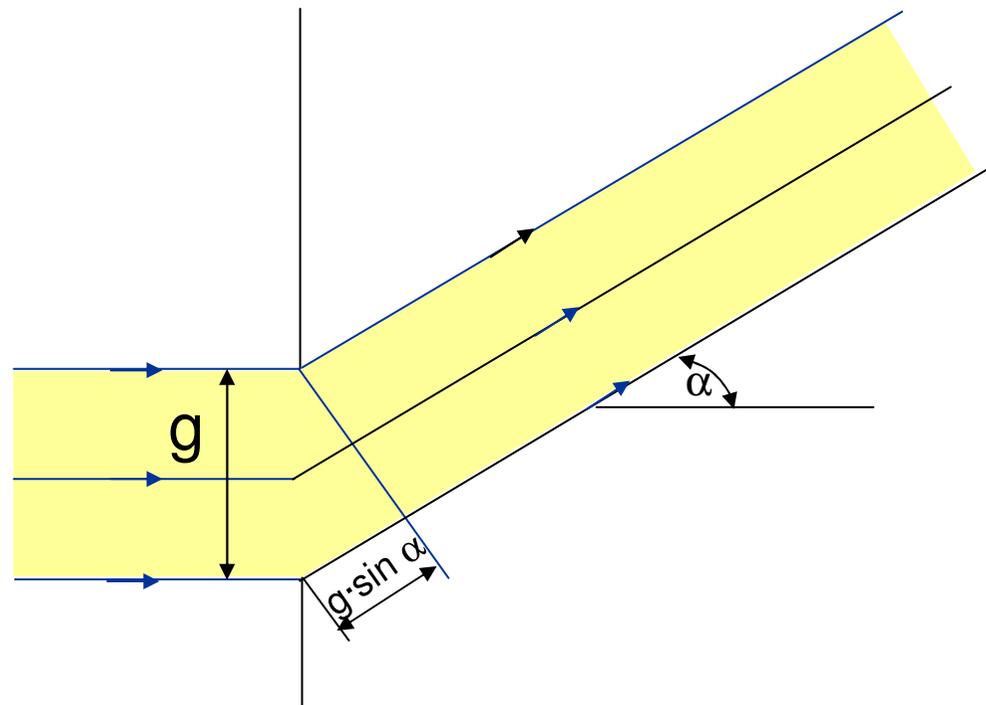
Zusammenfassung mit Hilfe trigonometrischer Beziehungen bzw. Zeigerarithmetik:

$$A_{res}(\Delta\varphi) = A \frac{\sin\left(N \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin \frac{\Delta\varphi}{2}}; \quad \text{Intensität: } I(\Delta\varphi) = A_{res}^2(\Delta\varphi) = A^2 \frac{\sin^2\left(N \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}}$$

mit $\Delta\varphi = 2\pi \frac{g \cdot \sin \alpha}{\lambda}$ und $\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{d}{l}$ (Kleinwinkelnäherung):

$$I(\alpha) = A_{res}^2(\alpha) = A_0^2 \frac{\sin^2\left(N\pi \frac{g \cdot d}{\lambda \cdot l}\right)}{\sin^2\left(\pi \frac{g \cdot d}{\lambda \cdot l}\right)}$$

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Einfachspalt



Übergang vom Mehrfachspalt mit endlichen Gitterabständen zum Einfachspalt mit beliebig dichten Gitterabständen und einer unendlichen Spaltanzahl ($N \rightarrow \infty$)

Gangunterschied zwischen benachbarten Teilwellen bei insgesamt N Teilwellen

$$\Delta s = \frac{g \sin \alpha}{N}$$

Daraus ergibt sich der Phasenunterschied zwischen benachbarten Wellen (2π entspricht λ)

$$\Delta \varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta s}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{g \cdot \sin \alpha}{N \cdot \lambda}$$

Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Einfachspalt

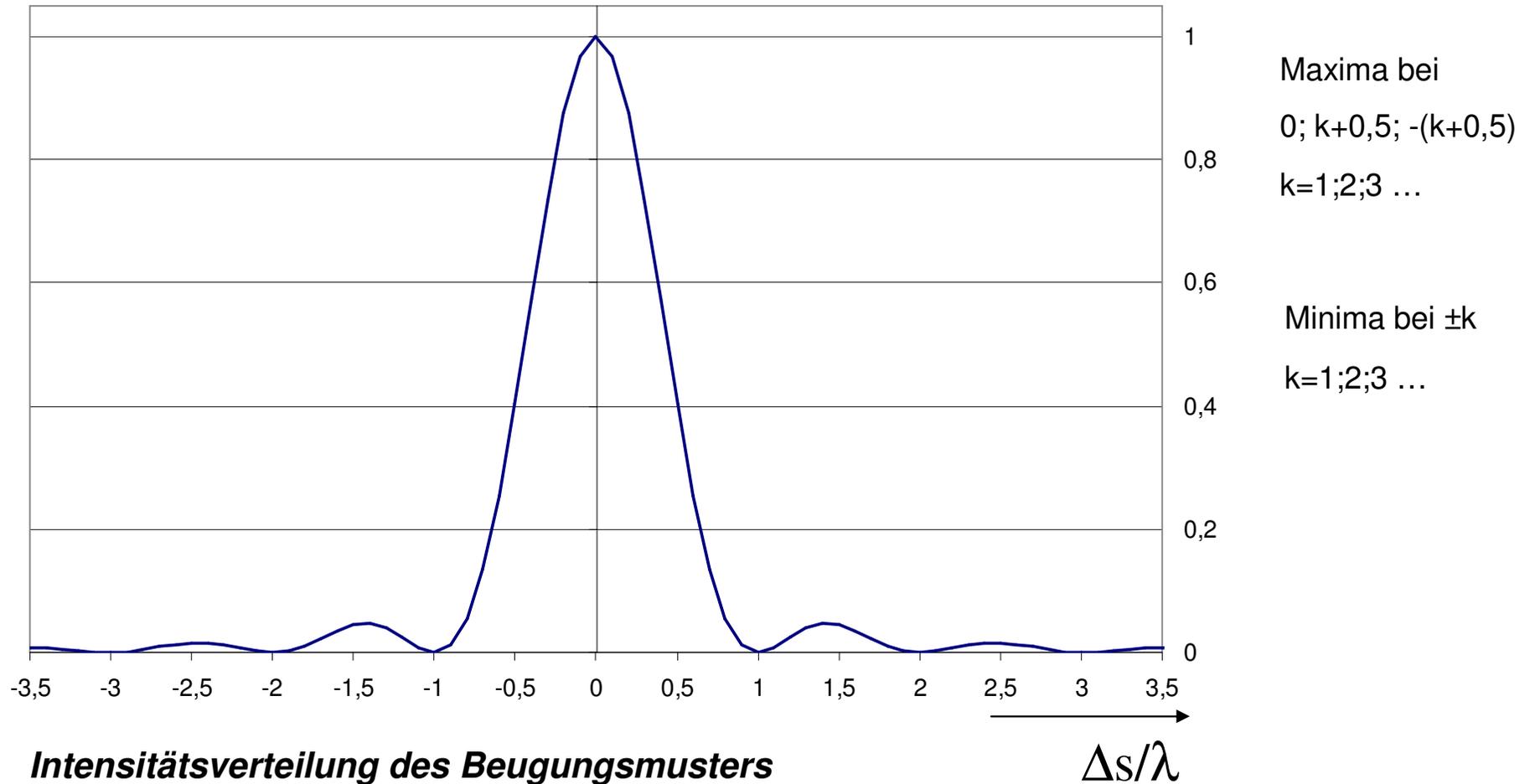
Einsetzen in Gl. Für Mehrfachspalt und Grenzübergang $N \rightarrow \infty$

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{I_0}{N^2} \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin \cdot \frac{\Delta\varphi}{2}} \right)^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{I_0}{N^2} \cdot \left(\frac{\sin\left(N \cdot \frac{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\frac{2\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha}{2}\right)} \right)^2$$

Wegen $N \rightarrow \infty$ Anwendung der Kleinwinkelnäherung $\sin \alpha \approx \alpha$ im Nenner:

$$I = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{I_0}{N^2} \cdot \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha\right)}{\frac{1}{N} \cdot \frac{\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha} \right)^2 = I_0 \cdot \frac{\left(\sin\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha\right) \right)^2}{\left(\frac{\pi}{\lambda} \cdot g \cdot \sin \alpha \right)^2}$$

