Gliederung

- Bildabtastung und Digitalisierung
- Technische Komponenten
- Grauwertstatistik
- Punktoperatoren
- Lokale Operatoren
- **Globale Operatoren**
- Merkmalsextraktion
- Klassifikation
- Codierung

Gliederung

1. Einführung / Begriffsbestimmungen
2. Wiederholung Fouriertransformation / 2-dimensionale DFT
3. Beispiele für Funktionen im Frequenz und Ortsfrequenzbereich
4. Digitale Filterung

1. Einführung / Begriffsbestimmungen

1.Einführung / Begriffsbestimmungen

Globale Operatoren

Für nicht zu große Koeffizientenmatrizen sind die lokalen Operatoren eine bequeme und einfache Methode zur Filterung.

Bei großen Koeffizientenmatrizen

Anwendung von **Globalen Operatoren**

Definition:
Globale Operatoren beziehen in den Operationsprozess sämtliche Pixel (und zwar Koordinaten und Grauwerte der Pixel) des Ursprungsbildes mit ein.

1.Einführung / Begriffsbestimmung

Punktoperatoren

Berechnung des neuen Grauwertes eines Bildpunktes aus dem alten Grauwert

lokale Operatoren

Berechnung des neuen Grauwertes eines Bildpunktes aus dem alten Grauwert und den Grauwerten in der näheren (lokalen) Umgebung des Bildpunktes

globale Operatoren

Berechnung des neuen Grauwertes eines Bildpunktes aus allen Grauwerten des Bildes

2. Wiederholung: Fouriertransformation

Ermittlung des komplexen Spektrums eines Zeitsignals oder einer Ortsfunktion (x anstelle v. t) mit Hilfe der ***Fouriertransformation***

$$F(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt$$

Rekonstruktion des Signales im Zeit- (oder Orts-)bereich aus dem komplexen Spektrum durch ***Fourierrücktransformation***

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega$$

mit $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$ (Eulersche Formel)

Übergang zur Diskreten Fourier - Transformation (DFT)

Beim diskreten Fall geht *dt* in ein endliches Intervall $\frac{2\pi}{N}u$ über, wobei *u* nun den Fourierindex darstellt.

Für die DFT gilt:

$$F_u = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f_n \cdot e^{-j\frac{2\pi n}{N}u}$$

$$f_n = \sum_{n=0}^{N-1} F_u \cdot e^{j\frac{2\pi n}{N}u}$$

Für die Zeit (den Ort) und die (Orts-) Frequenz gibt es dimensionslose Entsprechungen:

- **Entsprechung für die Zeit t / den Ort x**: n / N

  n = 0; 1; 2..N-1

- **Entsprechung für die (0rts-)Frequenz f**: u

  u = 1, 2 **...**

3. 2-Dimensionale DFT

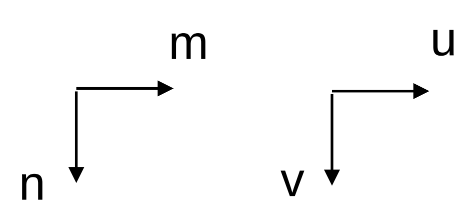
Digitale Bildverarbeitung ist 2 dimensionale digitale Signalverarbeitung

→ Erweiterung der Betrachtung auf 2 Dimensionen.

$$F_{u,v} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f_{m,n} \cdot e^{-j2\pi \frac{u}{M} m} \cdot e^{-j2\pi \frac{v}{N} n}$$

$$f_{m,n} = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{M-1} F_{u,v} \cdot e^{j2\pi \frac{u}{M} m} \cdot e^{j2\pi \frac{v}{N} n}$$

m, n; u, v: Entsprechungen für die vertikalen und horizontalen Orte bzw. die vertikalen und horizontalen Ortsfrequenzen



Achtung, Indizes gegenüber früheren Skipt-Versionen teilweise geändert / vertauscht!

