

Gliederung

- Bildabtastung und Digitalisierung
- Technische Komponenten
- Grauwertstatistik
- Punktoperatoren
- **Lokale Operatoren**
- Globale Operatoren
- Merkmalsextraktion
- Klassifikation
- Codierung

Gliederung

1. Einführung zu lokalen Operatoren
2. Tiefpassfilter (Gauß, Mittelwert, ...)
3. Fouriertransformation / Faltung
4. Hochpassfilter
5. Rekursive und nichtrekursive Filter
6. Nichtlineare Filter

1. Einführung

1. Einführung / Begriffsbestimmung

Lokale Operatoren: **Filter**

Diese filtern bestimmte relevante Informationen heraus; der Informationsgehalt wird folglich verringert

Praktische Relevanz: bessere Zuordnung von Grauwerten zu einem Objekt bzw. Objektdetail (Fläche) oder zu einer Objektbegrenzung (Kante)

Flächendetektion: Tiefpassfilter (Mittelwertbildung, Glättung)

Kantendetektion: Hochpassfilter (Kantenhervorhebung)

Filter: Filtermaske (Fenster) / grundlegende Wirkungsweise

Beispiel (einfacher Mittelwertfilter):

Filtermaske:

11	13	14
12	14	14
12	14	15

$$g'_{i,j} = \frac{1}{9} \cdot \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 g_{i+m,j+n}$$

$$= (11+13+14+12+14+14+12+14+15)/9$$

$$= 13$$

(gleitender Mittelwert)

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5	8	9	10	10	10	9	8
2	8	10	11	12	12	12	11	10
3	9	11	13	14	14	14	13	11
4	10	12	14	14	15	14	14	12
5	10	12	14	15	15	15	14	12
6	10	12	14	14	15	14	14	12
7	9	11	13	14	14	14	13	11
8	8	10	11	12	12	12	11	10

Wichtung der Summanden mit Koeffizienten (Filterkern)

Beispiel:
(Gaußfilter)

11	13	14
12	14	14
12	14	15

1	1	1
1	2	1
1	1	1

m

m; n: 1..3

Filterkern

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	5	8	9	10	10	10	9	8
2	8	10	11	12	12	12	11	10
3	9	11	13	14	14	14	13	11
4	10	12	14	14	15	14	14	12
5	10	12	14	15	15	15	14	12
6	10	12	14	14	15	14	14	12
7	9	11	13	14	14	14	13	11
8	8	10	11	12	12	12	11	10

$$g'_{i,j} = \frac{1}{10} \cdot \sum_{m=-1}^1 \sum_{n=-1}^1 g_{i+m,j+n} \cdot h_{m+2,n+2}$$

$$= (11+13+14+12+2 \cdot 14+14+12+14+15)/10$$

$$\approx 13$$

6 von 54

Eigenschaften von Filtern

- Größe: 3×3 , 4×4 , 5×5 ...
- Form: quadratisch, rechteckig, weitere Formen
- Filterkoeffizienten (Filterkern)
- Tiefpassfilter, Hochpassfilter (dies hängt von den Filterkoeffizienten ab)
- lineare / nichtlineare Filter

Behandlung der Bildränder

Problem: an den Rändern gibt es an einer oder 2 Seiten keine benachbarten Pixel

Lösungsansätze

- Annahme einer periodischen Fortführung der Bilder an den Rändern (zyklische Faltung)
- Hinzufügen von Pixeln außerhalb der Ränder durch Extrapolation oder Annahme fester Werte (häufig „0“); dies ist die am häufigsten verwendete Methode

2. Tiefpassfilter

Tiefpassfilter

Beispiel: Mittelwertfilter verschiedener Größe

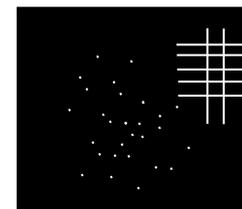
$$h_{m,n} = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_{m,n} = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Modifizierter Mittelwertfilter (stärkere Wichtung des ursprünglichen Wertes → bessere Glättung)

$$h_{m,n} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Aufgabe z.B.: Rauschunterdrückung bei gleichzeitiger Beibehaltung filigraner Strukturen, die in ihren Dimensionen und Amplituden nahe dem Rauschen liegen



Tiefpassfilter

Beispiel: verschiedene Gausfilter

$$h_{m,n} = \frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

3 x 3

$$h_{m,n} = \frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

5 x 5

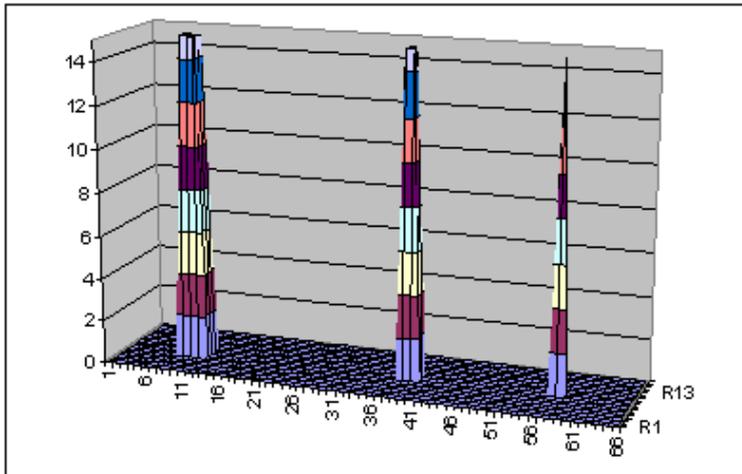
Tiefpassfilter

Algorithmus zur Ermittlung der Koeffizienten von Gaußfiltern:

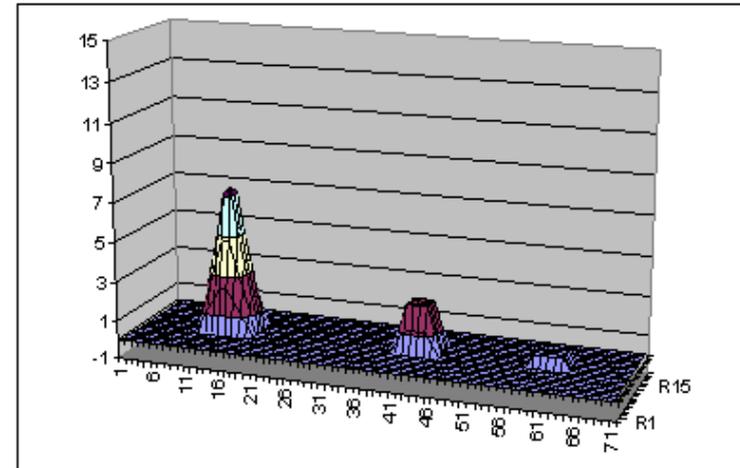
Die Ränder entsprechen den Binomialkoeffizienten; alle anderen Zeilen- bzw. Spaltenelemente ergeben sich aus der Multiplikation mit den Koeffizientenverhältnissen an den Rändern. Das bedeutet z.B. für ein Gaußfilter 5x5:

$$h_{m,n} = \frac{1}{\sum_{i=0}^4 \sum_{j=0}^4 h_{ij}} \begin{bmatrix} \binom{4}{0} & \binom{4}{1} & \binom{4}{2} & \binom{4}{3} & \binom{4}{4} \\ \binom{4}{1} & \dots & \dots & \dots & \binom{4}{3} \\ \binom{4}{2} & \dots & \dots & \dots & \binom{4}{2} \\ \binom{4}{3} & \dots & \dots & \dots & \binom{4}{1} \\ \binom{4}{4} & \binom{4}{3} & \binom{4}{2} & \binom{4}{1} & \binom{4}{0} \end{bmatrix} = \frac{1}{256} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 6 & 24 & 36 & 24 & 6 \\ 4 & 16 & 24 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 6 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

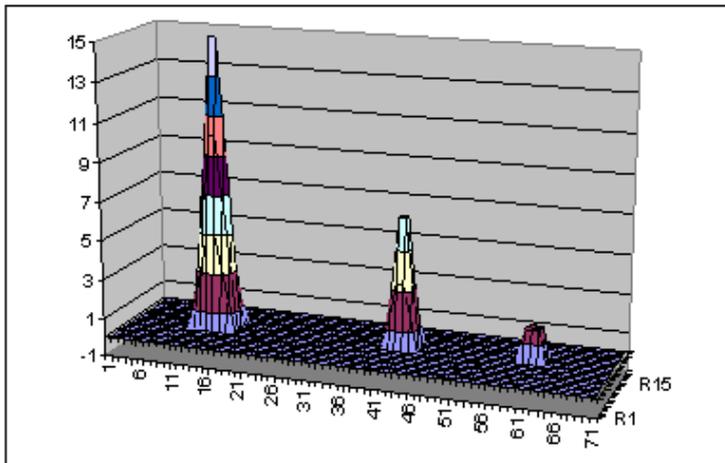
Beispiel Anwendung von Gauß- und Mittelwertfiltern auf eine Teststruktur