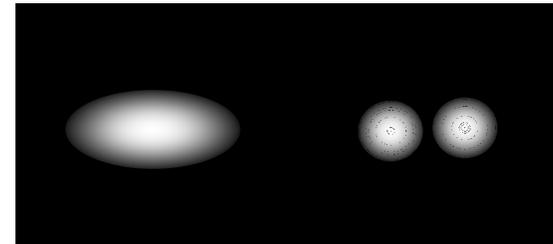
Wellenoptik: Interferenz / Beugung am Einfachspalt



Wellenoptik: Beugungsbegrenzung der Auflösung

Relaygh-Kriterium für die **Beugung am Spalt**: die Hauptmaxima der Beugungsfiguren zweier punktförmiger Objekte müssen mindestens soweit entfernt sein wie das Hauptmaximum vom ersten Minimum. Aus den Gleichungen für die Beugung am Spalt folgt dann für den Winkelabstand (Spaltbreite d):

$$\alpha_{\min} = \arcsin\left(\frac{\lambda}{d}\right) \approx \frac{\lambda}{d}$$



Übertragung auf die **Beugung an einer kreisförmigen Blende** (Blendendurchmesser d):

$$\alpha_{\min} = \arcsin\left(1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}\right) \approx 1,22 \cdot \frac{\lambda}{d}$$

Umrechnung in den kleinsten auflösbaren Abstand a_{\min} (Numerische Apertur NA)

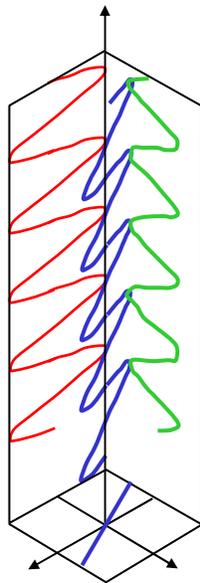
$$a_{\min} = \frac{1,22\lambda}{2 \cdot NA} \quad (\text{Abbesche Auflösungsgrenze des Mikroskops})$$

Wellenoptik: Polarisation

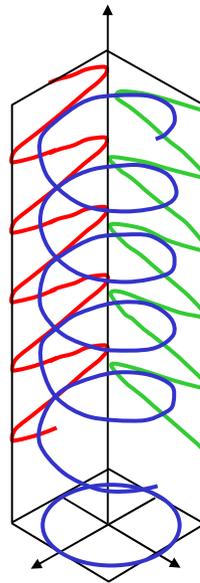
- Licht: elektromagnetische Welle mit Schwingungsrichtung transversal zur Ausbreitungsrichtung, in dieser Ebene nach allen Raumrichtungen möglich
- Unpolarisiertes Licht: Überlagerung von Wellen, die nach allen Richtungen schwingen.
- Polarisiertes Licht: Wellen schwingen in der gleichen Ebene
- Auftreten der Polarisation: natürlich z.B. bei Reflexion an bestimmten Oberflächen oder Brechung bei bestimmten Materialien, künstlich nmittels spezieller Anordnungen zur Polarisation (z.B. $\lambda/4$ -Plättchen)
- Anwendung der Polarisation in der Bildverarbeitung: z.B. Herausfiltern des direkten Reflexes bei stark spiegelnden Oberflächen (der direkte direkte Reflex ist häufig polarisiert, sodass bei Einsatz eines Polarisationsfilters entsprechender Orientierung der direkte Reflex herausgefiltert werden kann)

Wellenoptik: Polarisation

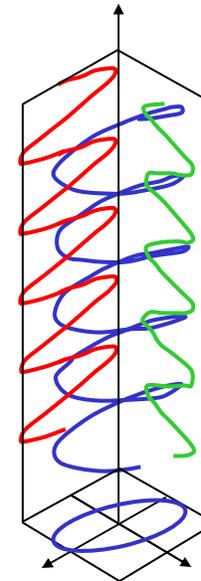
3 Formen von polarisiertem Licht:



Linear polarisiertes Licht: Schwingungen in einer bestimmten Richtung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung.