2-Dimensionale DFT

Zusammenfassen der Exponenten:

$$F_{u,v} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f_{m,n} \cdot e^{-j2\pi\left(\frac{u}{M}m + \frac{v}{N}n\right)}$$

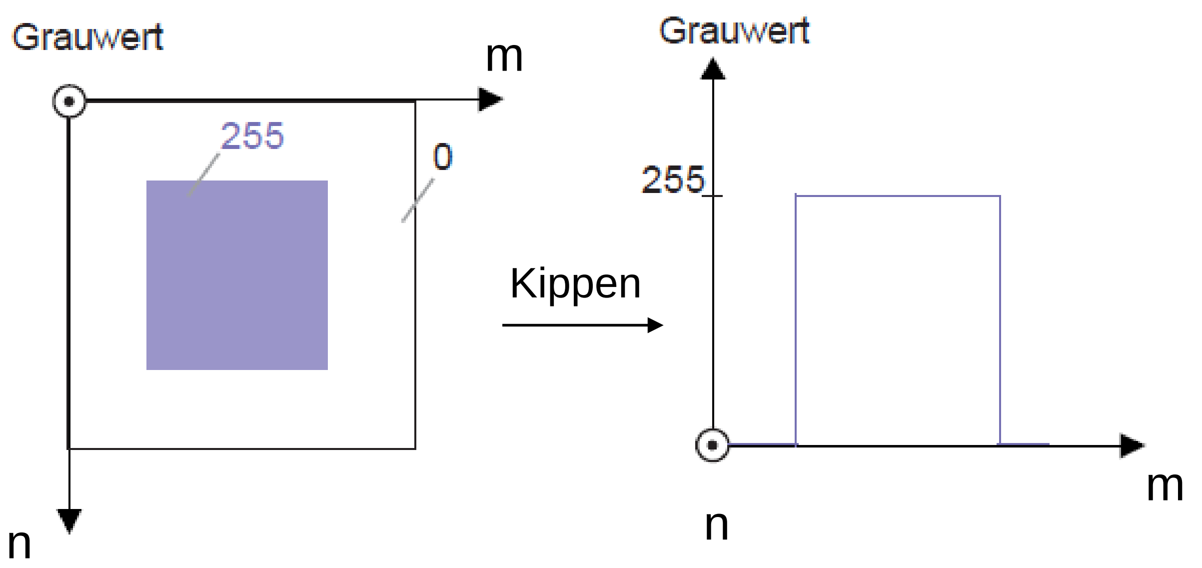
$$f_{m,n} = \sum_{v=0}^{N-1} \sum_{u=0}^{M-1} F_{u,v} \cdot e^{j2\pi\left(\frac{u}{M}m + \frac{v}{N}n\right)}$$

2-Dimensionale DFT

Da die DFT separierbar ist, kann man zunächst eine

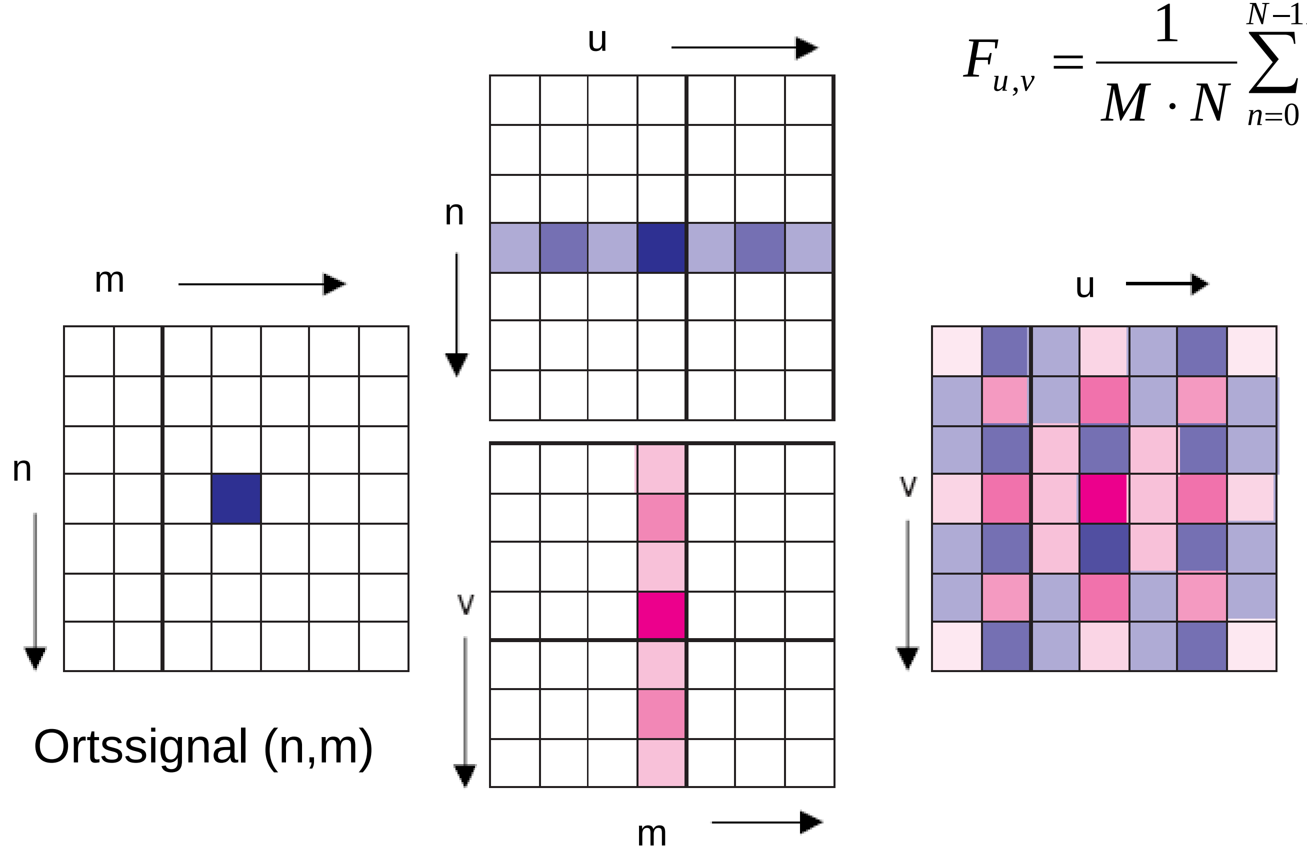
- DFT über alle Zeilen (oder Spalten) bilden und anschließend für die Zwischenergebnisse die
- DFT über alle Spalten (Zeilen) durchführen