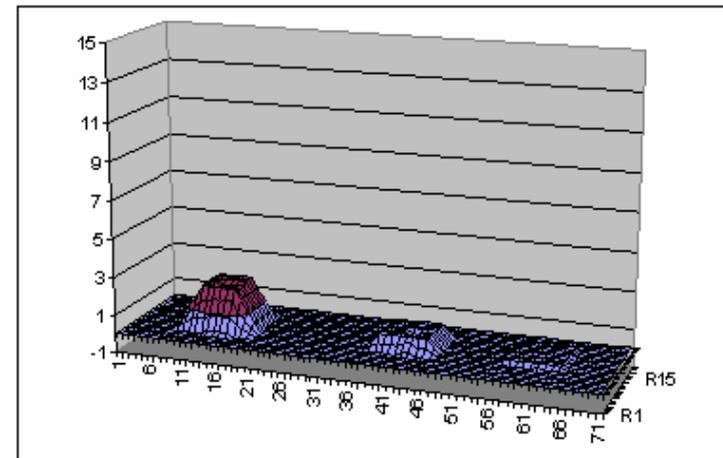
Originalbild



Mittelwert 3 x 3

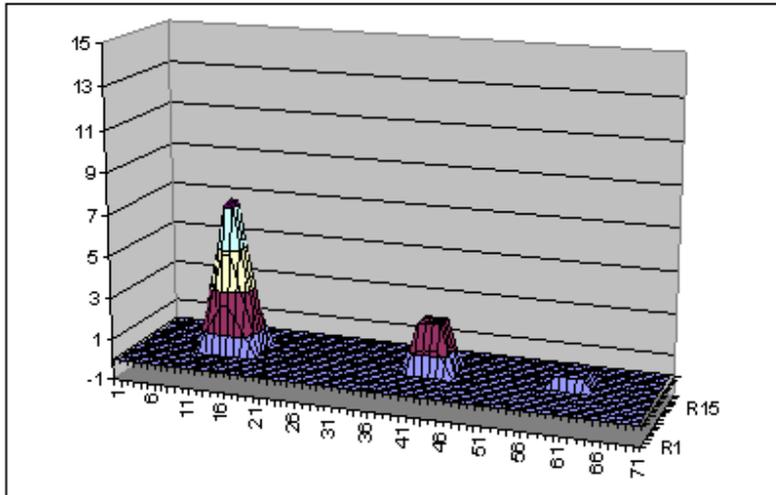


Mittelwert 5 x 5

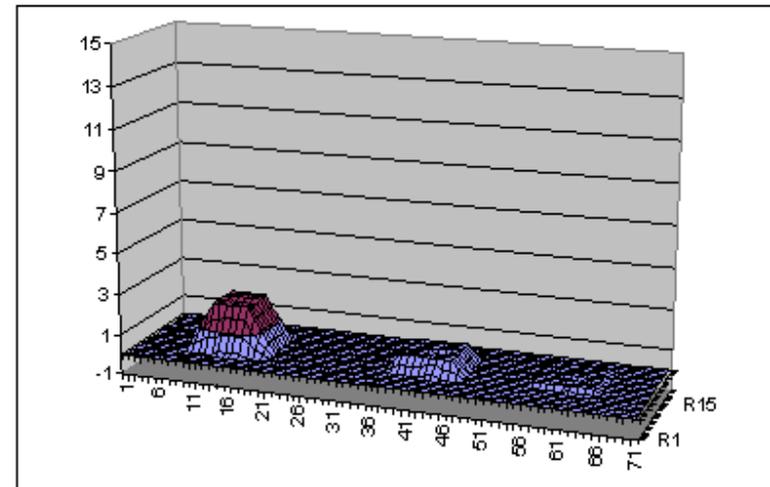


Mittelwert 9 x 9

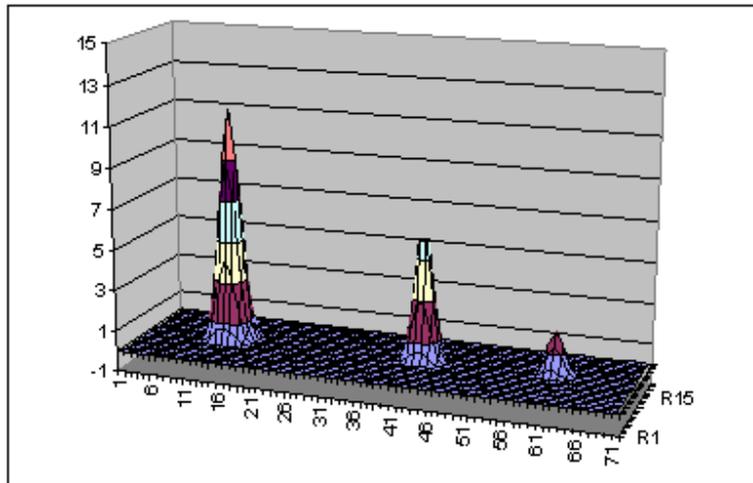
Beispiel Anwendung von Gauß- und Mittelwertfiltern auf eine Teststruktur / Forts.



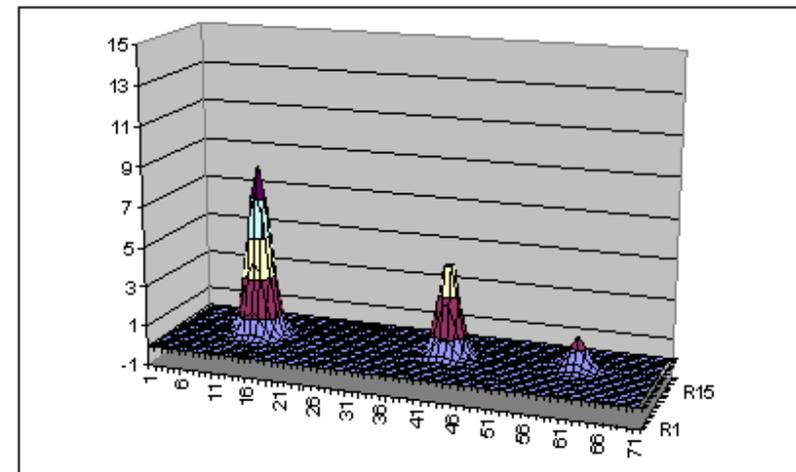
Mittelwertfilter 5 x 5



Mittelwertfilter 9 x 9



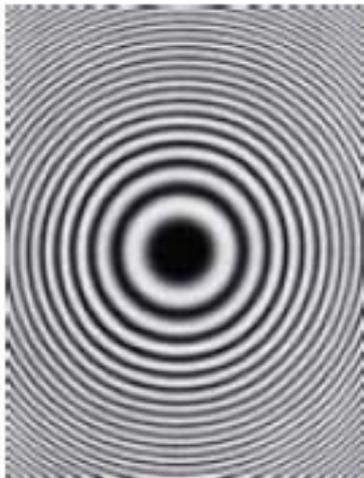
Gauß-Filter 5 x 5



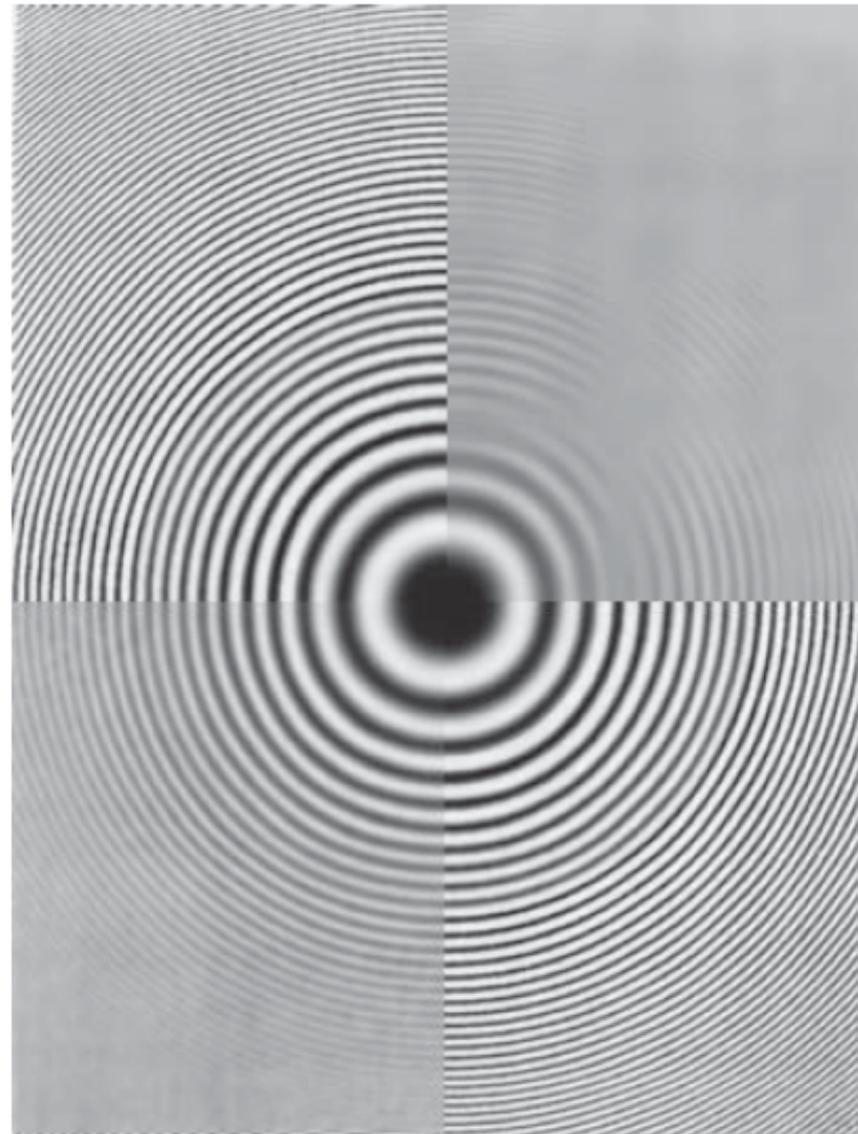
Gauß-Filter 9 x 9

Beispiel:

Gaußfilter und Mittelwertfilter



Testmuster: Zonenplatte



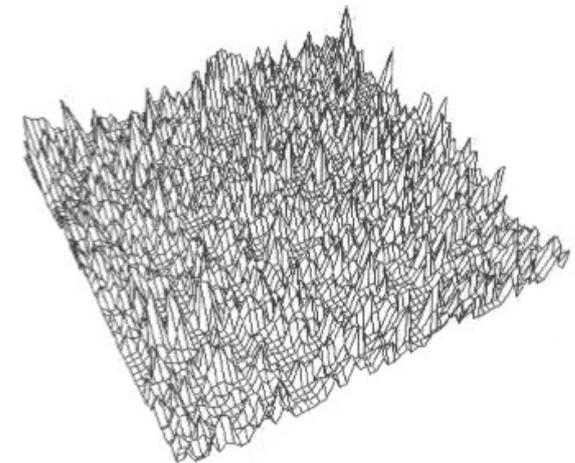
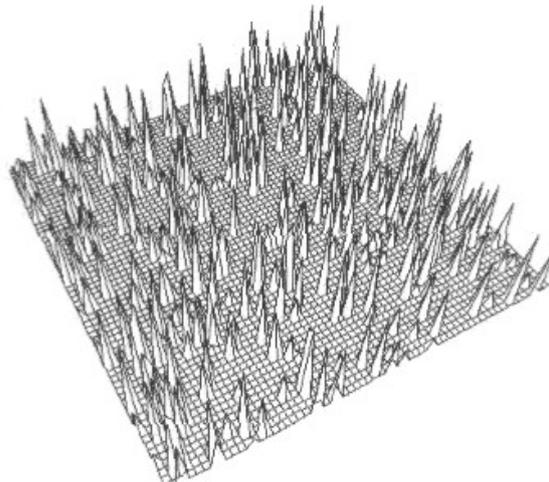
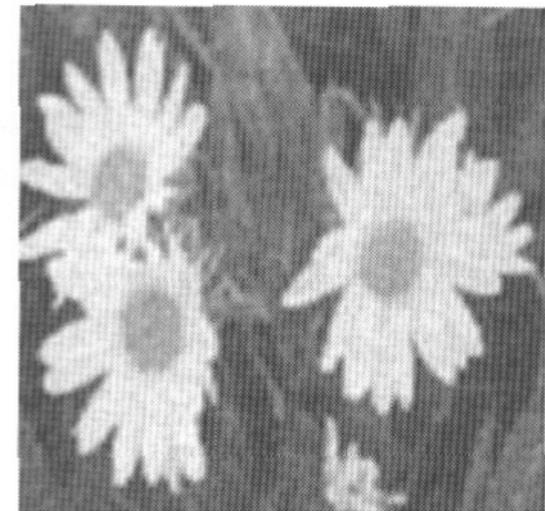
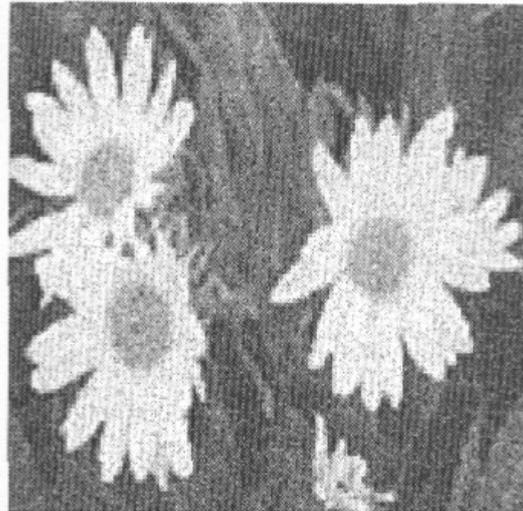
Lokale Operatoren:

Gaußfilter 9 x 9

Mittelwertfilter 11 x 11

15 von 54

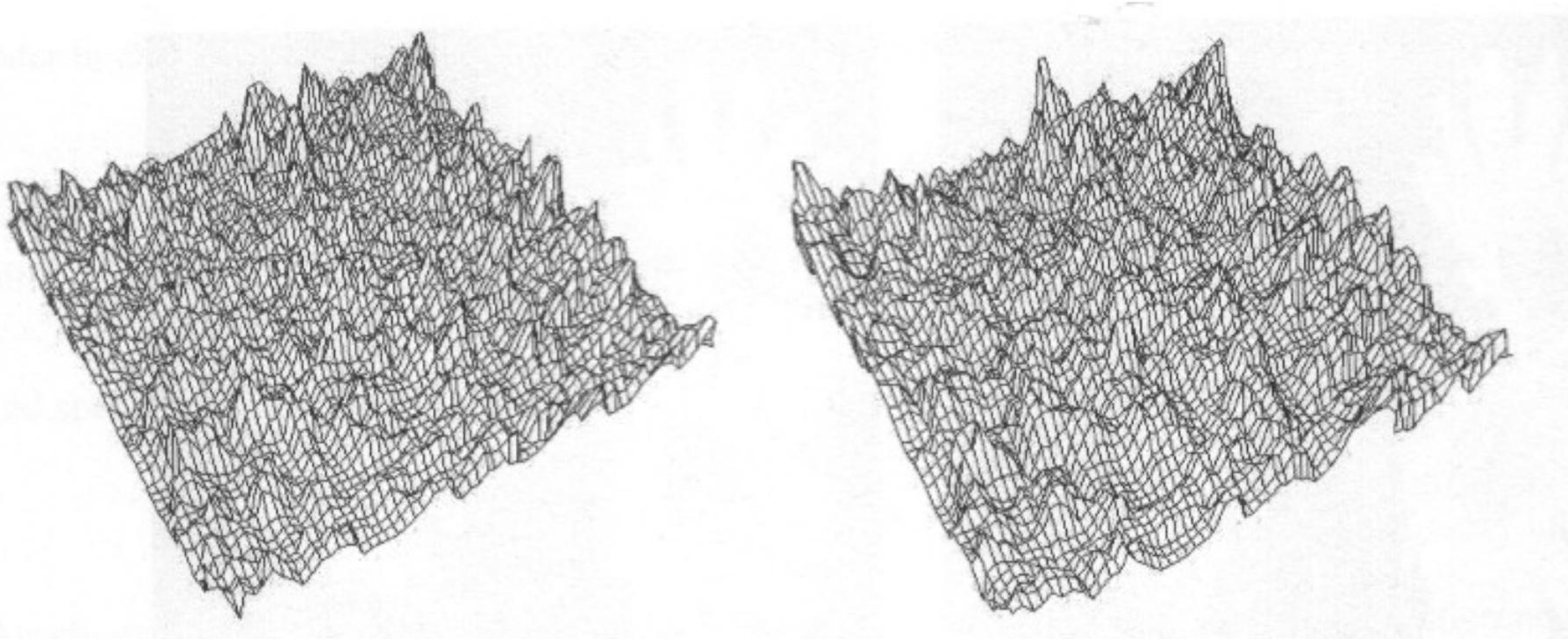
Beispiele Tiefpassfilter:



Mittelwertfilterung mit 3×3 Kern

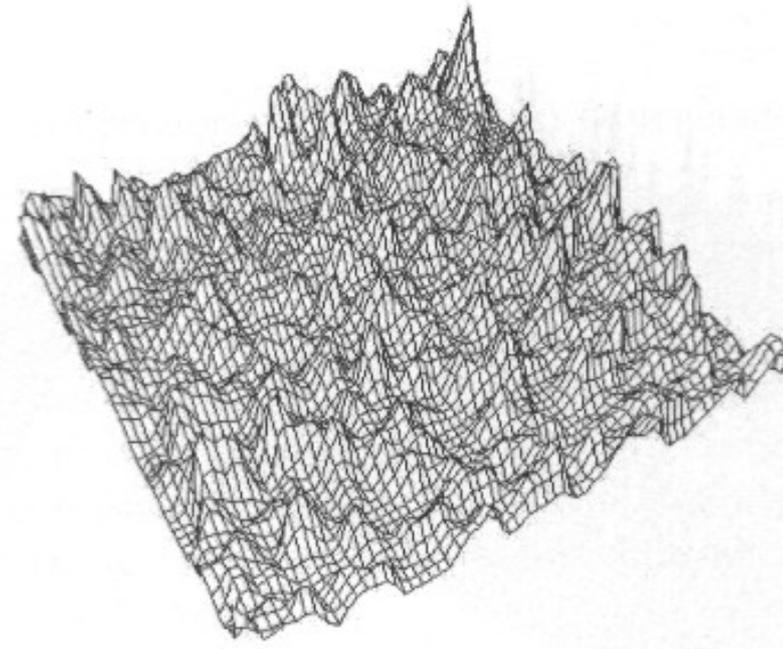
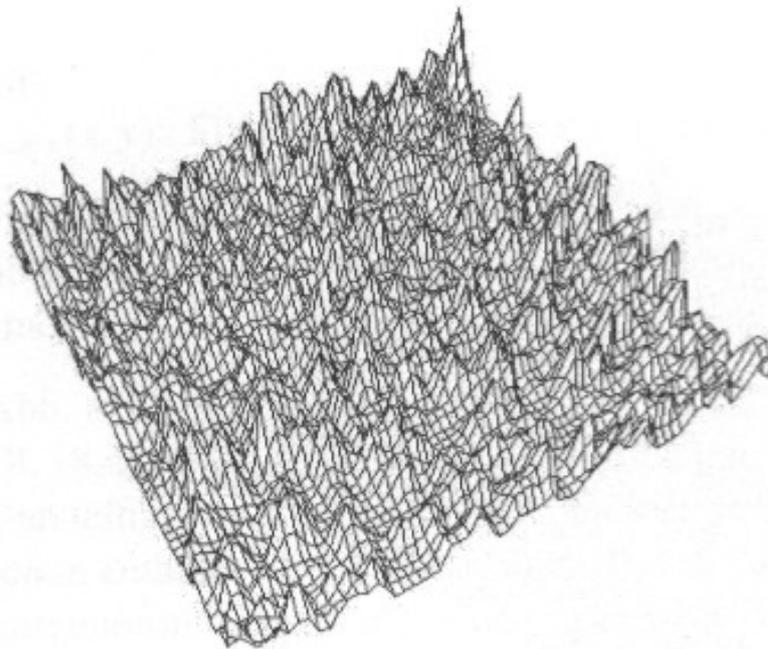
16 von 54

Beispiele Tiefpassfilter:



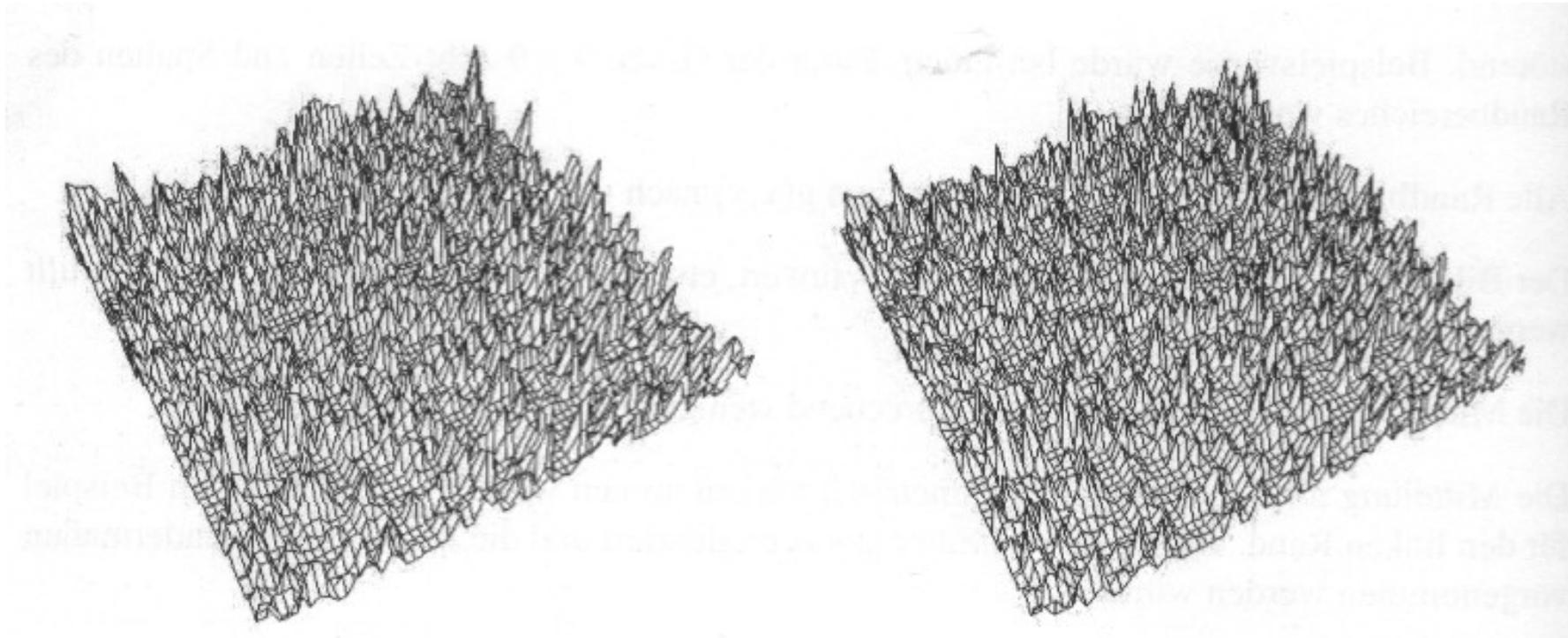
Mittelwertfilterung mit 3×3 Kern (links) und 7×7 Kern (rechts)

Beispiele Tiefpassfilter:



Mittelwertfilterung mit 3×3 Kern 3-malig(links) und 5-malig (rechts)
18 von 54

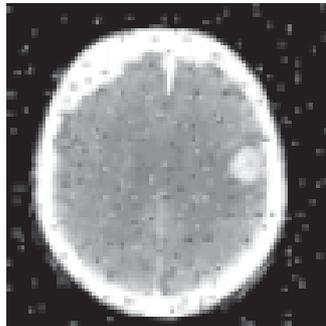
Beispiele Tiefpassfilter:



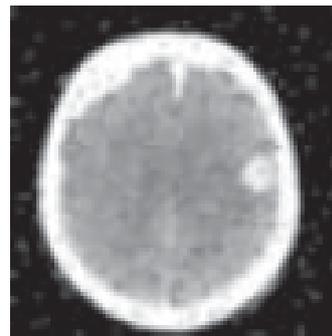
Fast gleiche Ergebnisse; bessere Qualität der Rauschunterdrückung erst bei größeren Kernen

Mittelwertfilterung mit 3 x 3 Kern Mittelwert und Gauß

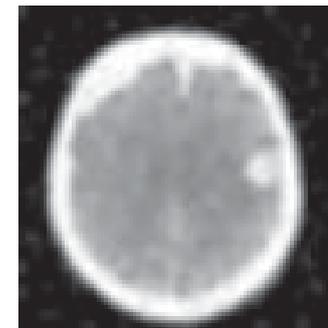
Beispiele Tiefpassfilter:



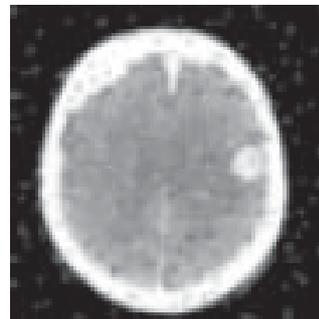
Original



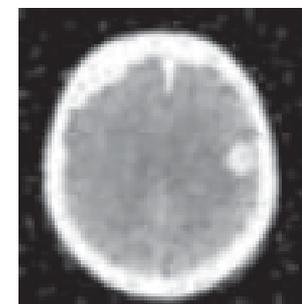
Mittelwert 3x3



Mittelwert 5x5



Gauss 3x3

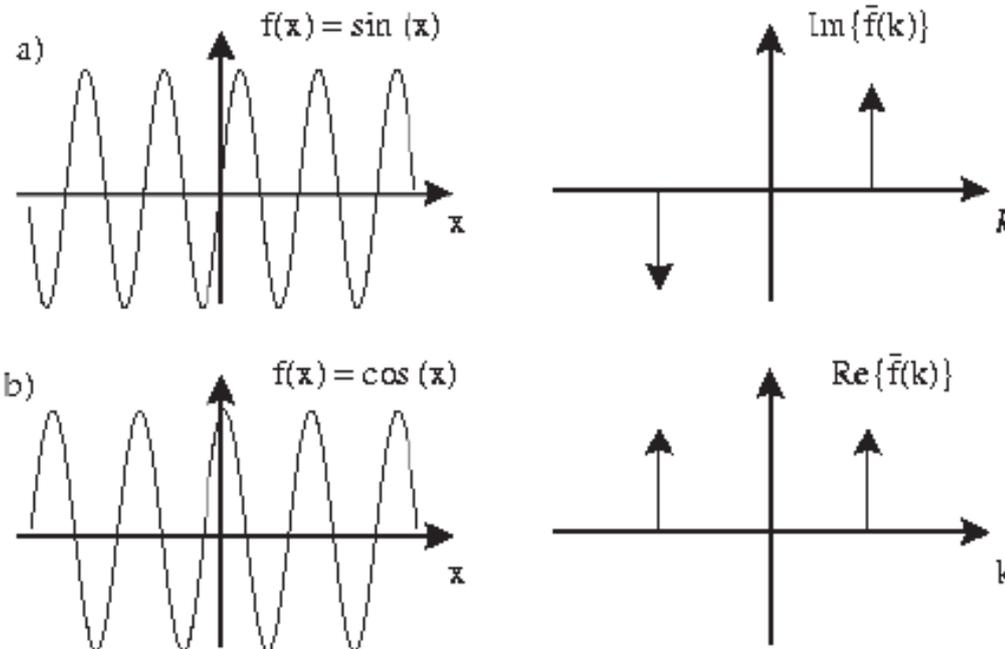


Gauss 5x5

3. Fouriertransformation und Faltung im Zusammenhang mit der Filterung

Wiederholung: Korrespondenzen zwischen Ortsraum und Fourierraum

Ortsraum  Fourierraum

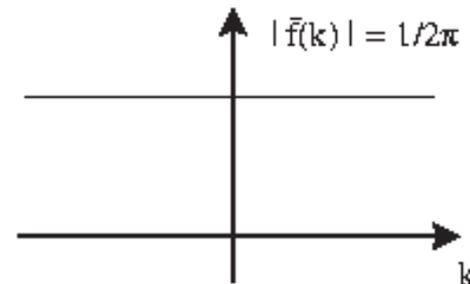
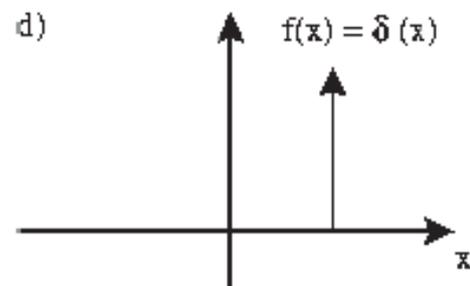
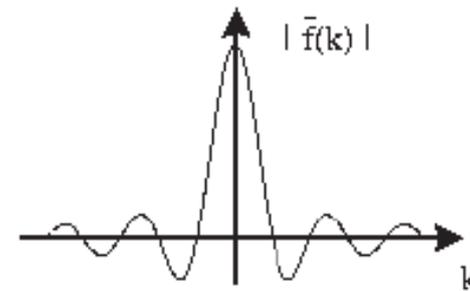
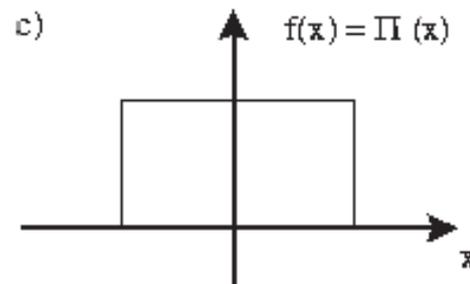


Wiederholung: Korrespondenzen zwischen Ortsraum und Fourierraum

Ortsraum

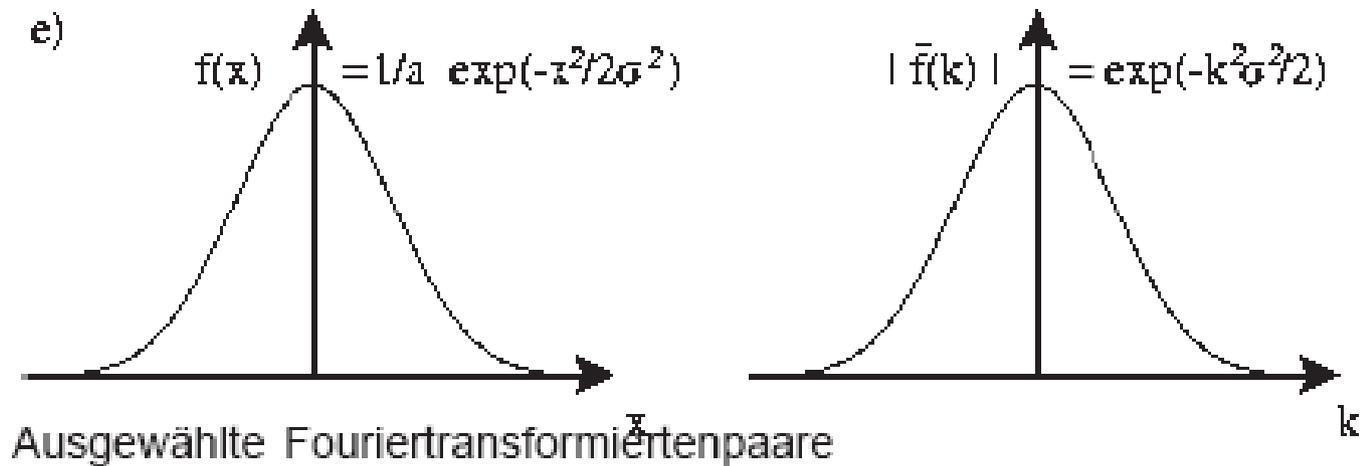


Fourierraum



Wiederholung: Korrespondenzen zwischen Ortsraum und Fourierraum

Ortsraum \longleftrightarrow Fourierraum



Diskrete Fouriertransformation 2-dimensional

$$\underline{G}_{uv} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g_{m,n} \cdot \exp\left(-\frac{2\pi i m u}{M}\right) \cdot \exp\left(-\frac{2\pi i n v}{N}\right)$$

Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

M x N: Größe der Matrix (Spaltenzahl x Zeilenzahl)

m, n: Bildpunktkoordinaten

$g_{m,n}$: Grauwert an der Stelle n,m

u,v: Ortsfrequenzen in horizontaler bzw. vertikaler Richtung

G: (komplexes) Ortsfrequenzspektrum der Grauwertverteilung

Bedeutung der DFT für lokale Operatoren: Filterung im **Ortsfrequenzbereich** ist ggf. einfacher und weniger zeitaufwändig als im **Ortsbereich**

Praktische Relevanz der DFT für Filteroperationen

Einer Faltung im Ortsbereich entspricht einer Multiplikation im Ortsfrequenzbereich und umgekehrt (Faltungssatz)

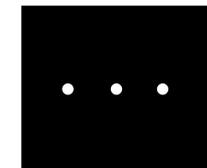
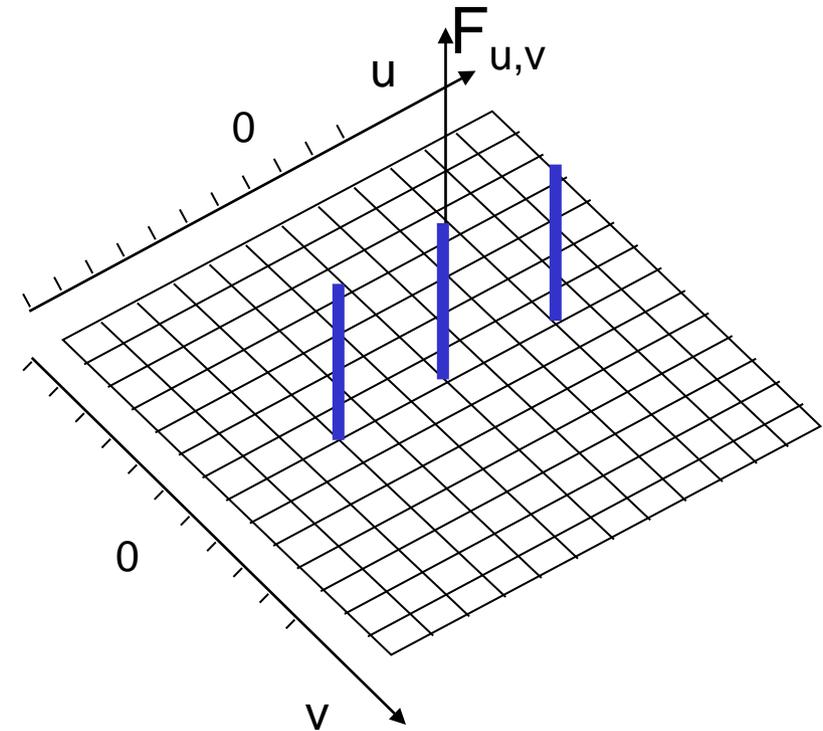
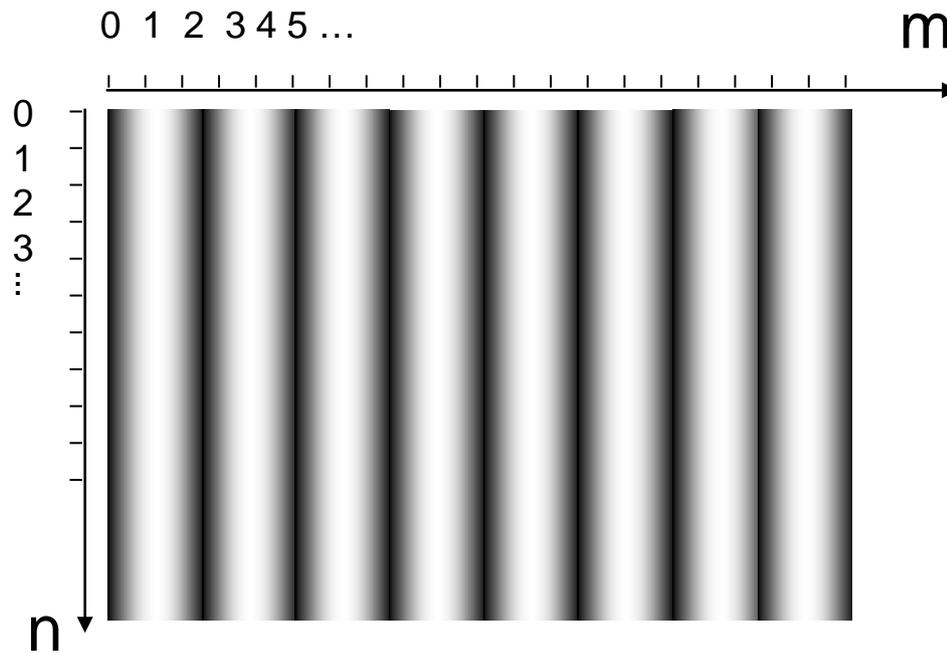
Man erhält somit das 2-dimensionale (Ortsfrequenz-) Spektrum eines gefilterten Bildes, indem man das Spektrum des ursprünglichen Bildes mit dem Spektrum (also der Fouriertransformierten) des Filters multipliziert. Durch Rücktransformation des Spektrums erhält man das gefilterte Bild

Bedeutung der DFT für lokale Operatoren: Filterung im **Ortsfrequenzbereich** ist ggf. einfacher und weniger zeitaufwändig als im **Ortsbereich**

