

Grundpraktikum der Physik
Versuch 22: Reflexion von Licht an
Glas-Luft-Grenzflächen

Andreas Birnesser
andreas@wirtschaftsphysik.de

Sascha Wagner
sascha@wirtschaftsphysik.de

Juli 2001

INHALTSVERZEICHNIS 1

Inhaltsverzeichnis

1	THEORETISCHE GRUNDLAGEN	3
1.1	Einleitung	3
1.2	Die Maxwellschen Gleichungen	3
1.3	Materialgleichungen	4
1.4	Herleitung der Wellengleichung	4
1.5	Dispersionsrelation	6
1.6	Transversalität einer elektromagnetischen Welle	6
1.7	Polarisation	7
1.7.1	Lineare Polarisation	7
1.7.2	Zirkulare Polarisation	7
1.7.3	Elliptische Polarisation	8
1.8	Polarisationsapparate	8
1.9	Der Brewsterwinkel	9
1.10	E-Feldvektor an Grenzflächen	10
1.11	Energiedichte und Energieströmung	11
1.12	Herleitung der Fresnelschen Gleichungen	11
2	VERSUCHSBESCHREIBUNG	16
3	VERSUCHSAUSWERTUNG	18
3.1	Senkrechte Polarisation	19
3.1.1	Erstes Maximum	19
3.1.2	Zweites Maximum	21
3.2	Parallele Polarisation	23
3.2.1	Erstes Maximum	23
3.2.2	Zweites Maximum	25
4	FEHLERDISKUSSION	27

Abbildungsverzeichnis

1	Brewsterwinkel	9
2	Integrationsweg	10
3	Senkrechter Einfall	12
4	Paralleler Einfall	14
5	Aufbau des Goniometers	16
6	Reflektionen an der Glasplatte	17
7	Erstes Maximum bei senkrechter Polarisation	20
8	Zweites Maximum bei senkrechter Polarisation	22
9	Erstes Maximum bei paralleler Polarisation	24
10	Zweites Maximum bei paralleler Polarisation	26

1 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

1.1 Einleitung

In diesem Versuch befassen wir uns mit Reflexion an Luft-Glas Grenzflächen. Diese lassen sich durch die Fresnelschen Formeln beschreiben. Im Versuchsteil werden wir durch Messungen die Fresnelschen Formeln auf ihre Richtigkeit überprüfen.

1.2 Die Maxwell'schen Gleichungen

Die Maxwell'schen Gleichungen in differentieller Form lauten:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (1)$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = \varrho \quad (3)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (4)$$

Die Maxwell'schen Gleichungen in integraler Form lauten:

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = \int \vec{j} d\vec{A} + \frac{d}{dt} \int \vec{D} d\vec{A} \quad (5)$$

$$\oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d}{dt} \int \vec{B} d\vec{A} \quad (6)$$

$$\oint \vec{D} d\vec{A} = \int \varrho dV \quad (7)$$

$$\oint \vec{B} d\vec{A} = 0 \quad (8)$$

Die integrale Form der Maxwell'schen Gleichungen ist mit der differentiellen Form durch die Integralsätze von Gauß und Stokes verbunden.

Das erste Maxwell'sche Gesetz (1) stellt eine Verallgemeinerung des Ampereschen Durchflutungsgesetzes dar. In einem Stromkreis mit einem Kondensator, in welchem ein zeitlich veränderlicher Strom fließt, führt das Amperesche Durchflutungsgesetz zu einem Widerspruch. Deshalb wurde von James Clerk Maxwell der Begriff des Verschiebungsstromes eingeführt, so daß auch der Kondensator vollständig beschrieben werden konnte. Aus diesem Grund wird das Durchflutungsgesetz um einen additiven Term $\dot{\vec{D}}$ ergänzt.

Die allgemeine Aussage des ersten Maxwell'schen Gesetzes (1) lautet:

Magnetfelder werden nicht nur von Strömen erzeugt, sondern auch von zeitlich veränderlichen elektrischen Feldern.

Das zweite Maxwellsche Gesetz (2) ist äquivalent zum Faradayschen Induktionsgesetz und begründet, daß bei einer Änderung des Magnetfeldes ein elektrisches Wirbelfeld erzeugt wird.

Das dritte Maxwellsche Gesetz (3) macht eine Aussage über die Quellen und Senken des D-Feldes, welche von der elektrischen Ladungsdichte ρ abhängig sind.

Das vierte Maxwellsche Gesetz (4) sagt aus, daß das B-Feld keine Quellen oder Senken hat. Analog dazu ist die Aussage, daß es keine magnetischen Monopole gibt und alle Magnetfeldlinien geschlossen sind.

1.3 Materialgleichungen

Die vier Maxwellschen Gleichungen für die sechs Größen \vec{E} , \vec{D} , \vec{B} , \vec{H} , ρ und \vec{j} werden durch weitere Gleichungen, die sogenannten Materialgleichungen ergänzt. Die Materialgleichungen beschreiben die elektrischen und magnetischen Eigenschaften eines Mediums.

$\rho = 0$	elektrisch neutraler Körper
$\rho = \rho(\vec{r})$	elektrisch geladener Körper
$\vec{j} = 0$	Isolator
$\vec{j} = \sigma \vec{E}$	ohmscher Widerstand mit Leitfähigkeit σ
$\vec{j} = \vec{j}(\vec{E})$	nichtohmscher Widerstand
$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$	normaler dielektrischer Zusammenhang
$\vec{D} = \vec{D}(\vec{E})$	Hystereseverhalten, ferroelektrisch
$\vec{B} = \overleftarrow{\mu} \mu_0 \vec{H}$	Dia- und Paramagnetismus
$\vec{B} = \vec{B}(\vec{H})$	Hystereseverhalten, Ferromagnetismus

1.4 Herleitung der Wellengleichung

Licht als elektromagnetische Welle muß den Maxwellschen Gleichungen gehorchen. Aus diesem Grund muß die allgemeine Wellengleichung aus den Maxwellschen Gleichungen abgeleitet werden können. Aus Gleichung (2) folgt:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla \times \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Gleichung (1) kann mit Hilfe der Materialgleichungen umgeschrieben werden zu:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{j} + \mu \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung können wir nun \vec{B} eliminieren und erhalten:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\mu \vec{j} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

Das Mehrfach-Kreuzprodukt kann nun mit Hilfe der nachfolgenden Vektoridentität vereinfacht werden

$$\nabla \times (\nabla \times) = \nabla (\nabla \cdot) - \nabla^2$$

Dies führt schließlich zu:

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \nabla(\varrho/\varepsilon)$$

Im Vakuum (ladungsfreier Raum), als nichtleitendes Medium, sind $\varrho = 0$ und $\vec{j} = 0$. Daher ergibt sich die Wellengleichung:

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (9)$$

Jede Lösung der Wellengleichung ist zweimal stetig differenzierbar und besitzt das Argument $(\omega t + \vec{k} \cdot \vec{x} + \phi)$.