$$F_{u,v} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f_{m,n} \cdot e^{-j2\pi \frac{u}{M} m} \cdot e^{-j2\pi \frac{v}{N} n}$$



2-Dimensionale DFT / Beispiel

$$F_{u,v} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} f_{m,n} \cdot e^{-j2\pi\frac{u}{M}m} \cdot e^{-j2\pi\frac{v}{N}n}$$

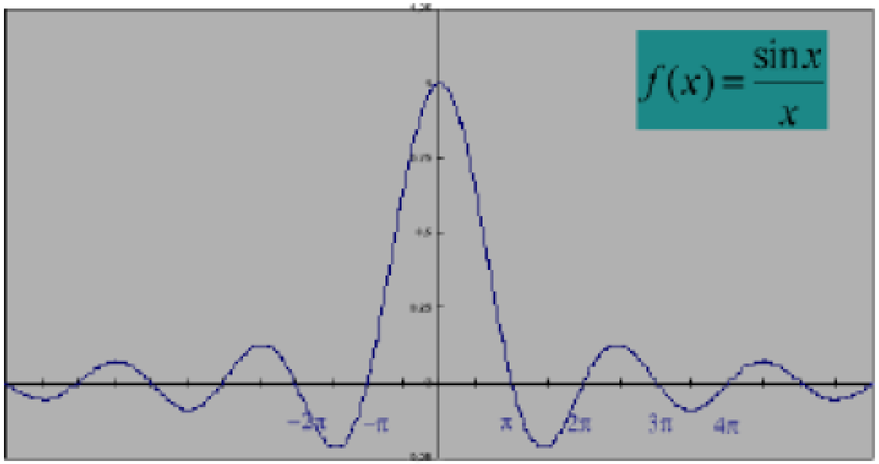


Ortssignal (n,m)

DFT der Zeilen (Spalten)