2-Dimensionale Ortsfrequenzspektren / Beispiele

Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

$$f_{mn} = 100 + 100 \cdot \sin(2\pi \cdot 1/3 \cdot m) \quad \rightarrow \quad \text{Frequenz (horizontal)} = 1/3$$



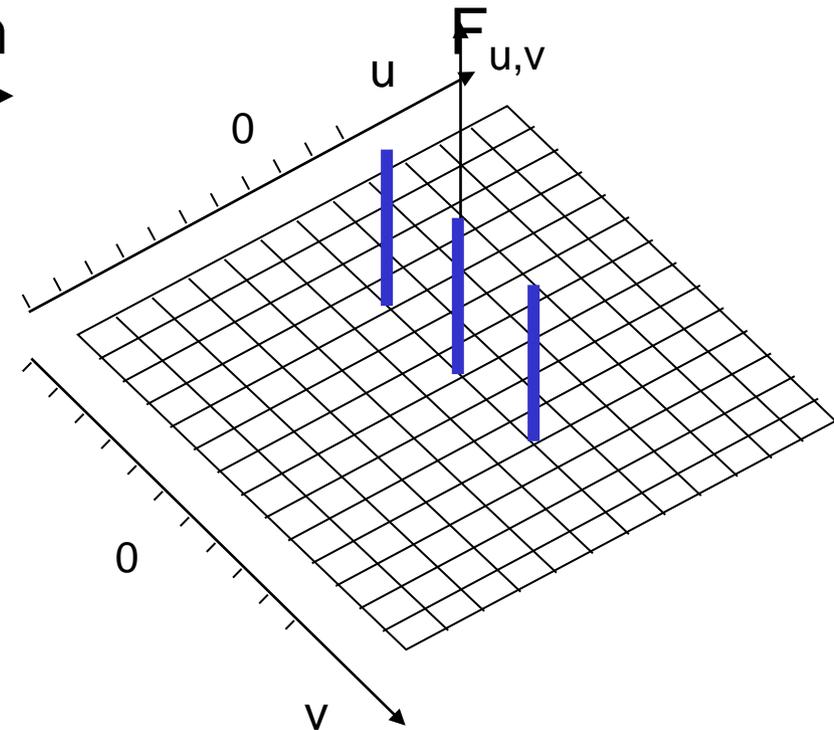
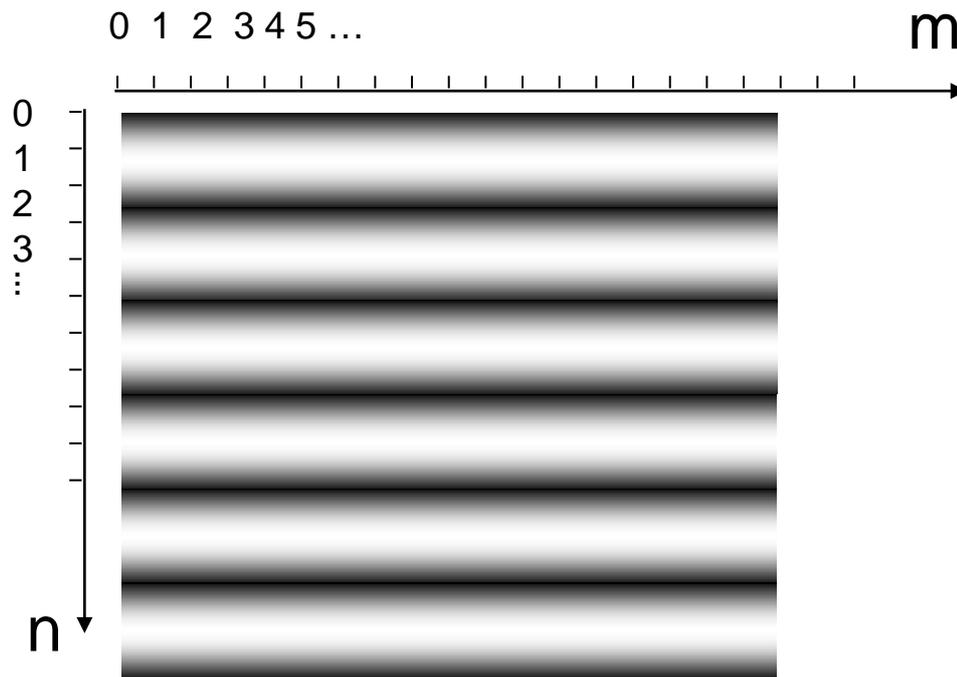
Bild

Spektrum

2-Dimensionale Ortsfrequenzspektren / Beispiele

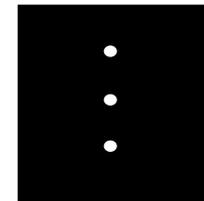
Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

$$f_{mn} = 100 + 100 \cdot \sin(2\pi \cdot 1/3 \cdot n) \quad \rightarrow \quad \text{Frequenz (vertikal)} = 1/3$$



Bild

Spektrum



2-Dimensionale Ortsfrequenzspektren / Beispiele

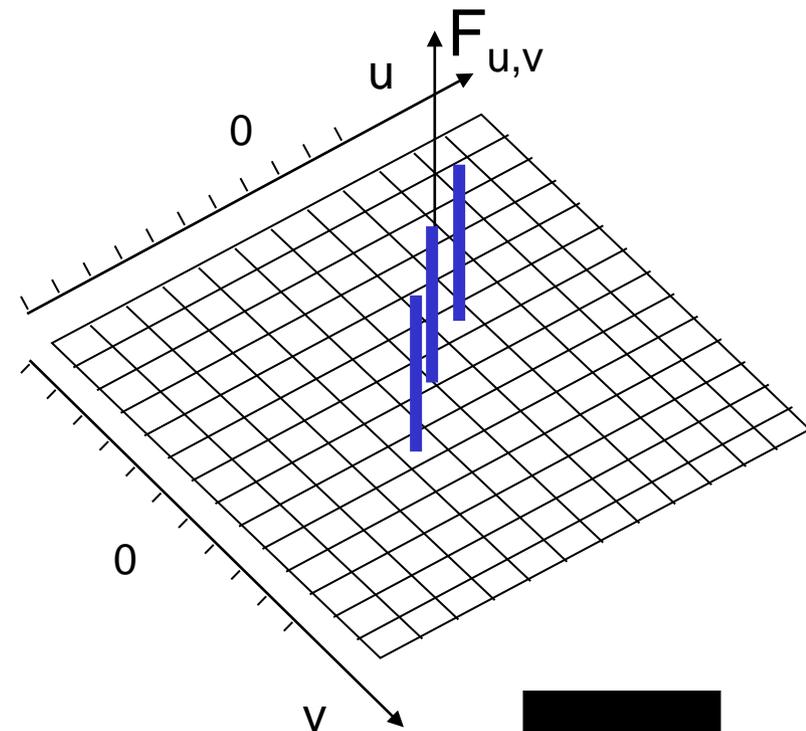
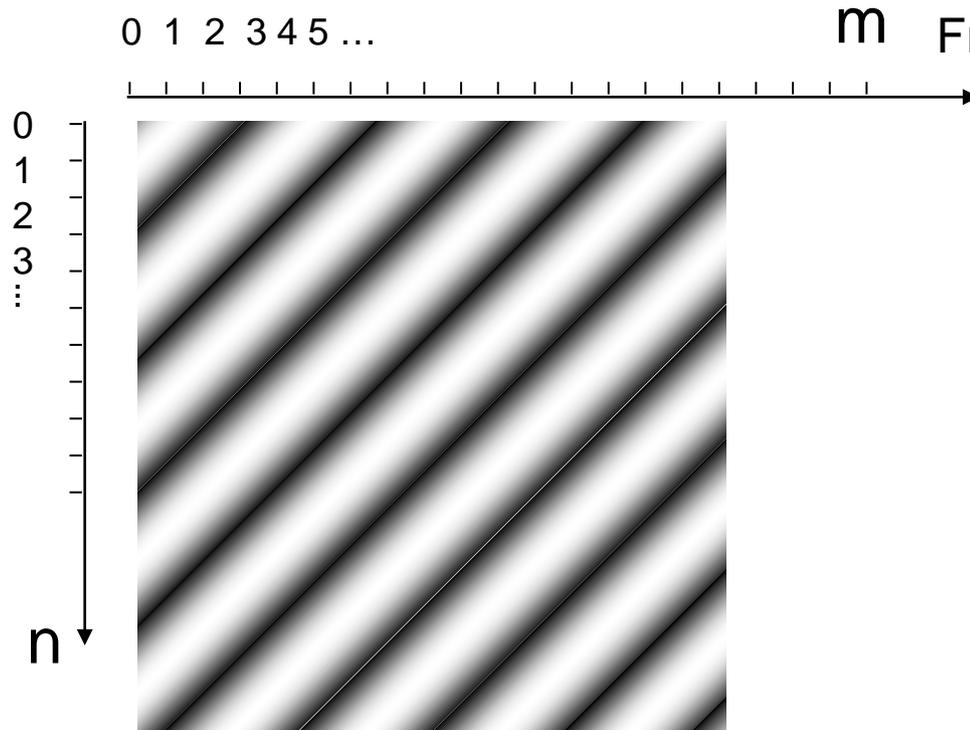
Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