Aus der Wellengleichung (9) im Vakuum bzw. in Materie kann die Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektromagnetischen Wellen abgeleitet werden:

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (10)$$

$$v_{Phase} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r}} \quad (11)$$

Der Brechungsindex eines Mediums ist definiert als Verhältnis der Ausbreitungsgeschwindigkeit der elektromagnetischen Welle im Vakuum und in Materie. Allerdings gilt die folgende Gleichung nicht immer. Hat die Materie beispielsweise Dipolcharakter, kann nicht auf diese Weise argumentiert werden.

$$n = \frac{c_0}{v_{Phase}} = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (12)$$

1.5 Dispersionsrelation

Man setzt nun für die elektromagnetische Welle den exponentiellen Ansatz

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t + \vec{k}\vec{x} + \phi)} \quad (13)$$

in die Wellengleichung (9) ein:

$$\begin{aligned} \ddot{\vec{E}} &= -\omega^2 \vec{E}_0 e^{i(\omega t + \vec{k}\vec{x} + \phi)} \\ \nabla^2 \vec{E} &= -\vec{k}^2 \vec{E}_0 e^{i(\omega t + \vec{k}\vec{x} + \phi)} \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich die sogenannte Dispersionsrelation:

$$|\vec{k}| = \frac{\omega}{c} \quad (14)$$

1.6 Transversalität einer elektromagnetischen Welle

In der folgenden Herleitung soll gezeigt werden, daß die Polarisation einer elektromagnetischen Welle nur unter der Voraussetzung der Transversalität zu erklären ist.

Nach Gleichung (3) gilt im ladungsfreien Raum ($\rho = 0$)

$$\nabla \vec{E} = 0$$

Für die elektromagnetische Welle setzt man nun den exponentiellen Ansatz (13) ein. Es ergibt sich:

$$\nabla \vec{E} = \vec{E}_0 i \vec{k} e^{i(\omega t + \vec{k}\vec{x} + \phi)} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{E}_0 \vec{k} = 0$$

Daraus folgt, daß die Ausbreitungsrichtung, welche durch \vec{k} gegeben ist, senkrecht auf \vec{E}_0 stehen muß. Das heißt die elektromagnetische Welle muß transversalen Charakter haben.

1.7 Polarisation

Wir betrachten zwei orthogonale elektromagnetische Störungen, welche sich in z -Richtung ausbreiten. Sie können in der Form

$$\vec{E}_x(z, t) = E_{0x} \cos(kz - \omega t) \vec{e}_x \quad (15)$$

und

$$\vec{E}_y(z, t) = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \vec{e}_y \quad (16)$$

dargestellt werden, wobei δ der relative Phasenunterschied zwischen beiden Wellen ist. Die aus dem Superpositionsprinzip resultierende elektromagnetische Welle kann wie folgt dargestellt werden.

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_x(z, t) + \vec{E}_y(z, t) = \begin{pmatrix} E_{0x} \cos(kz - \omega t) \\ E_{0y} \cos(kz - \omega t + \delta) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

1.7.1 Lineare Polarisation

Licht ist eine elektromagnetische transversale Welle. Ändert sich die Orientierung des \vec{E} -Feldes nur in seinem Betrag und dem Vorzeichen und nicht in der Richtung, so spricht man von einer **linear polarisierten oder plan-polarisierten Welle**. Das elektrische Feld liegt deshalb in der sogenannten **Schwingungsebene**. Diese feststehende Ebene enthält sowohl den elektrischen Feldvektor \vec{E} , als auch den Fortpflanzungs- oder Wellenvektor \vec{k} . Betrachtet man Gleichung (17), so erhält man eine linear polarisierte Welle mit $\delta = \pm k\pi$.

1.7.2 Zirkulare Polarisation

Ein weiterer interessanter Spezialfall liegt vor, wenn beide Einzelwellen gleiche Amplituden besitzen, d.h. wenn $E_{0x} = E_{0y} = E_0$ gilt, und außerdem ihr relativer Phasenunterschied $\delta = -\pi/2 + 2m\pi$, wobei $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ beträgt. Dementsprechend ergibt sich für Gleichung (17)

$$\vec{E}(z, t) = \begin{pmatrix} E_0 \cos(kz - \omega t) \\ E_0 \sin(kz - \omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (18)$$

Die skalare Amplitude, d.h. der Betrag von \vec{E} ist zeitlich konstant. Die Richtung von \vec{E} verändert sich jedoch mit der Zeit und liegt somit nicht mehr, wie bei der linearen Polarisation, in einer Ebene. Der elektrische Feldvektor dreht sich also mit der Zeit in einem Kreis. Deshalb spricht man von einer **zirkular polarisierten Welle**.

Man kann desweiteren zwischen einer rechts und einer links zirkular polarisierten Welle unterscheiden. Bei der rechts polarisierten Welle sieht ein Beobachter, auf den die Welle zukommt, den elektrischen Feldvektor mit der Kreisfrequenz ω nach rechts drehend.

1.7.3 Elliptische Polarisation

Bezogen auf die mathematische Beschreibung ist sowohl die lineare Polarisation, als auch die zirkulare Polarisation ein Spezialfall der **elliptischen Polarisation**. Damit bezeichnet man eine elektromagnetische Welle, deren Feldvektor sowohl seinen Betrag ändert, als sich auch in der Zeit dreht.

Gleichung (16) kann wie folgt dargestellt werden:

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t) \cos \delta - \sin(kz - \omega t) \sin \delta \quad (19)$$

Durch Kombination mit Gleichung (15) ergibt sich:

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \delta = -\sin(kz - \omega t) \sin \delta \quad (20)$$

Aus Gleichung (15) folgt:

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2} \quad (21)$$

Setzt man dies in die vorherige Gleichung ein, so erhält man

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\cos \delta = \sin^2 \delta \quad (22)$$

Dies ist die Gleichung einer Ellipse.

1.8 Polarisationsapparate

Kristalle oder Filter, die aus natürlichem Licht polarisiertes machen, heißen **Polaristoren**. Dieselben Vorrichtung kann auch als **Analysator** dienen, mit dem man die Polarisation und die Schwingungsrichtung nachweist. Ein linearer Polarisator läßt nur Licht einer bestimmten Schwingungsebene durch. Die durchgelassene Amplitude sei A . Ein anderer Polarisator, der gegen den ersten um einen Winkel α gedreht ist, läßt von A wieder nur die Komponente $A' = A \cos \alpha$ durch, die in seine Durchlaßebene fällt.

Die entsprechenden Intensitäten sind Proportional zu A'^2 :

$$I' = I_0 \cos^2 \alpha \quad (23)$$

Durch Drehung kann man nun eine präzise Intensitätsänderung bestimmen. Gekreuzte Polarisatoren ($\alpha = 90^\circ$) lassen kein Licht durch, außer wenn sich auf dem Lichtweg zwischen ihnen Vorgänge abspielen, die den Polarisationszustand oder seinen Schwingungszustand ändern.

1.9 Der Brewsterwinkel

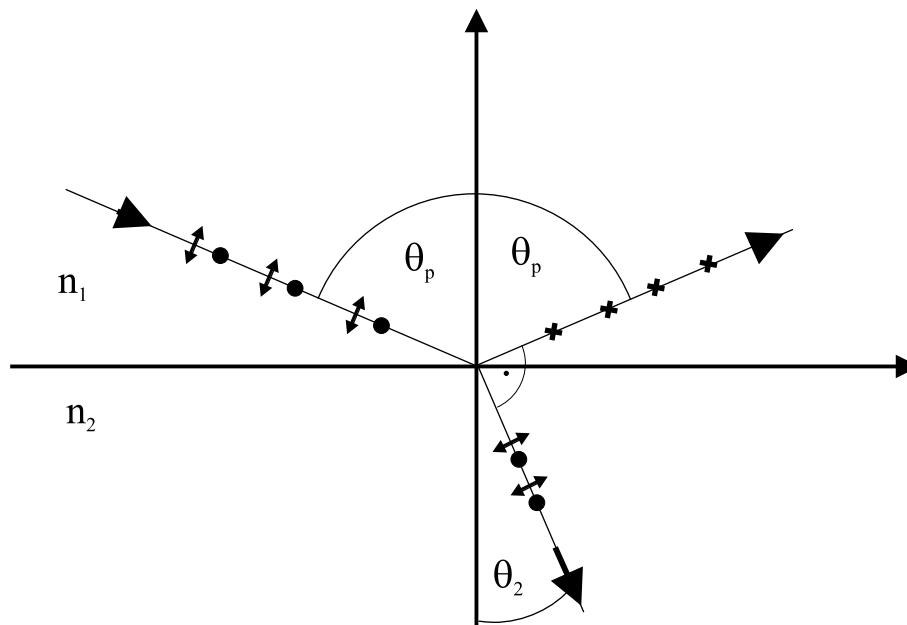


Abbildung 1: Brewsterwinkel

Wenn unpolarisiertes Licht an der Grenzfläche zwischen zwei Medien reflektiert wird, dann ist das reflektierte Licht teilweise polarisiert. Das Ausmaß der Polarisation hängt ab von Einfallswinkel und von den Brechzahlen der beiden Medien. Hat der Einfallswinkel gerade so einen Wert, daß der reflektierte und der gebrochene Strahl aufeinander senkrecht stehen, so ist der reflektierte Strahl vollständig senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Diese Gesetzmäßigkeit wurde 1812 auf experimentellem Wege von David Brewster entdeckt.