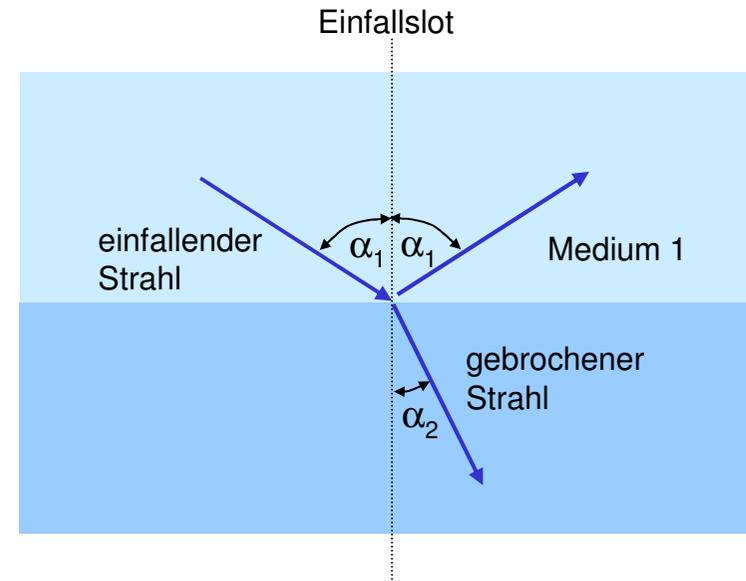
Zirkular polarisiertes Licht: Die Schwingungsebene des elektrischen Feldes dreht sich bei konstanter Feldstärke.



Elliptisch polarisiertes Licht: Ähnlich wie zirkular polarisiertes Licht, nur ändert sich hier die Feldstärke der elektromagnetischen Welle elliptisch.

Fresnel-Gleichungen

Trifft ein Lichtstrahl auf eine transparente Oberfläche, so treten unter bestimmten Umständen sowohl Brechung als auch Reflexion auf. Die jeweiligen Anteile lassen sich mit den Fresnel-Gleichungen ermitteln. Diese sind aus den Maxwell'schen Gleichungen abgeleitet



Fresnel-Gleichungen

ρ - Reflexionsverhältnis der Amplituden; σ - Transparenzverhältnis (jeweils bezogen auf einfallenden Strahl)

\vec{E} - Vektor des elektrischen Feldes der Welle

\vec{E} senkrecht zur Einfallsebene

$$\rho = -\frac{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\sigma = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

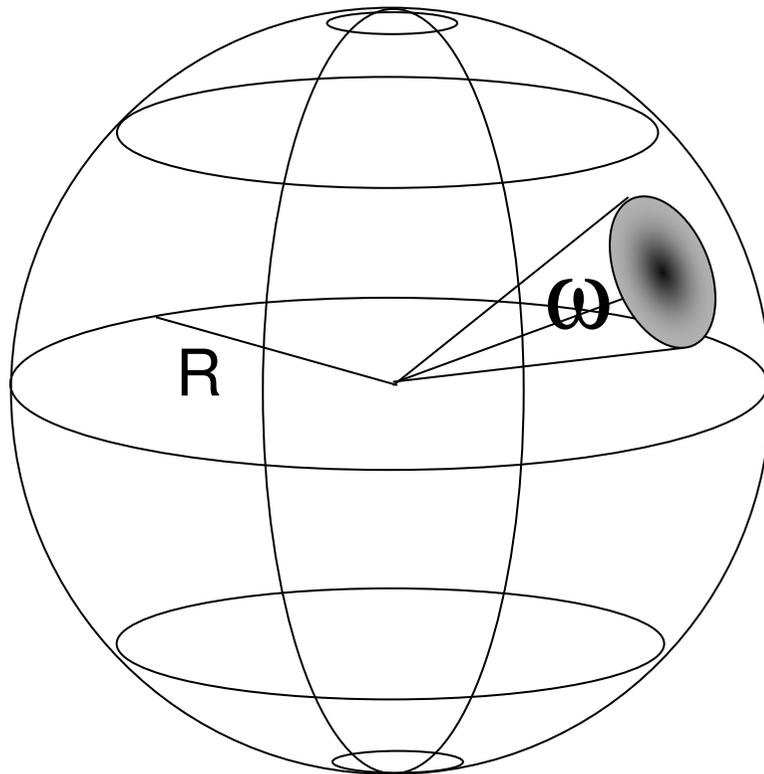
\vec{E} parallel zur Einfallsebene

$$\rho = -\frac{\tan(\alpha_1 - \alpha_2)}{\tan(\alpha_1 + \alpha_2)}$$

$$\sigma = \frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_1}{\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \cos(\alpha_1 - \alpha_2)}$$

Grundlagen zur Lichttechnik: Raumwinkel

Definition des Raumwinkels Ω



Der Raumwinkel ist definiert als Fläche auf einer Einheitskugel mit dem Radius 1m, welche durch einen Kegel herausgeschnitten wird, dessen Spitze sich im Kugelmittelpunkt befindet. Die Maßeinheit heißt sr (Steradian): $1 \text{ sr} = 1 \text{ m}^2/\text{m}^2$.