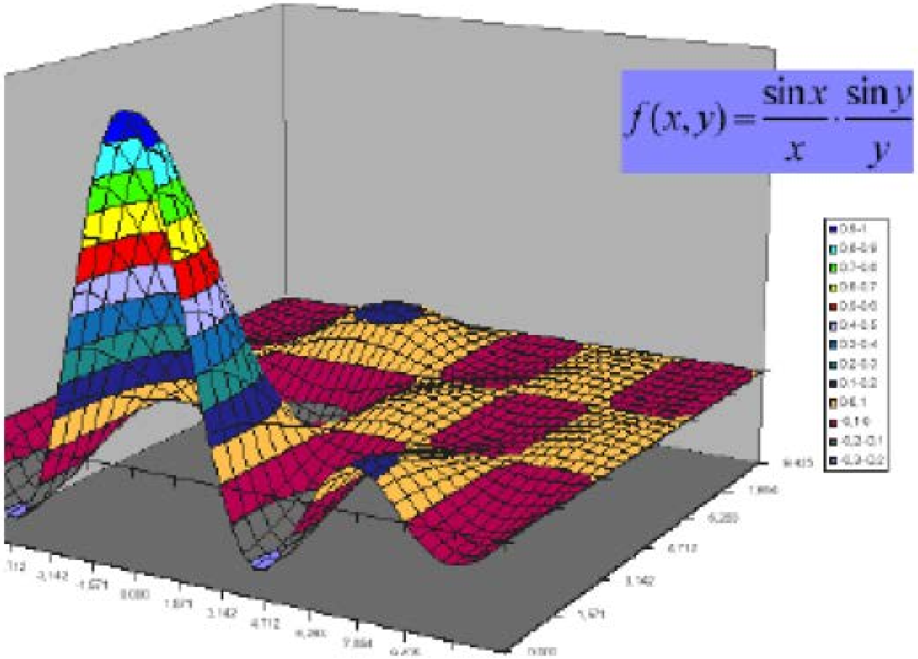
DFT der Spalten (Zeilen)

Beispiel eines zweidimensionalen, ortsabhängigen Bildsignals



Beispiel

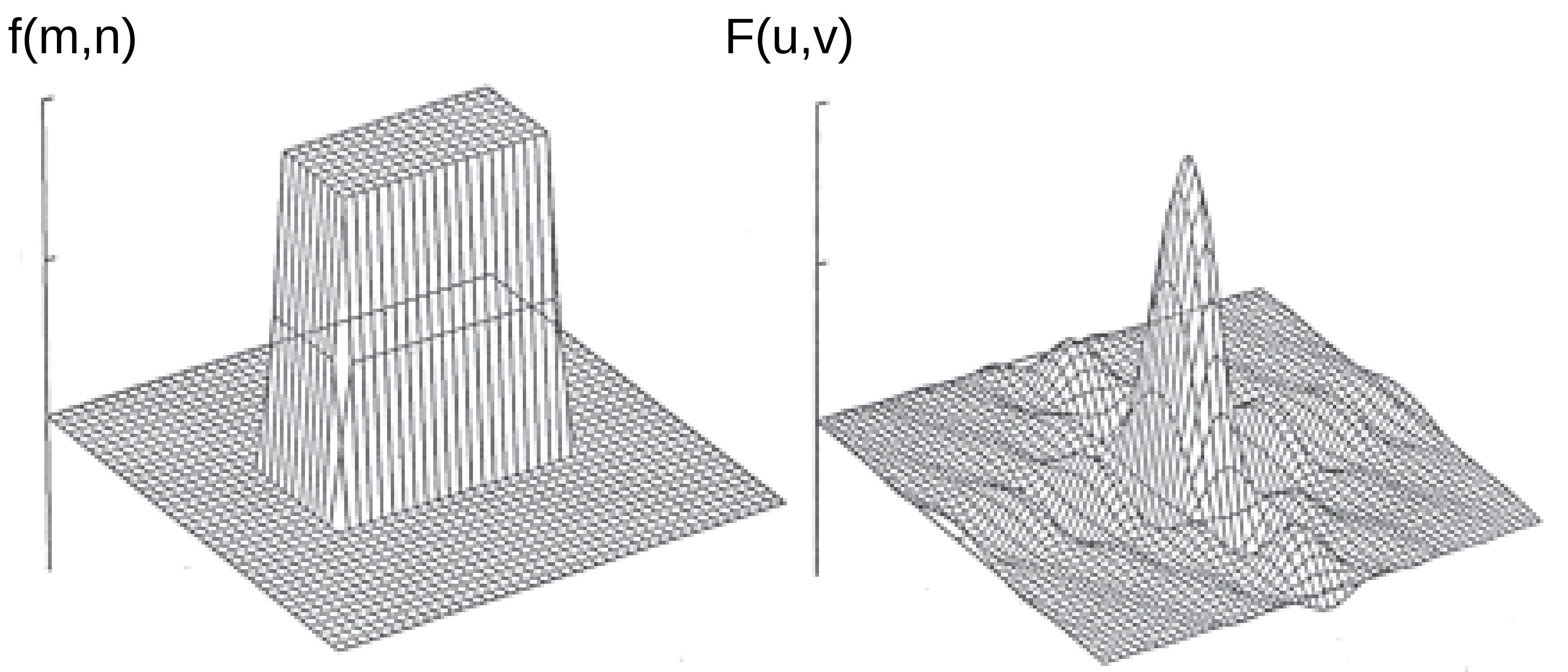
ideal rekonstruierte 1D-SINC-Funktion z.B. als Fourierrücktransformierte einer Rechteckfunktion des Spektrums