Tritt dieses Phänomen auf, so wird der Winkel zwischen Lot und reflektiertem Strahl Polarisationswinkel oder Brewster Winkel θ_p genannt. Der einfallende Strahl läßt sich in zwei Komponenten zerlegen, eine Komponente parallel zur Einfallsebene und eine senkrecht zur Einfallsebene. Trifft der Strahl auf die Grenzfläche, so treten in den Molekülen Dipolschwingungen in Richtung des elektrischen Feldes auf.

Ein Hertzscher Dipol strahlt seine Leistung in Richtung senkrecht zur Dipolachse ab, während in Richtung parallel zur Dipolachse keine Leistung abgestrahlt wird. Wenn nun der reflektierte Strahl senkrecht zum gebrochenen steht, so tritt in ihm keine parallele Komponente mehr auf. Unter dem Brewsterwinkel ist also das reflektierte Licht vollständig senkrecht zur Einfallsebene polarisiert. Das Brechungsgesetz von Snellius:

$$n_1 \sin \theta_p = n_2 \sin \theta_2$$

Hierbei ist der Einfallswinkel θ_1 durch den Polarisationswinkel θ_p ersetzt worden. Zwischen dem reflektierten Strahl und dem Polarisationswinkel besteht folgende Beziehung:

$$\theta_2 = 90^\circ - \theta_p$$

Daraus erhält man dann die Beziehung für den Brewsterwinkel:

$$\tan \theta_p = \frac{n_2}{n_1} \quad (24)$$

1.10 E-Feldvektor an Grenzflächen

An einer Grenzfläche zwischen Medium 1 mit n_1 und Medium 2 mit n_2 kann man auf die differentielle Maxwellgleichung ein Oberflächenintegral folgendermaßen anwenden:

$$\int_R \text{rot} \vec{E} d\vec{A} = \int_R -\dot{\vec{B}} d\vec{A} \quad (25)$$

wobei R die Kurve eines Rechtecks über der Grenzfläche ist.

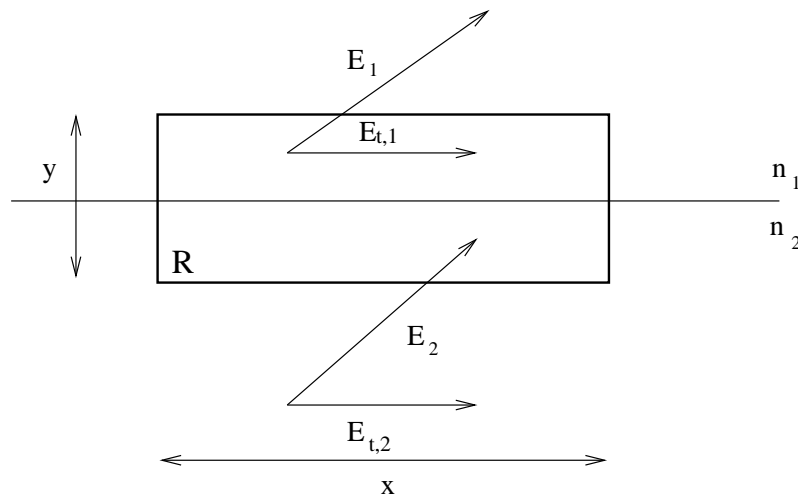


Abbildung 2: Integrationsweg

Mit Hilfe des Stokeschen Satzes folgt die Gleichung:

$$\int_S \vec{E} d\vec{S} = \int_R -\dot{\vec{B}} d\vec{A} \quad (26)$$

Beim Grenzübergang $y \rightarrow 0$ geht auch $A \rightarrow 0$. Daher geht die rechte Seite von Gleichung (26) $\rightarrow 0$ und vom Linienintegral bleiben nur noch die beiden, zur Oberfläche tangentialen Komponenten des Rechtecks übrig, d.h.

$$\vec{E}_{t,1x} - \vec{E}_{t,2x} = 0 \quad (27)$$

Hieraus folgt, daß die Tangentialkomponente des E-Feldvektors beim Übergang zwischen zwei Medien stetig ist.

Die Eigenschaft der Stetigkeit an Grenzflächen gilt neben \vec{E}_t noch für folgende Komponenten: \vec{H}_t , \vec{B}_n und \vec{D}_n

1.11 Energiedichte und Energieströmung

Eine ebene ungedämpfte Welle hat die Energiedichte

$$w = \frac{1}{2}(ED + HB) = \varepsilon\varepsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2. \quad (28)$$

Die Energie der Welle steckt zur Hälfte im elektrischen und zur Hälfte im magnetischen Feld. Räumlich ist die Energie in plattenförmigen Bündeln konzentriert an den Stellen mit maximalem E und H. Dazwischen liegen energiearme Zonen. Die Energiebündel wandern mit der Geschwindigkeit

$$v_{Phase} = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$$

Das bedeutet einen Energiestrom mit der Dichte

$$S = wv_{Phase} = \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{c_0}{n} \varepsilon\varepsilon_0 \vec{E}^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0}{\mu\mu_0}} \vec{E}^2 = EH. \quad (29)$$

Diese Energie strömt senkrecht zu \vec{E} und \vec{H} , die beide ihrerseits senkrecht aufeinander stehen. Alle diese Eigenschaften drückt der **Poynting-Vektor**

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (30)$$

aus, der ganz allgemein die Energiestromdichte im elektromagnetischen Feld angibt.

1.12 Herleitung der Fresnelschen Gleichungen

Wir wollen nun im Folgenden die Abhängigkeiten der Amplituden des einfallenden Strahles $\vec{E}_i(\vec{r}, t)$, des reflektierten Strahls $\vec{E}_r(\vec{r}, t)$ und des transmittierten Strahles $\vec{E}_t(\vec{r}, t)$ untersuchen. Zu diesem Zweck nehmen wir an, daß eine ebene, monochromatische Welle auf eine ebene Fläche einfällt, die zwei isotrope Medien trennt. Welche Polarisation die Welle auch immer hat, wir werden ihre \vec{E} - und \vec{B} -Felder in Komponenten zerlegen, die parallel und senkrecht zur Einfallsebene sind, und sie getrennt behandeln.