Es gilt:

$$\Omega = 2\pi \left(1 - \cos \frac{\omega}{2}\right)$$

mit ω – ebener Öffnungswinkel des Kegels

Ein Raumwinkel von **1sr** entspricht einem ebenen Winkel **ω von 66°**

Der Raumwinkel einer Vollkugel beträgt

$$\Omega = 4\pi \text{ sr}$$

Grundlagen zur Lichttechnik: strahlungsphysikalische und lichttechnische (fotometrische) Größen

Physikalische Größe	SI-Einheit	fotometrische Entsprechung	SI-Einheit
Strahlungsenergie	J	Lichtmenge	lm·s
Strahlungsfluss Φ_e	W	Lichtstrom Φ	lm (lumen)
Bestrahlung H_e	J/m ²	Belichtung H	lm·s·m ⁻²
Strahlstärke I	W/sr	Lichtstärke	cd (candela)
Bestrahlungsstärke E_e	W/m ²	Beleuchtungsstärke E	lx (lux)
Strahldichte L ; L_Ω	W·m ⁻² ·sr ⁻¹	Leuchtdichte L	cdm ⁻²

Beziehungen zwischen den fotometrischen Größen

$$1 \text{ lx} = 1 \text{ lm} \cdot \text{m}^{-2}$$

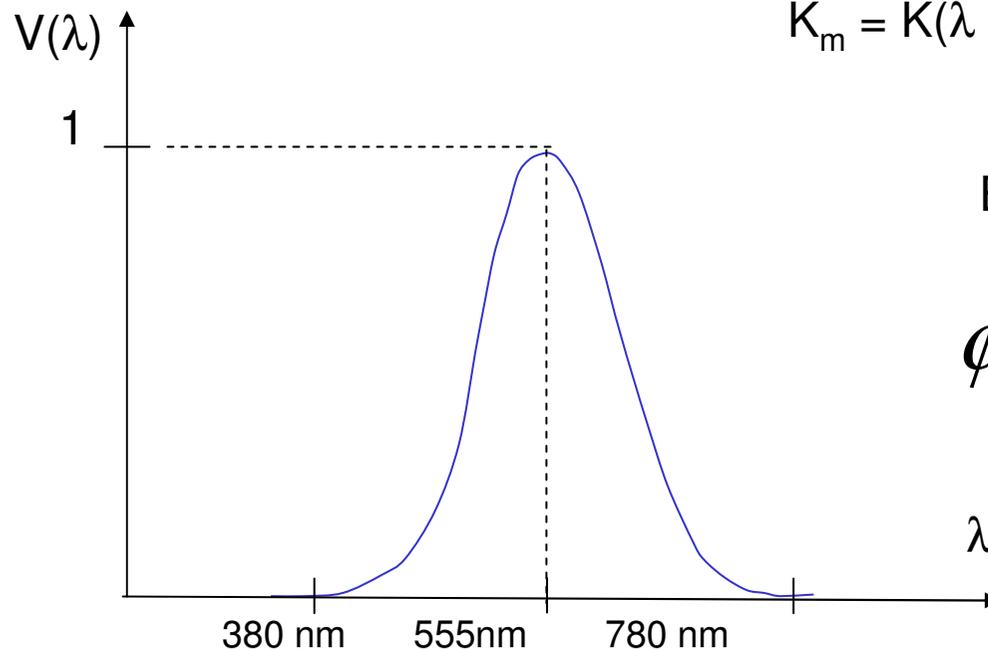
$$1 \text{ cd} = 1 \text{ lm sr}^{-1}$$

Grundlagen zur Lichttechnik: strahlungsphysikalische und lichttechnische (fotometrische) Größen

Basis für die Umrechnung zwischen strahlungsphysikalischen und lichttechnischen Größen: **Fotometrisches Strahlungsäquivalent**

$$K(\lambda) = K_m \cdot V(\lambda)$$

$$K_m = K(\lambda = 555\text{nm}) = 683 \text{ lumen / Watt}$$



Hellempfindlichkeit des Auges (Tagsehen)

Es gilt:

$$\phi_v = K_m \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \frac{\partial \phi_e}{\partial \lambda} \cdot V(\lambda) d\lambda$$