Beispiel

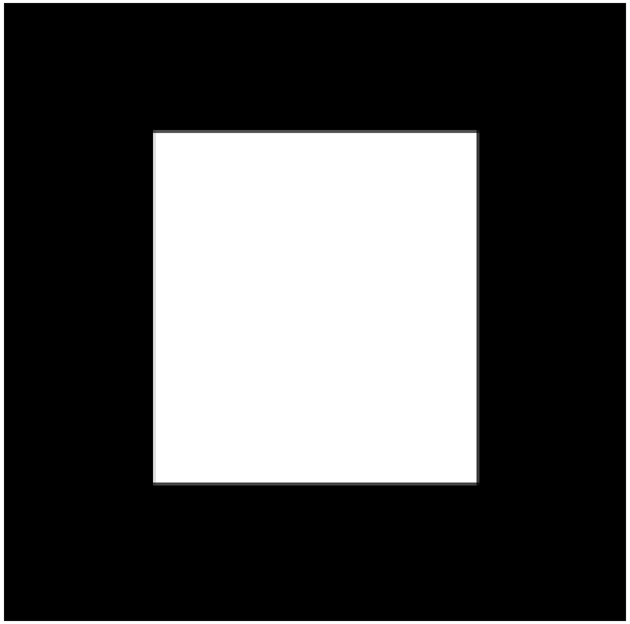
ideal rekonstruierte 2D-SINC-Funktion z.B. als Fourierrücktransformierte einer Rechteckfunktion des 2-dimensionalen Spektrums