Für die Gleichungen der elektrischen Felder machen wir folgende allgemeingültigen Ansätze:

$$\vec{E}_i = \vec{E}_{0i} \cos(\vec{k}_i \vec{r} - \omega_i t) \quad (31)$$

$$\vec{E}_r = \vec{E}_{0r} \cos(\vec{k}_r \vec{r} - \omega_r t + \varepsilon_r) \quad (32)$$

$$\vec{E}_t = \vec{E}_{0t} \cos(\vec{k}_t \vec{r} - \omega_t t + \varepsilon_t) \quad (33)$$

Fall 1: \vec{E} senkrecht zur Einfallsebene

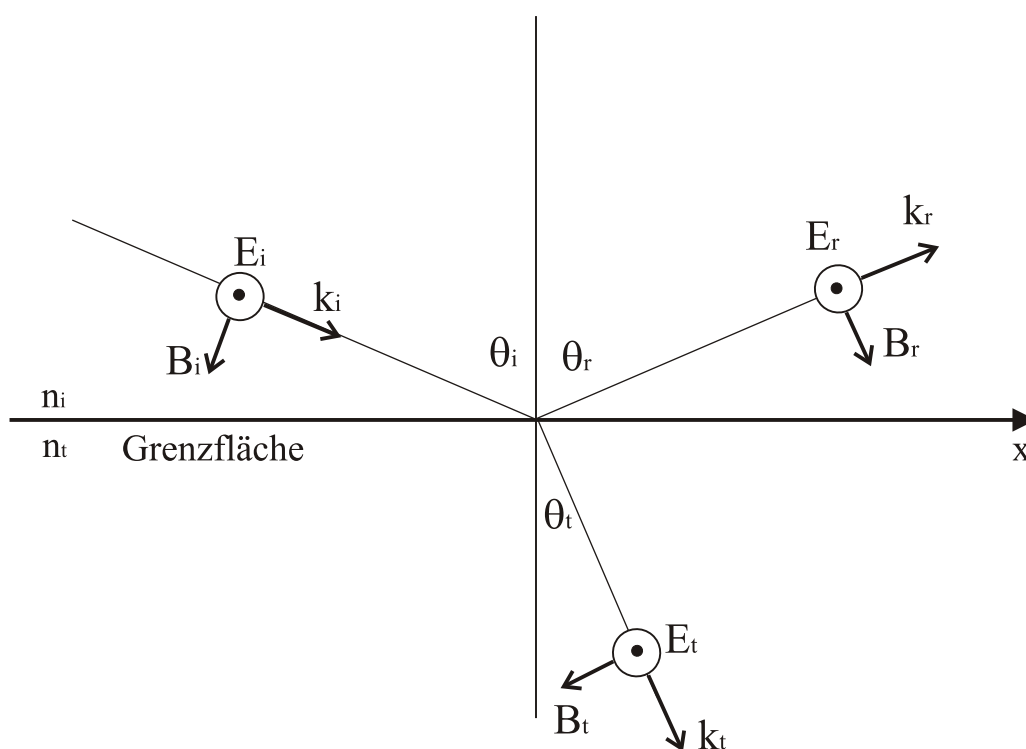


Abbildung 3: Senkrechter Einfall

Wir nehmen nun an, daß \vec{E} senkrecht zur Einfallsebene und \vec{B} parallel zu ihr ist. Nun nutzen wir die Stetigkeit der tangentialen Komponente des \vec{E} -Feldes an der Grenzfläche aus. Für jeden Punkt auf der Grenzfläche gilt zu jedem Zeitpunkt:

$$\vec{E}_{0i} + \vec{E}_{0r} = \vec{E}_{0t} \quad (34)$$

Wir benötigen noch eine andere Grenzbedingung, um noch eine weitere Gleichung zu bekommen. Wie bereits erwähnt ist die tangentiale Komponente von \vec{B}/μ an der Grenzfläche stetig, so daß:

$$-\frac{\vec{B}_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{\vec{B}_r}{\mu_i} \cos \theta_r = -\frac{\vec{B}_t}{\mu_t} \cos \theta_t \quad (35)$$

Wobei die linke und die rechte Seite jeweils die Gesamtgröße von \vec{B}/μ sind, die parallel zu der Grenzfläche im Eintrittsmedium bzw. im brechenden Medium liegen. Die positive Richtung ist mit wachsendem x gegeben, so daß die Komponente \vec{B}_i und \vec{B}_t mit Minuszeichen erscheinen.

Es gilt:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = q\vec{E}$$

Daraus folgt:

$$\begin{aligned} \vec{k} \times \vec{E} &= \vec{k} \times (\vec{v} \times \vec{B}) \\ &= (\vec{k}\vec{v})\vec{B} - (\vec{k}\vec{B})\vec{v} \\ &= (\vec{k}\vec{v})\vec{B} \end{aligned}$$

in welcher der Einheitsausbreitungsvektor durch \vec{k} gegeben ist, ergeben sich folgende skalare Beziehungen:

$$B_i = E_i/v_i$$

$$B_r = E_r/v_r$$

$$B_t = E_t/v_t$$

Gleichung (35) kann, da $\theta_i = \theta_r$ und $v_i = v_r$ folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{1}{\mu_i v_i} (E_i - E_r) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_t v_t} E_t \cos \theta_t$$

Mit Hilfe der Gleichungen (31), (32) und (33) und der Tatsache, daß die Kosinusterme darin bei $y = 0$ gleich 1 sind, erhalten wir:

$$\frac{1}{\mu_i v_i} (E_{0i} - E_{0r}) \cos \theta_i = \frac{1}{\mu_t v_t} E_{0t} \cos \theta_t$$

1 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

14

Die Verknüpfung mit Gleichung (34) liefert:

$$r_{\perp} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i - \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (36)$$

und

$$t_{\perp} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_t} \quad (37)$$

Fall 2: \vec{E} parallel zur Einfallsebene

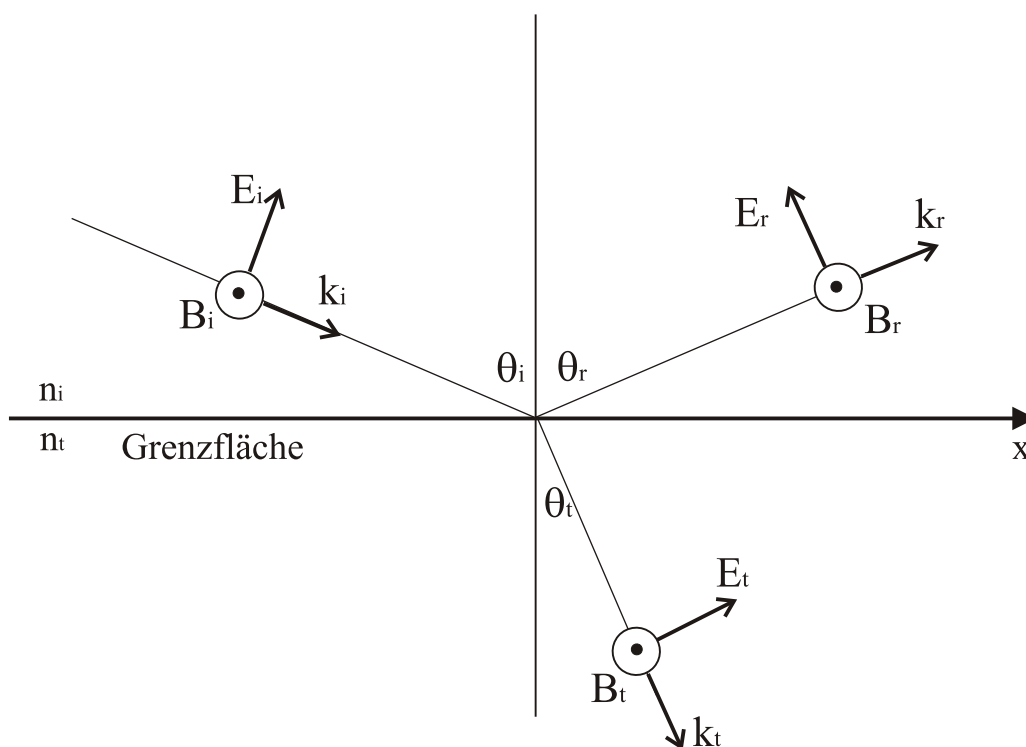


Abbildung 4: Paralleler Einfall

Ein ähnliches Gleichungspaar kann hergeleitet werden wenn das ankommende \vec{E} -Feld, wie in der Abbildung gezeigt, in der Einfallsebene liegt. Die Stetigkeit der tangentialen \vec{E} -Komponente auf beiden Seiten der Grenze führt zu:

$$\vec{E}_{0i} \cos \theta_i + \vec{E}_{0r} \cos \theta_r = \vec{E}_{0t} \cos \theta_t \quad (38)$$