$$f_{mn} = 100 + 100 \cdot \sin(2\pi \cdot 1/6 \cdot (m+n)) \rightarrow$$

Frequenz (horz.) = 1/6

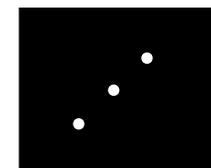
Frequenz (vert.) = 1/6

Frequenz (45° gedreht) = 1/3



Bild

Spektrum



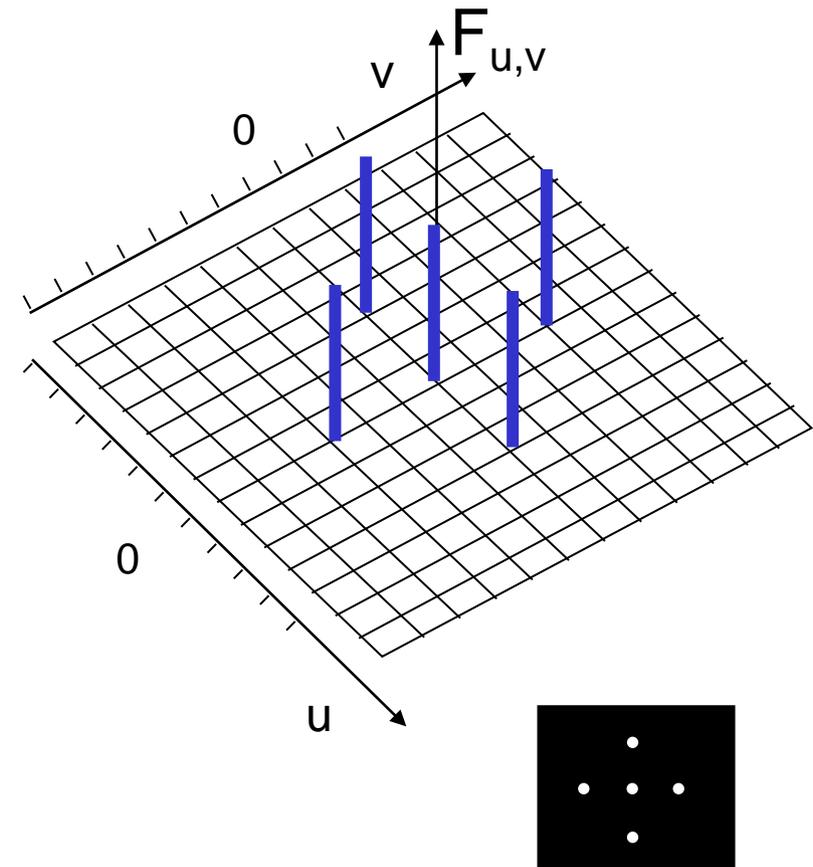
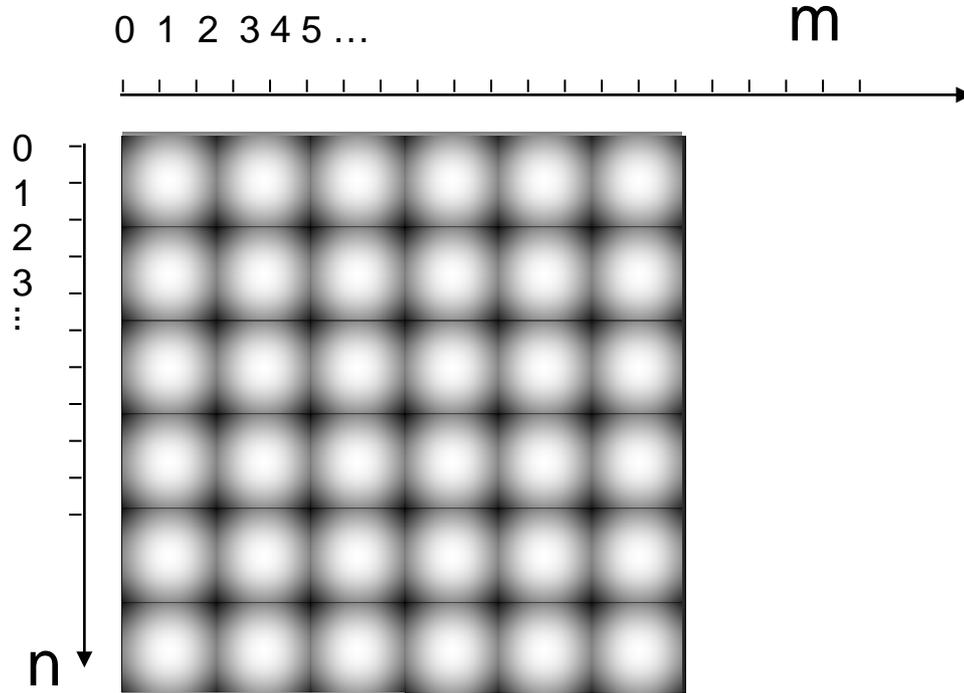
29 von 54

2-Dimensionale Ortsfrequenzspektren / Beispiele

Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

$$f_{mn} = 100 + 50 \cdot \sin(2\pi \cdot 1/3 \cdot m) + 50 \cdot \sin(2\pi \cdot 1/3 \cdot n)$$

→ Frequenz (horiz. u. vert.) = 1/3



Bild

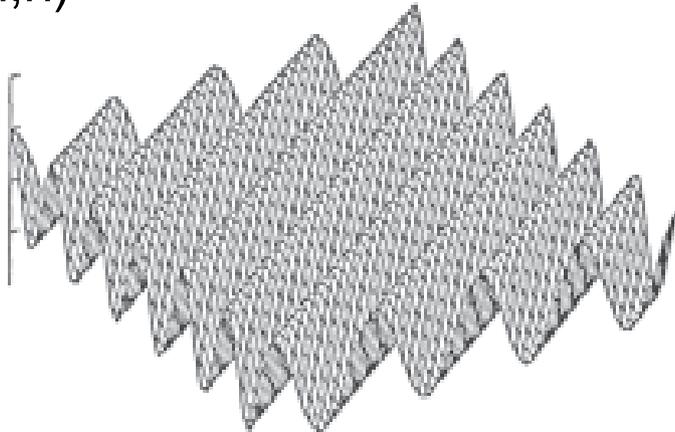
Spektrum

30 von 54

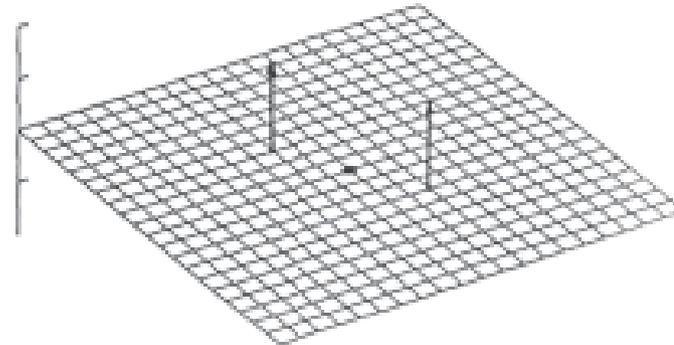
2-Dimensionale Ortsfrequenzspektren / Beispiele

Achtung: geänderte / getauschte Indizes gegenüber älteren Skript-Versionen!

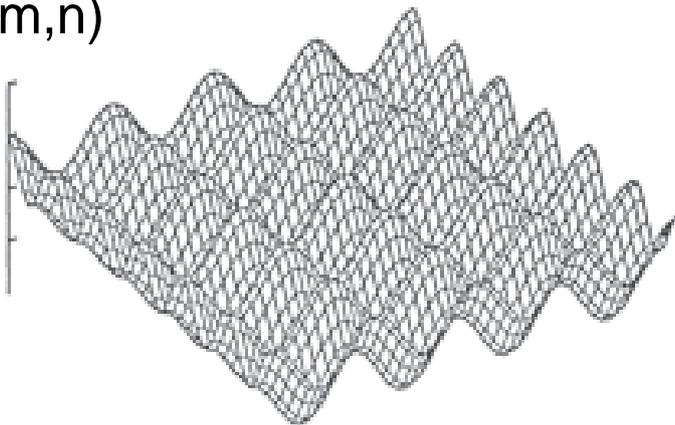
$f(m,n)$



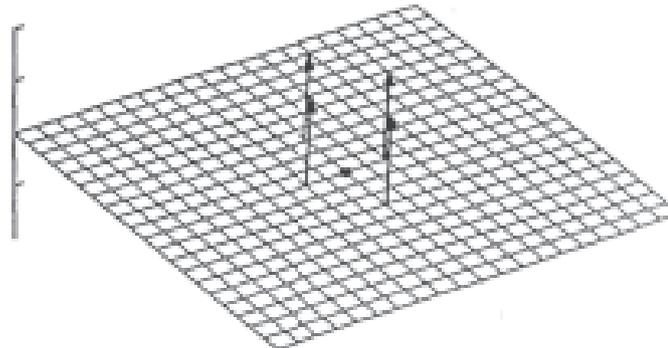
$F(u,v)$



$f(m,n)$

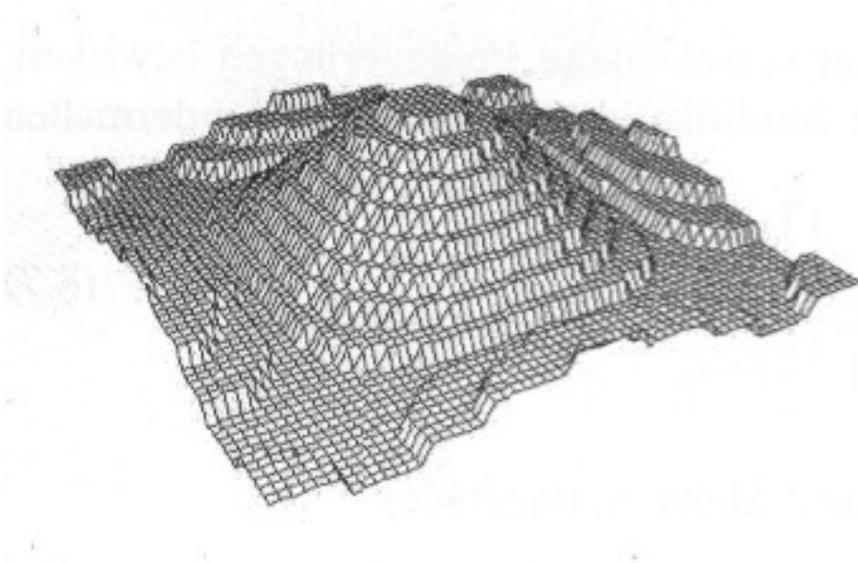


$F(u,v)$

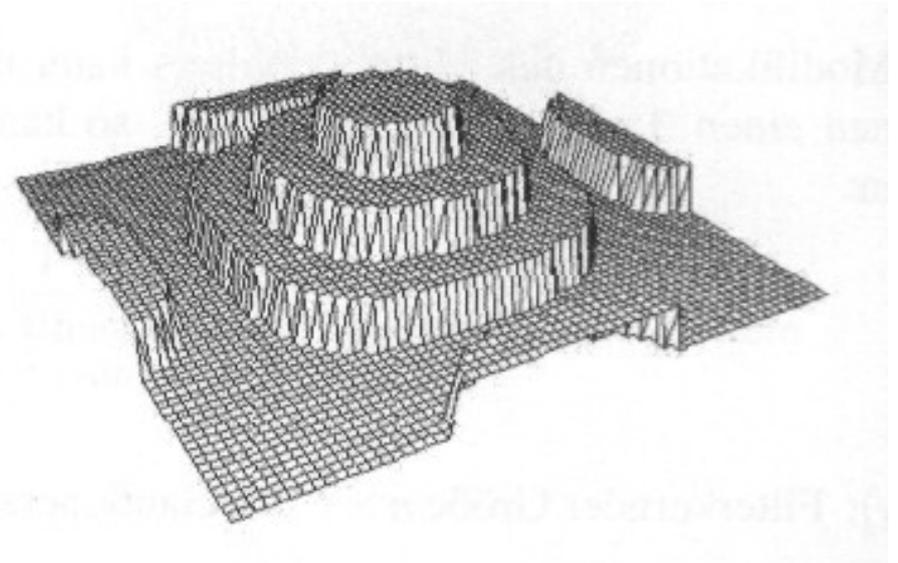


Beispiele für Grauwertprofile und zugehörige Spektren (siehe auch Folien 25 und 26) 31 von 54

Fouriertransformierte von Tiefpassfiltern:

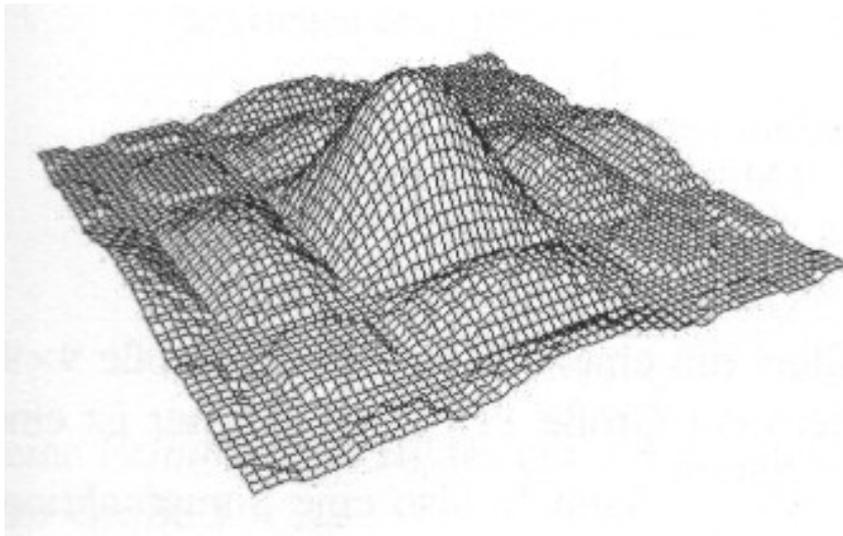


3 x 3 Mittelwertfilter

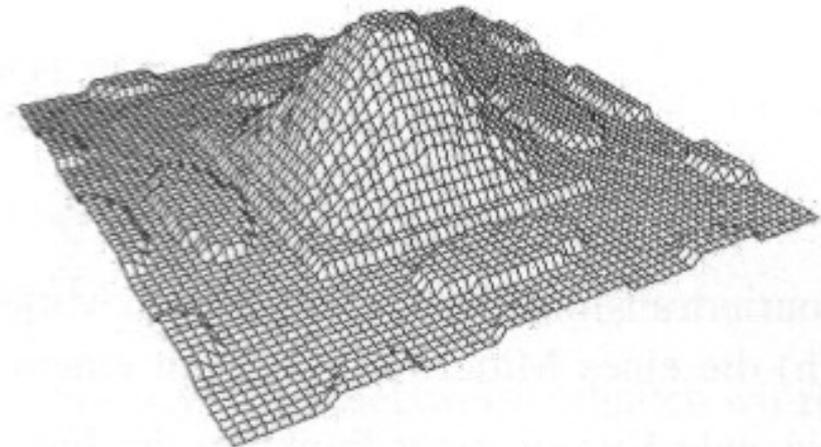


3 x 3 Gaußfilter

Fouriertransformierte von Tiefpassfiltern:

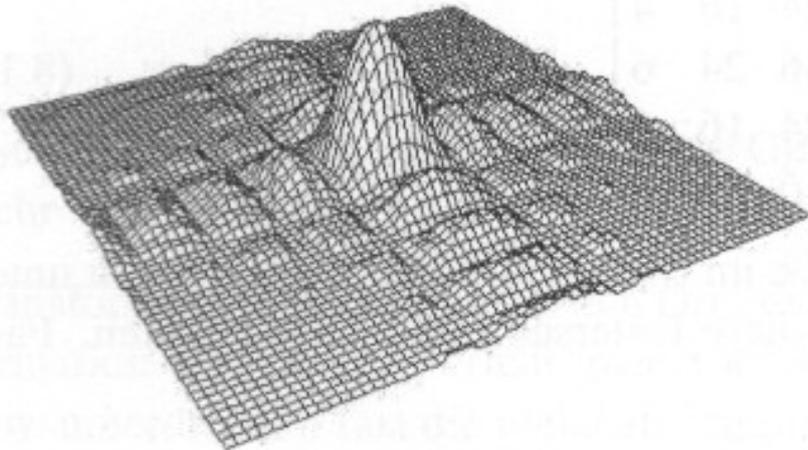


5 x 5 Mittelwertfilter

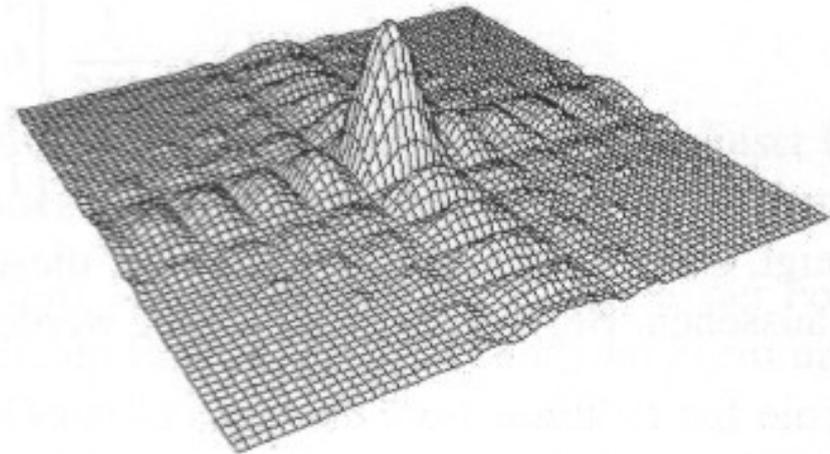


5 x 5 Gaußfilter

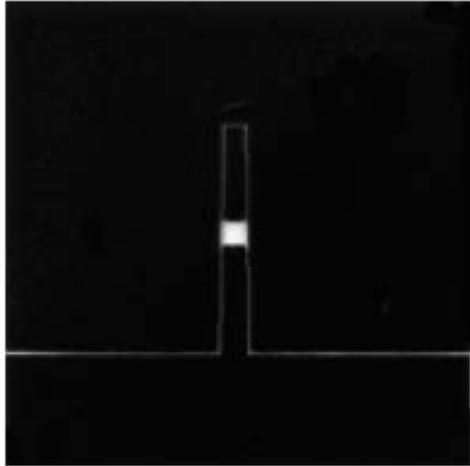
Fouriertransformierte von Tiefpassfiltern:



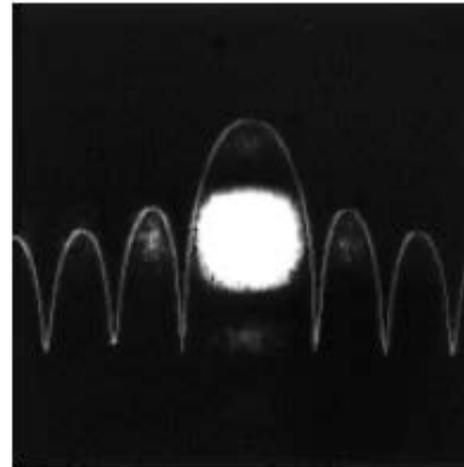
9 x 9 Mittelwertfilter



9 x 9 Gaußfilter



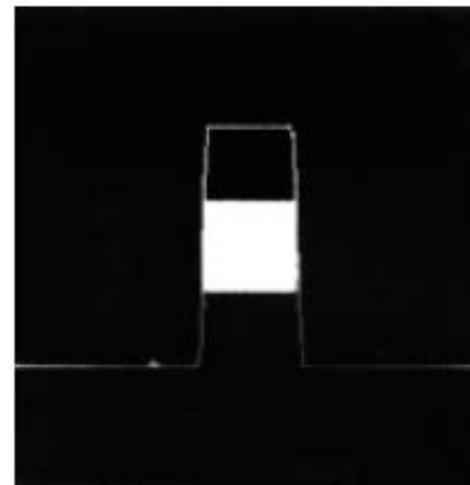
(A)



(B)



(C)



(D)

weiße Flächen:

3D-Darstellung des 2-dim. Spektrums,

weiße Linien:

eindimensionaler Profilschnitt durch das Spektrum

Koeffizienten für 9 x 9 Filter

0	0	0	0	-1	0	0	0	0
0	0	-2	-5	-6	-5	-2	0	0
0	-2	-6	8	24	8	-6	-2	0
0	-5	8	92	155	92	8	-5	0
-1	-6	24	155	248	155	24	-6	-1
0	-5	8	92	155	92	8	-5	0
0	-2	-6	8	24	8	-6	-2	0
0	0	-2	-5	-6	-5	-2	0	0
0	0	0	0	-1	0	0	0	0

Transformation von Filterfunktionen mit Signalverlauf entlang der mittleren Zeile:

(A) Ortsbild des 7x7 Mittelwertfilters in einem Bildfeld 128x128 Bildpunkte,

(B) Powerspektrum dieses Mittelwertfilters

(C) und (D) Ortsbild und Amplitudenspektrum Tiefpaßfilter mit Grenzfrequenz von $f_{qx} = f_{qy} = 0.1$

4. Hochpassfilter

Hochpassfilter

Übersicht (Auswahl)

- Gradientenfilter: 1. (partielle) Ableitung in Richtung der Koordinatenachsen
- Robertsoperator: 1. partielle Ableitung in diagonaler Richtung
- Prewitt-Operator: 1. partielle Ableitung in mehreren Richtungen und Mittlung (Mittelwertfilter) in den jeweils dazu senkrechten Richtungen
- Sobel-Operator: wie Prewitt-Operator, aber Mittlung mittels Gauß-Filter
- 2. Ableitung in verschiedene Richtungen (Laplace-Filter)

Hochpassfilter: Gradientenfilter

$$h_{Gr1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$h_{Gr2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$h_{Gr3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$h_{Gr4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

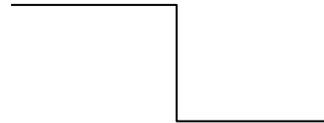
Eigenschaften:

- Wirkung in Richtung der Koordinatenachsen
- Versatz um $\frac{1}{2}$ Bildpunkt
- rauschempfindlich

Gradientenfilter / Teststruktur mit Profillinie

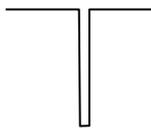


Originalbild



Grauwertverlauf entlang der Profillinie / Originalbild

h_{Gr1} :



h_{Gr2} :

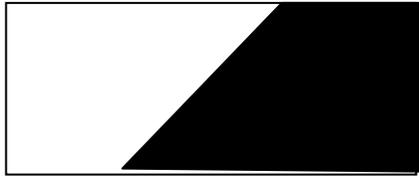


h_{Gr3} h_{Gr4} : keine Kantendetektion

Grauwertverlauf entlang der Profillinie / gefiltert

Kantendetektion bei Gradientenfiltern dann, wenn Filtergradient und Kantengradient gleichsinnig sind

Gradientenfilter / Teststrukturen mit schrägem Kantenverlauf



Originalbild



Bild gefiltert:
 $h_{Gr1}; h_{Gr3}$



Bild gefiltert:
 $h_{Gr2}; h_{Gr4}$



Originalbild

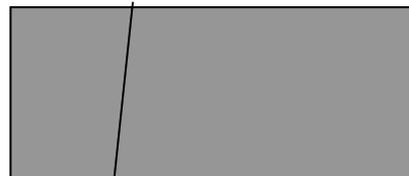


Bild gefiltert: h_{Gr1}

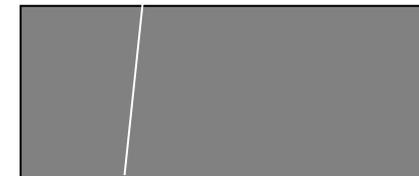


Bild gefiltert: h_{Gr2}



Bild gefiltert: h_{Gr3}



Bild gefiltert: h_{Gr4}

Hochpassfilter: Roberts-Operator (Roberts-Kreuz)