1 THEORETISCHE GRUNDLAGEN

15

In genau der gleichen Art wie zuvor liefert die Stetigkeit der tangentialen Komponente von \vec{B}/μ :

$$\frac{1}{\mu_i v_i} E_{0i} + \frac{1}{\mu_r v_r} E_{0r} = \frac{1}{\mu_t v_t} E_{0t}$$

Man kann daraus analog zum ersten Fall die folgenden Formeln herleiten:

$$r_{\parallel} = \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{\frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i - \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i} \quad (39)$$

und

$$t_{\parallel} = \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2 \frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_i}{\frac{n_i}{\mu_i} \cos \theta_t + \frac{n_t}{\mu_t} \cos \theta_i} \quad (40)$$

Unter zu Hilfenahme des Snelliusschen Brechungsgesetzes können die Fresnelschen Gleichungen für Dielektrika in folgende Form gebracht werden.

$$r_{\perp} = - \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad (41)$$

$$r_{\parallel} = + \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \quad (42)$$

$$t_{\perp} = + \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \quad (43)$$

$$t_{\parallel} = + \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \quad (44)$$

Da sich diese Koeffizienten auf den E-Vektor beziehen, muß bei der Betrachtung von Intensitäten quadriert werden.

Man betrachte nun die Fresnelsche Gleichung (42) unter dem Brewsterwinkel. In diesem Fall gilt wie bereits erwähnt $\theta_i + \theta_t = 90^\circ$. Setzt man diese Beziehung ein, so ergibt sich:

$$r_{\parallel} = + \frac{\tan(\theta_i - 90^\circ + \theta_i)}{\tan(\theta_i + 90^\circ - \theta_i)} \rightarrow 0$$

Unter dem Brewsterwinkel wird der parallele Anteil also vollständig transmittiert. Der reflektierte Strahl ist somit senkrecht zur Einfallsebene polarisiert.

2 VERSUCHSBESCHREIBUNG

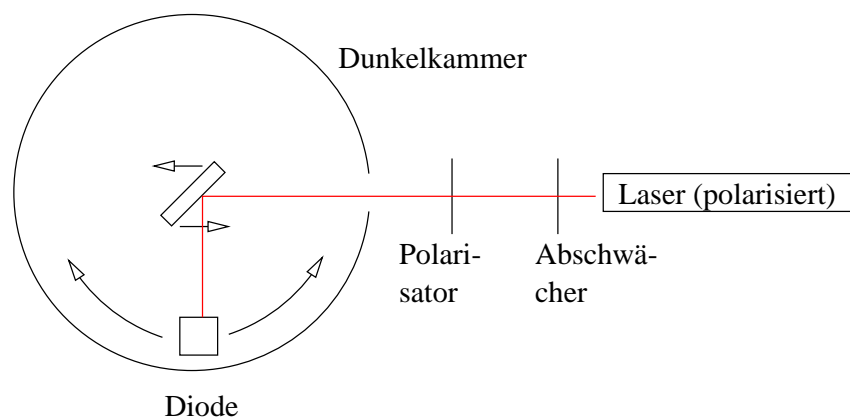


Abbildung 5: Aufbau des Goniometers

Der Versuch begann mit der Konfiguration des Goniometers. Dieser besteht aus einem polarisierten Laser, einem Abschwächer und einem Polarisator, um ohne zu drehen des Lasers die Polarisationssebene verändern zu können. Der Strahl geht danach in einen abgeschlossenen schwarzen Behälter, wo er auf eine drehbare Glasplatte trifft. Die Intensität des transmittierten oder reflektierten Strahls kann mit einer drehbaren Photodiode bestimmt werden. Anstelle der Glasplatte spannten wir nun eine weiße Platte ein. Bei der Stellung senkrecht zum Strahl ergibt sich darauf ein Punkt. Dreht man die Platte, so muß bis zu einem Winkel nahe 90^0 der Punkt wegen des flachen Einfalls auseinanderlaufen, jedoch darf sich die Mitte des gestreckten Punktes nicht bewegen, da sonst die Plattenhalterung nicht korrekt justiert ist. Ist die Halterung nun richtig eingestellt, so muß nun mit der eingespannten Glasplatte der reflektierte Strahl untersucht werden. Er muß bei jedem Winkel der Glasplatte auf derselben Höhe der Diode auftreffen, da ansonsten die Halterung in einer anderen Richtung nicht richtig justiert ist.

Nun blieb noch eine Einstellung übrig: Die Spaltblende der Diode. Sie muß so weit geöffnet sein, daß noch genügend Intensität einfällt, aber auch wieder so schmal, daß zwischen dem ersten und zweiten reflektierten Strahl noch aufgelöst werden kann. Reflektierte Strahlen höherer Ordnung wurden nicht berücksichtigt. Die Intensitäten fallen mit der Anzahl an Reflektionen im Medium auch sehr stark ab.

2 VERSUCHSBESCHREIBUNG

17

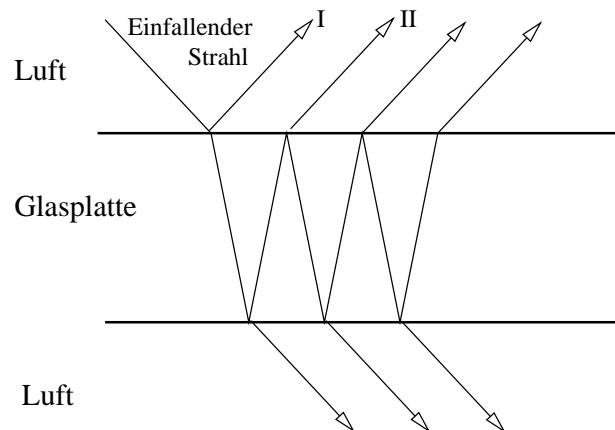


Abbildung 6: Reflexionen an der Glasplatte

Nun drehen wir die Glasplatte um den Brewsterwinkel zum einfallenden Strahl (ca. $56,6^\circ$). Durch Drehen des Polarisators konnte nun der reflektierte Strahl zum Verschwinden gebracht werden was genau dann der Fall ist, wenn das einfallende Licht senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist. Diese Einstellung wurde nun beibehalten.

Wir drehen nun die Glasplatte, ausgehend vom senkrechten Einfall, in kleinen Schritten von $0^\circ - 90^\circ$ und suchten jeweils mit der Photodiode das Maximum des ersten und zweiten reflektierten Strahls. Diese Intensitäten der reflektierten Strahlen haben wir dann über das Voltmeter gemessen.

Danach drehen wir den Polarisator um 90° und wiederholten die Messungen.

3 VERSUCHSAUSWERTUNG

In der nachfolgenden Auswertung wurden die theoretisch ermittelten Werte für die Reflexion an der Glasplatte mit den gemessenen Werten verglichen. Da unser Voltmeter bei absoluter Dunkelheit eine Spannung $U = -11,2mV$ anzeigte, haben wir dies ausgeglichen, indem wir diese Spannung zu den gemessenen Werten U_{exp} addierten und somit U_{korrr} erhielten.

Zuerst werden wir nochmals die Auswerteformeln angeben und anschließend auf die Meßwerte eingehen.

Parallele Polarisation

$$I_1 = I_0 \left(\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \right)^2$$

$$I_2 = I_0 \underbrace{\left(\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)} \right)^2}_{\text{erste Brechung}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\tan(\theta_t - \theta_i)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \right)^2}_{\text{Reflexion}} \cdot \underbrace{\left(\frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_t - \theta_i)} \right)^2}_{\text{zweite Brechung}}$$

Parallele Polarisation

$$I_1 = I_0 \left(\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2$$

$$I_2 = I_0 \underbrace{\left(\frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2}_{\text{erste Brechung}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin(\theta_t - \theta_i)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2}_{\text{Reflexion}} \cdot \underbrace{\left(\frac{2 \sin \theta_i \cos \theta_t}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right)^2}_{\text{zweite Brechung}}$$

Während den Messungen wurde jeweils viermal die Intensität des Lasers bestimmt. Berücksichtigt wurde hierbei auch, daß aufgrund von Reflexionen 4% Verlust auftrat. Für die Berechnung der theoretischen Werte wurde der Mittelwert der Messungen herangezogen.

	Senkrecht		Parallel	
	gemessen	U_0 in V	gemessen	U_0 in V
Beginn	6,05	6,292	6,1	6,344
1.Messung	6,38	6,635	6,56	6,822
2.Messung	6,86	7,134	6,58	6,843
Ende	6,97	7,249	6,85	7,124
Mittelwert		6,828		6,783

3 VERSUCHSAUSWERTUNG

19

3.1 Senkrechte Polarisation

3.1.1 Erstes Maximum

θ_i	θ_t	U_{exp} in mV	U_{korr} in mV	U_{theo} in mV	U_{exp}/U_0	U_{theo}/U_0
5	3,31	405	416,2	278,33	0,061	0,041
10	6,61	487	498,2	269,80	0,073	0,040
15	9,87	292,4	303,6	255,51	0,044	0,037
20	13,10	253,4	264,6	235,42	0,039	0,034
22	14,37	241,0	252,2	225,76	0,037	0,033
24	15,63	225,9	237,1	215,18	0,035	0,032
26	16,89	217,4	228,6	203,70	0,033	0,030
28	18,12	203,5	214,7	191,32	0,031	0,028
30	19,35	190,0	201,2	178,10	0,029	0,026
32	20,56	177,5	188,7	164,07	0,028	0,024
34	21,75	164,8	176,0	149,29	0,026	0,022
36	22,92	146,8	158,0	133,86	0,023	0,020
38	24,08	129,2	140,4	117,90	0,021	0,017
40	25,21	110,8	122,0	101,56	0,018	0,015
42	26,32	88,6	99,8	85,05	0,015	0,012
44	27,41	67,5	78,7	68,63	0,012	0,010
46	28,47	48,5	59,7	52,66	0,009	0,008
48	29,50	31,4	42,6	37,58	0,006	0,006
50	30,50	15,9	27,1	23,95	0,004	0,004
52	31,48	3,3	14,5	12,52	0,002	0,002
54	32,42	-6,1	5,1	4,19	0,001	0,001
56	33,32	-10,8	0,4	0,17	0,000	0,000
56,5	33,54	-11,2	0,0	0,00	0,000	0,000
58	34,19	-9,2	2,0	1,94	0,000	0,000
60	35,02	2,0	13,2	11,43	0,002	0,002
62	35,81	22,6	33,8	31,05	0,005	0,005
64	36,55	56,8	68,0	63,91	0,010	0,009
66	37,25	113,0	124,2	113,95	0,018	0,017
68	37,91	189,9	201,1	186,21	0,029	0,027
70	38,51	293,3	304,5	287,14	0,045	0,042
75	39,79	768	779,2	725,31	0,114	0,106
80	40,73	1858	1869,2	1612,99	0,274	0,236

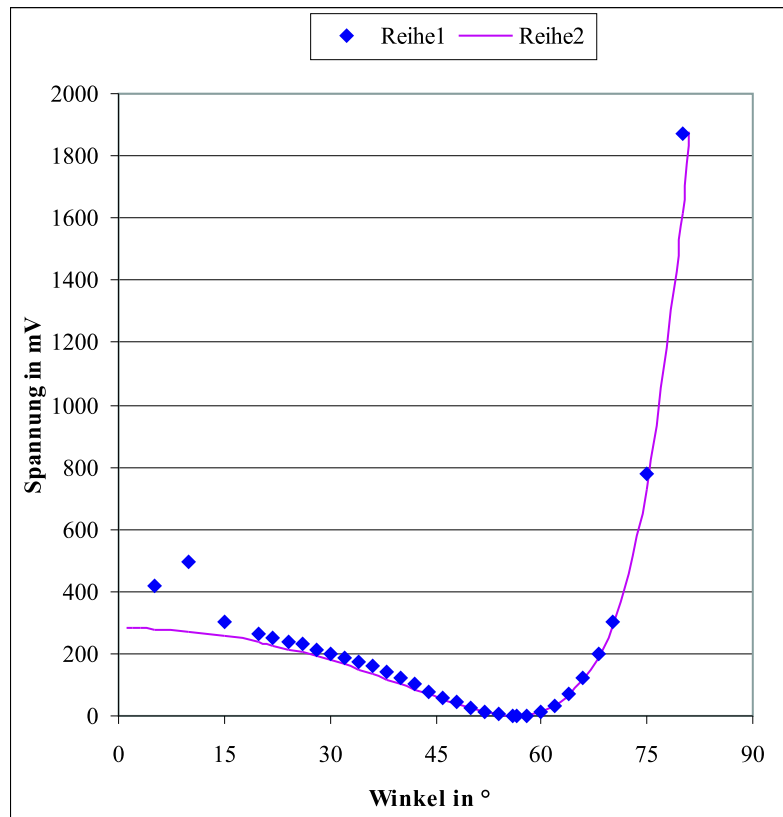


Abbildung 7: Erstes Maximum bei senkrechter Polarisation

In diesem und den folgenden Versuchsteilen haben wir für die Theoriekurve jeweils einen Mittelwert der Laserintensität zugrunde gelegt, da sich diese während der Versuchsteile ständig erhöhte. Daher sind die Werte zu Beginn und zu Ende des Versuches stärker fehlerbehaftet als die mittleren Werte. Das Schaubild zeigt bei den ersten Werten eine große Abweichung von der Theoriekurve. Für die ersten beiden Werte konnten die beiden Maxima nicht unterschieden werden, d.h. die Werte sind die Summe aus reflektiertem und transmittiertem Strahl. Ansonsten stimmen die gemessenen Werte hervorragend mit der Theorie überein.