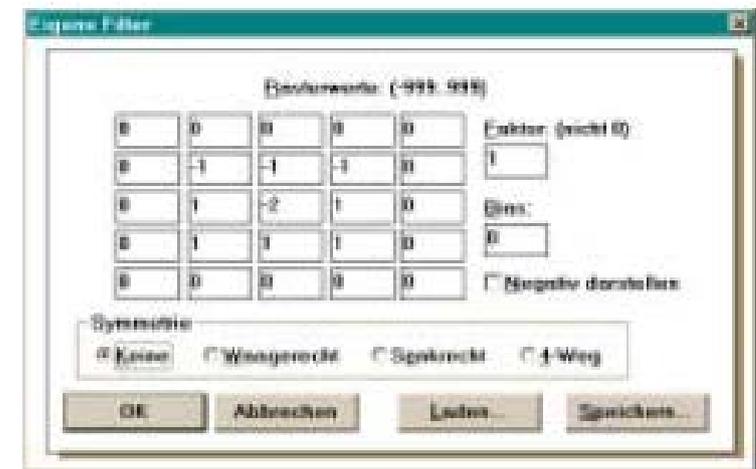
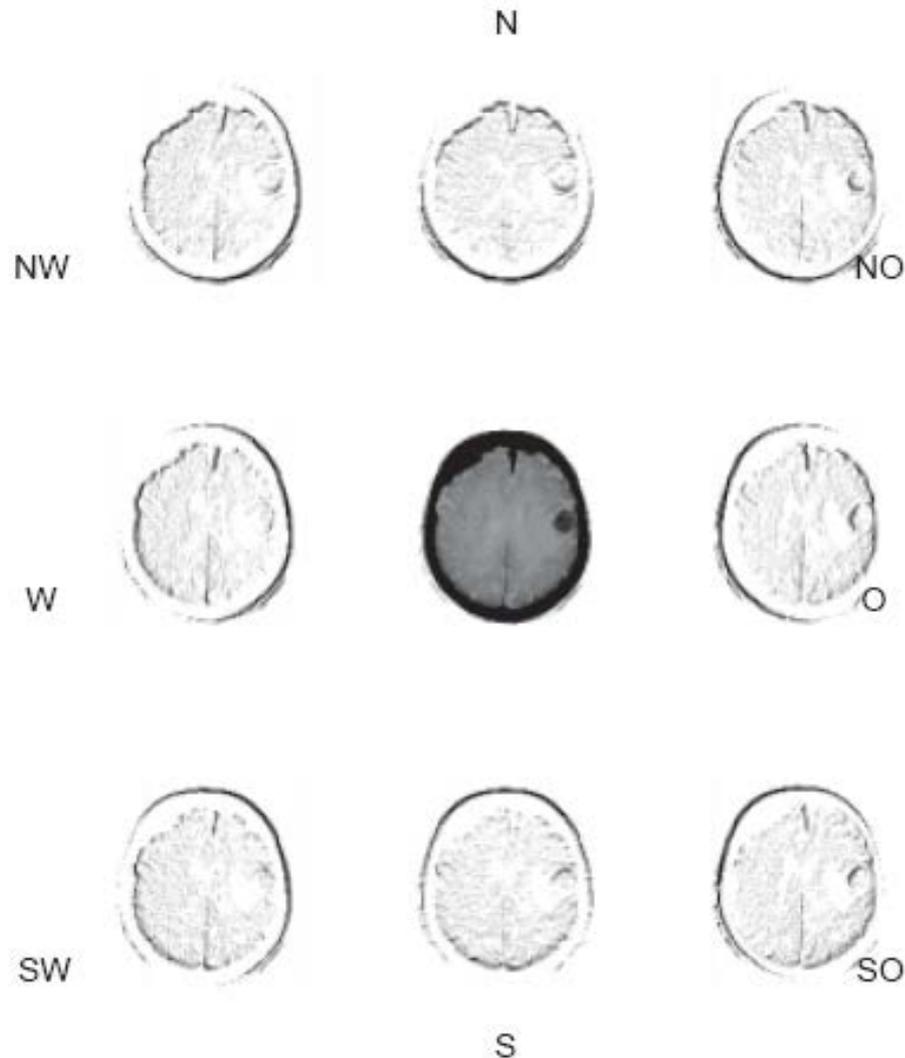
$$h_{Ro1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h_{Ro2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Eigenschaften:

- Wirkung in diagonalen Richtung
- Versatz um $\frac{1}{2}$ Bildpunkt
- rauschempfindlich

Hochpassfilter: Kantenfilter mit Vorzugsrichtung



Lokale Operatoren:
Kantenfilter mit Vorzugsrichtung

Hochpassfilter: Roberts-Operator / Beispiel 1



Original



Robertsoperator

Hochpassfilter: Prewitt-Operator

$$h_{Pr1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \\ -1 & 0 & +1 \end{bmatrix}$$

Eigenschaften:

- Wirkung in Richtung der Koordinatenachsen
- Zusätzliche Mittelung senkrecht zur Wirkungsrichtung, dadurch rauschunempfindlicher

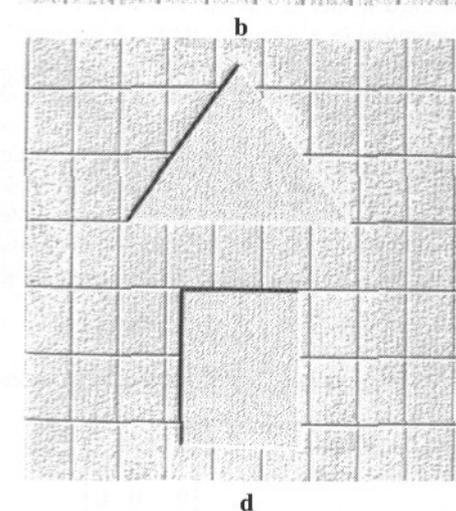
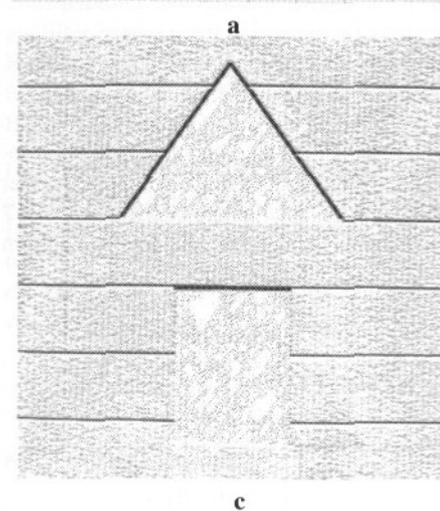
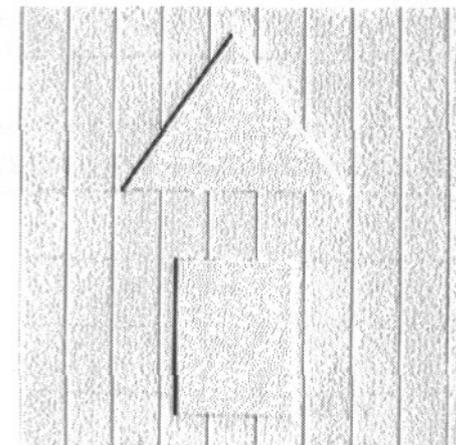
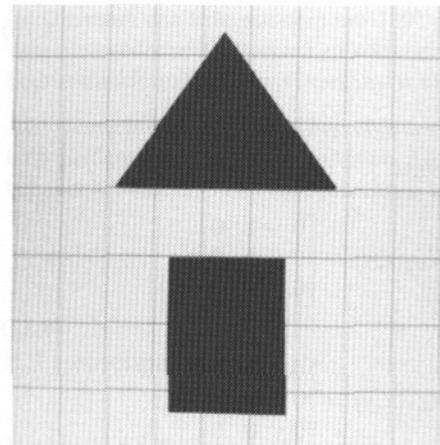
$$h_{Pr2} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Es existieren sich auch um 45° gedrehte Prewitt-Operatoren

Prewitt-Operator / Beispiel 1

a) Original

- h_{Pr1}
- h_{Pr2}
- h_{Pr1} um 135° gedreht



Hochpassfilter: Sobel-Operator

$$h_{So1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad h_{So2} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Eigenschaften:

- Wie Prewitt-Operator, aber Mittelwertbildung mittels Gauß-Operator

bzw. um jeweils 45° gedreht:

$$h_{So3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad h_{So4} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Hochpassfilter: Sobel-Operator / Beispiel 1



Original



Sobeloperator

Vergleich

Sobeloperator - Robertsoperator



Original



Robertsoperator



Sobeloperator

Hochpassfilter: Gradientenfilter

Der Laplace-Operator (2. Ableitung)

$$h_{Lp1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

empfindlich in horizontaler und vertikaler Richtung

Weitere Modifikationen existieren (siehe Literatur)

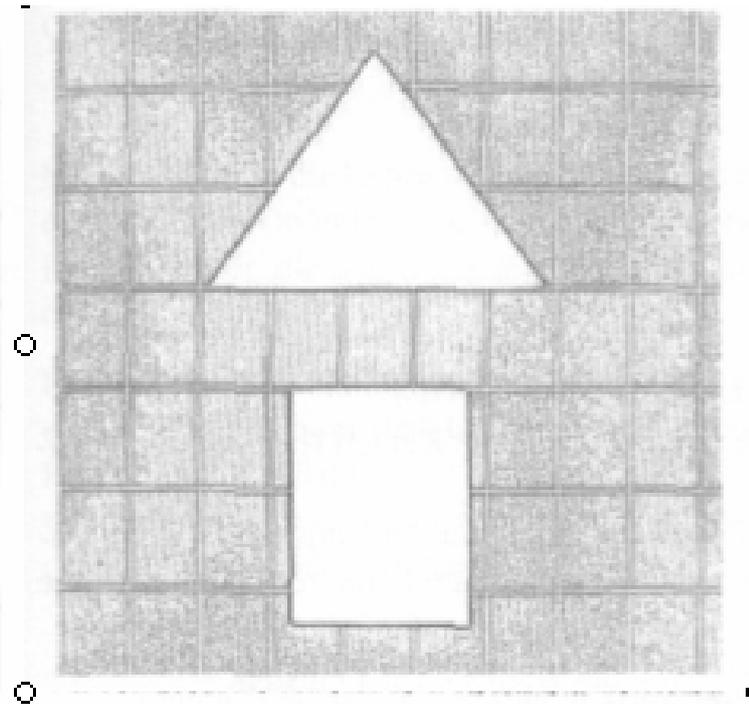
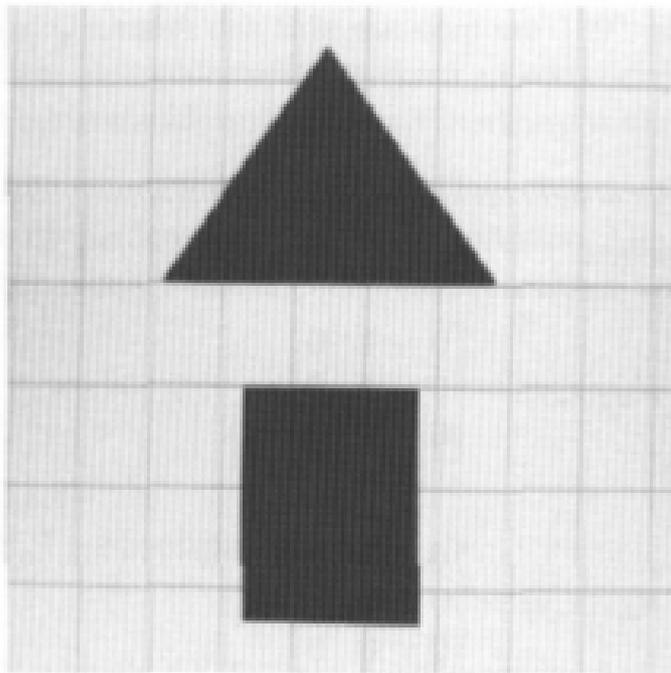
$$h_{Lp2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

entsteht durch 45°-Drehung von h_{Lp1}

empfindlich in alle Richtungen

Anwendung: bei Kantenübergängen mit Schattenwürfen

Der Laplace-Operator / Beispiel



Original (links),

Filterung mit h_{LP1} (rechts)

Der Kirsch-Operator

liefert die am stärksten ausgeprägte Gradientenrichtung

$$g^1 = \begin{bmatrix} +5 & +5 & +5 \\ -3 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$g^2 = \begin{bmatrix} +5 & +5 & -3 \\ +5 & 0 & -3 \\ -3 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$g^3 = \begin{bmatrix} +5 & -3 & -3 \\ +5 & 0 & -3 \\ +5 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$g^4 = \begin{bmatrix} -3 & -3 & -3 \\ +5 & 0 & -3 \\ +5 & +5 & -3 \end{bmatrix}$$

5. Rekursive und nichtrekursive Filter

- Rekursive Filter: zur Berechnung werden Werte (Bilddaten) herangezogen, welche ggf. schon vorher durch die gleiche Operation geändert wurden
- Nichtrekursive Filter: es wird nur mit den noch nicht veränderten Bilddaten gerechnet

6. Nichtlineare Filter

Nichtlineare Filter, z.B.:

Min-, Max-, Medianfilter (Rangordnungsfiler)

- **Min:** der Wert wird auf den kleinsten Wert in der Umgebung gesetzt
- **Max:** der Wert wird auf den größten Wert in der Umgebung gesetzt
- **Median:** Alle Werte der Umgebung werden der Größe nach aufgelistet. Der neue Grauwert ergibt sich aus dem Wert in der mittleren Position der Liste