3 VERSUCHSAUSWERTUNG

21

3.1.2 Zweites Maximum

θ_i	θ_t	U_{exp} in mV	U_{korr} in mV	U_{theo} in mV	U_{exp}/U_0	U_{theo}/U_0
5	3,31	405	416,2	256,10	0,061	0,038
10	6,61	487	498,2	248,89	0,073	0,036
15	9,87	272,2	283,4	236,74	0,042	0,035
20	13,10	228,7	239,9	219,47	0,035	0,032
22	14,37	219,8	231,0	211,08	0,034	0,031
24	15,63	208,8	220,0	201,83	0,032	0,030
26	16,89	199,6	210,8	191,72	0,031	0,028
28	18,12	188,5	199,7	180,75	0,029	0,026
30	19,35	176,9	188,1	168,93	0,028	0,025
32	20,56	166,5	177,7	156,28	0,026	0,023
34	21,75	164,8	176,0	142,83	0,026	0,021
36	22,92	138,4	149,6	128,67	0,022	0,019
38	24,08	122,5	133,7	113,86	0,020	0,017
40	25,21	104,3	115,5	98,56	0,017	0,014
42	26,32	83,8	95,0	82,94	0,014	0,012
44	27,41	64,1	75,3	67,26	0,011	0,010
46	28,47	46,4	57,6	51,85	0,008	0,008
48	29,50	30,3	41,5	37,17	0,006	0,005
50	30,50	15,3	26,5	23,79	0,004	0,003
52	31,48	3,2	14,4	12,47	0,002	0,002
54	32,42	-5,9	5,3	4,19	0,001	0,001
56	33,32	-10,8	0,4	0,17	0,000	0,000
56,5	33,54	-11,2	0,0	0,00	0,000	0,000
58	34,19	-9,2	2,0	1,94	0,000	0,000
60	35,02	1,7	12,9	11,39	0,002	0,002
62	35,81	23,1	34,3	30,77	0,005	0,005
64	36,55	53,9	65,1	62,72	0,010	0,009
66	37,25	107,0	118,2	110,18	0,017	0,016
68	37,91	176,6	187,8	176,20	0,028	0,026
70	38,51	266,0	277,2	263,50	0,041	0,039
75	39,79	699	710,2	579,39	0,104	0,085
80	40,73	1813	1824,2	940,89	0,267	0,138

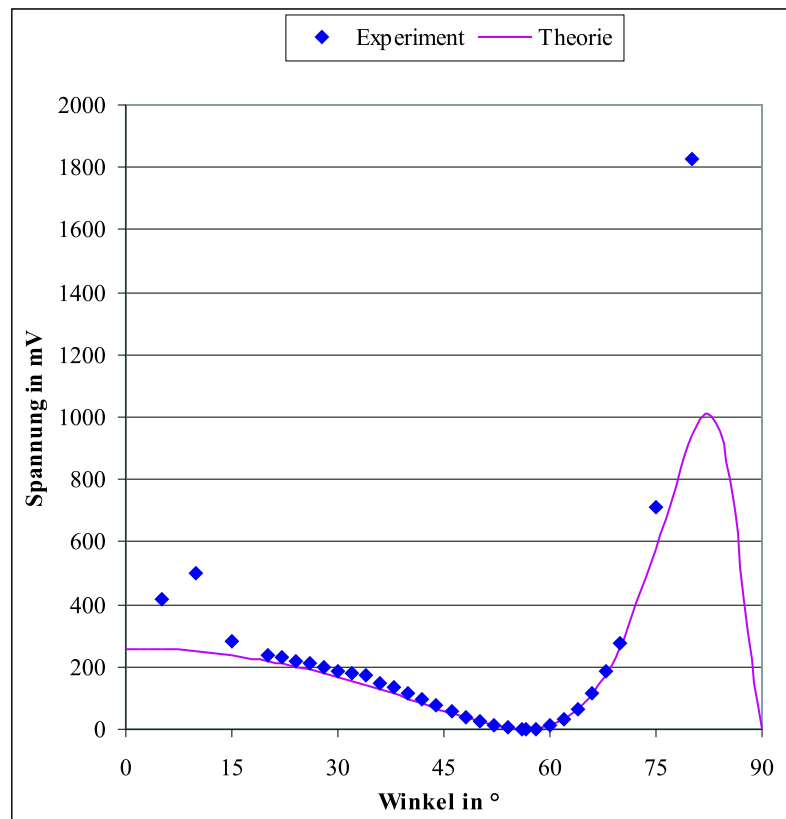


Abbildung 8: Zweites Maximum bei senkrechter Polarisation

Auch hier konnten wir bei den ersten beiden Werten die Maxima nicht auflösen. Dies hätte prinzipiell durch eine kleinere Spaltbreite an der Photodiode verhindert werden können, jedoch wären dann die Intensitätsunterschiede weniger deutlich gewesen. Gegen Ende der Messung trat das selbe Problem nochmal auf. Die Winkel größer 80° konnten von uns nicht gemessen werden, da der Laserstrahl den Rand der Glasplatte streifte.

3.2 Parallele Polarisation

3.2.1 Erstes Maximum

θ_i	θ_t	U_{exp} in mV	U_{korr} in mV	U_{theo} in mV	U_{exp}/U_0	U_{theo}/U_0
5	3,31	434	445,2	282,19	0,066	0,042
10	6,61	488	499,2	290,87	0,074	0,043
15	9,87	315,0	326,2	305,96	0,048	0,045
20	13,10	319,0	330,2	328,47	0,049	0,048
22	14,37	332	343,2	339,87	0,051	0,050
24	15,63	346	357,2	352,84	0,053	0,052
26	16,89	366	377,2	367,50	0,056	0,054
28	18,12	378	389,2	384,05	0,057	0,057
30	19,35	399	410,2	402,68	0,060	0,059
32	20,56	427	438,2	423,62	0,065	0,062
34	21,75	452	463,2	447,13	0,068	0,066
36	22,92	481	492,2	473,54	0,073	0,070
38	24,08	515	526,2	503,18	0,078	0,074
40	25,21	546	557,2	536,47	0,082	0,079
42	26,32	576	587,2	573,87	0,087	0,085
44	27,41	619	630,2	615,93	0,093	0,091
46	28,47	669	680,2	663,27	0,100	0,098
48	29,50	724	735,2	716,61	0,108	0,106
50	30,50	782	793,2	776,78	0,117	0,115
52	31,48	851	862,2	844,74	0,127	0,125
54	32,42	929	940,2	921,59	0,139	0,136
56	33,32	1019	1030,2	1008,62	0,152	0,149
58	34,19	1120	1131,2	1107,28	0,167	0,163
60	35,02	1234	1245,2	1219,27	0,184	0,180
62	35,81	1366	1377,2	1346,54	0,203	0,199
64	36,55	1501	1512,2	1491,33	0,223	0,220
66	37,25	1650	1661,2	1656,20	0,245	0,244
68	37,91	1850	1861,2	1844,09	0,274	0,272
70	38,51	2078	2089,2	2058,35	0,308	0,303
72	39,06	2329	2340,2	2302,81	0,345	0,339
75	39,79	2790	2801,2	2735,75	0,413	0,403
77	40,21	3148	3159,2	3075,90	0,466	0,453
80	40,73	3750	3761,2	3678,02	0,554	0,542

3 VERSUCHSAUSWERTUNG

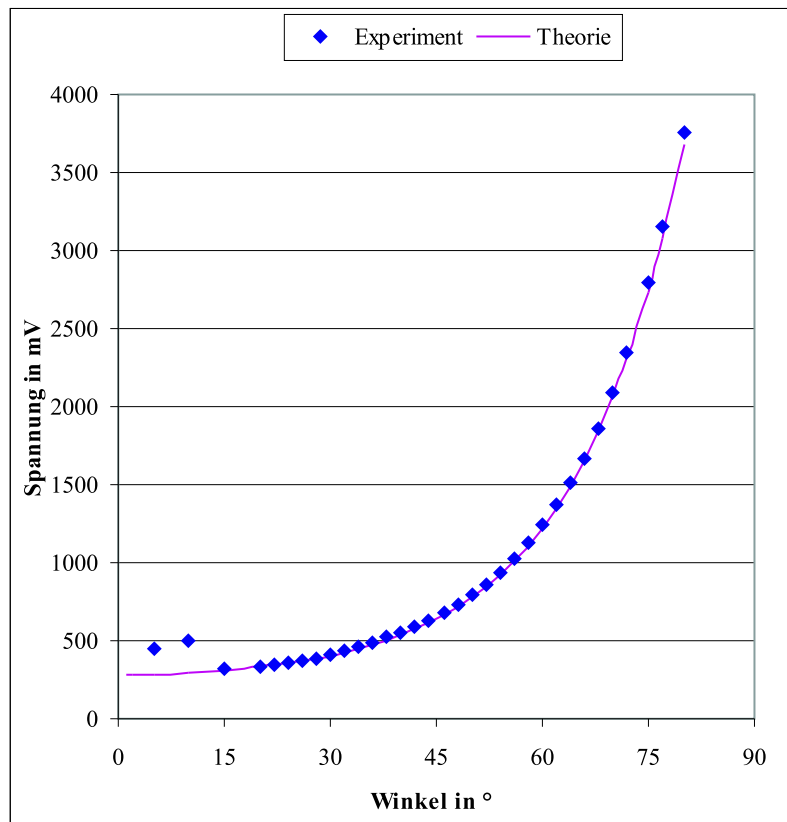


Abbildung 9: Erstes Maximum bei paralleler Polarisation

Hier trat das Problem der Auflösung auch wieder bei den ersten beiden Werten auf. Die restlichen Werte stimmen jedoch perfekt mit der Theoriekurve überein.

3 VERSUCHSAUSWERTUNG

25

3.2.2 Zweites Maximum

θ_i	θ_t	U_{exp} in mV	U_{korr} in mV	U_{theo} in mV	U_{exp}/U_0	U_{theo}/U_0
5	3,31	434	445,2	259,20	0,066	0,038
10	6,61	488	499,2	266,46	0,074	0,039
15	9,87	298,4	309,6	278,99	0,046	0,041
20	13,10	281,0	292,2	297,43	0,043	0,044
22	14,37	294,5	305,7	306,67	0,045	0,045
24	15,63	308,2	319,4	317,09	0,047	0,047
26	16,89	319,6	330,8	328,76	0,049	0,048
28	18,12	330	341,2	341,79	0,050	0,050
30	19,35	348	359,2	356,29	0,053	0,053
32	20,56	369	380,2	372,36	0,056	0,055
34	21,75	386	397,2	390,13	0,059	0,058
36	22,92	408	419,2	409,73	0,062	0,060
38	24,08	433	444,2	431,30	0,065	0,064
40	25,21	448	459,2	454,97	0,068	0,067
42	26,32	470	481,2	480,88	0,071	0,071
44	27,41	501	512,2	509,15	0,076	0,075
46	28,47	534	545,2	539,90	0,080	0,080
48	29,50	565	576,2	573,20	0,085	0,085
50	30,50	600	611,2	609,06	0,090	0,090
52	31,48	638	649,2	647,45	0,096	0,095
54	32,42	677	688,2	688,19	0,101	0,101
56	33,32	720	731,2	730,98	0,108	0,108
58	34,19	766	777,2	775,29	0,115	0,114
60	35,02	811	822,2	820,35	0,121	0,121
62	35,81	856	867,2	865,01	0,128	0,128
64	36,55	889	900,2	907,67	0,133	0,134
66	37,25	921	932,2	946,19	0,137	0,139
68	37,91	955	966,2	977,73	0,142	0,144
70	38,51	988	999,2	998,71	0,147	0,147
72	39,06	999	1010,2	1004,69	0,149	0,148
75	39,79	970	981,2	974,06	0,145	0,144
77	40,21	913	924,2	918,84	0,136	0,135
80	40,73	226,6	237,8	770,81	0,035	0,114

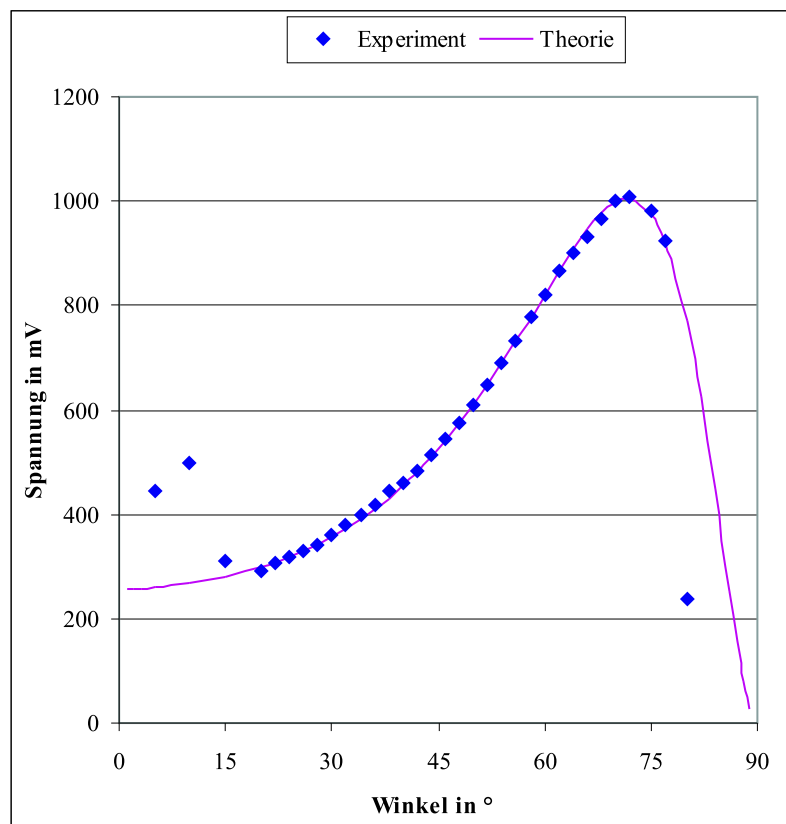


Abbildung 10: Zweites Maximum bei paralleler Polarisation

Für die ersten drei Werte gilt auch hier wieder das schon bekannte Auflösungsproblem. Die mittleren Werte stimmen perfekt mit der Theoriekurve überein. Beim letzten Wert traf ein Teil des Strahls auf den vorderen und/oder hinteren Rand der Glasplatte und wurde hier gestreut. Deshalb liegt der Wert unterhalb der Theoriekurve.

4 FEHLERDISKUSSION

Einige kleine Fehler kommen jedoch dadurch zustande, daß das Glasplättchen nicht richtig in die Halterung eingespannt war. So war das weiße Plättchen um einiges dünner als die Glasplatte, weshalb auch keine Winkel $> 80^\circ$ gemessen werden konnten, da der Laserstrahl auf den Rand der Platte traf. Wie groß dieser Fehler ist, kann man allerdings nur schwer sagen. Ein mit Sicherheit großer Fehler entstand durch eine sich ständig erhöhende Laserintensität während des ganzen Versuchs. Wir haben für die Theoriewerte daher einen Mittelwert berechnet, allerdings lag die Abweichung zu einzelnen Werten bei bis zu 10%.

Literatur

- [1] Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann - Schaefer / de Gruyter.
Bd.2.Elektromagnetismus ; 8., völlig neubearb. Aufl. - 1999
- [2] Lehrbuch der Experimentalphysik / Bergmann-Schaefer / de Gruyter.
Bd.3. Optik ; 9., völlig neubearb. Aufl. - 1993
- [3] Optik / Eugene Hecht / OldenburgVerlag München / 2. Auflage 1999
- [4] Experimentalphysik 2 / Wolfgang Demtröder / Springer, 1995
- [5] Gerthsen Physik / H. Vogel /Springer / 20. Auflage
- [6] Repetitorium der Physik / F.K. Kneubühl / Teubner Studienbücher,
1990
- [7] Physik / Paul A. Tipler / Spektrum Verlag, 1994
- [8] Physik / Stöcker / Verlag Harry Deutsch, 1996
- [9] Praktikum der Physik / W.Walcher / Teubner Studienbücher, 1994
- [10] Versuchsprotokoll von Judith Meckler und Jens Robin Götz, 1998