2-Dimensionale DFT / Beispiel

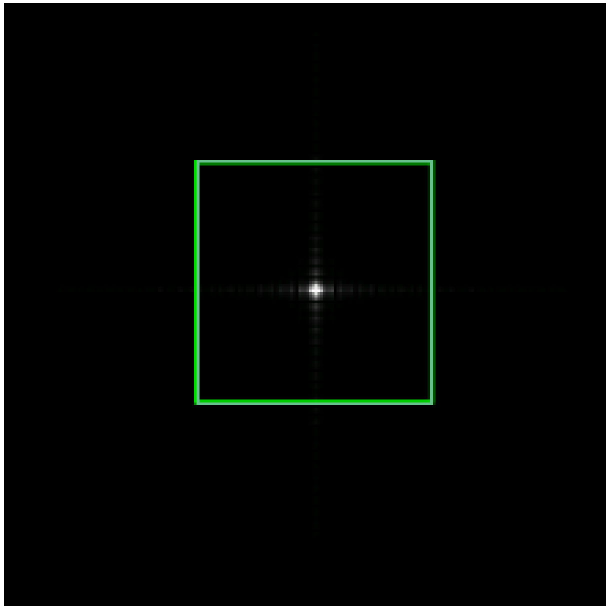


2-dimensionale Rechteckfunktion und zugehöriges Spektrum

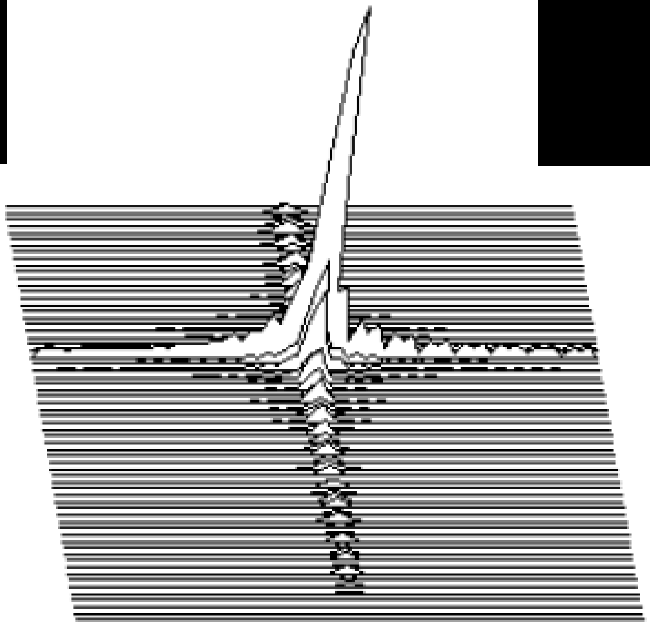
2-Dimensionale DFT / Beispiel



a) 2-dim. Bildsignal



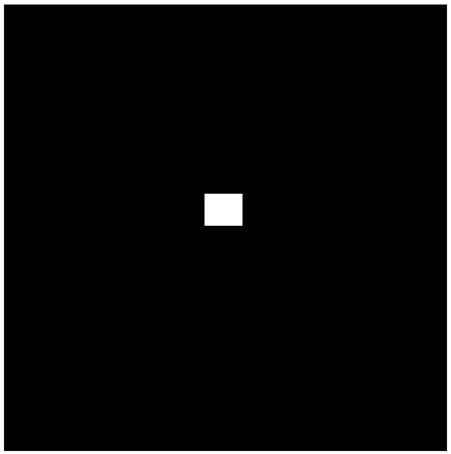
b) Ortsfrequenzspektrum



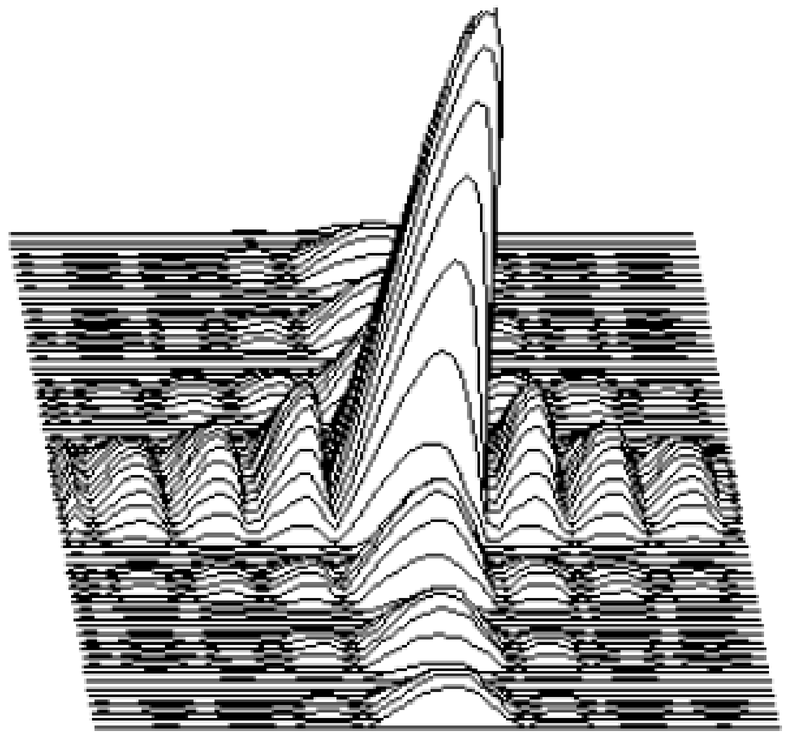
c) 3-dimensionale Darstellung des Spektrums

2-dimensionale Rechteckfunktion und zugehöriges Spektrum

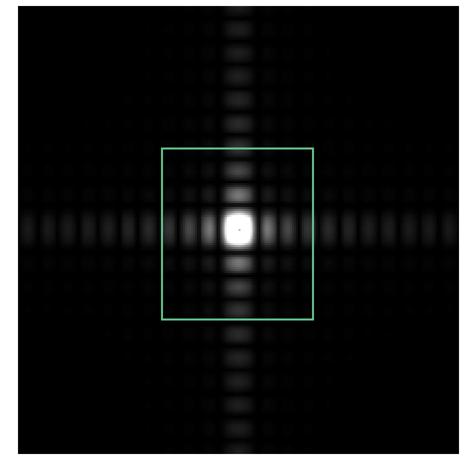
2-Dimensionale DFT / Beispiel



a) 2-dim. Bildsignal



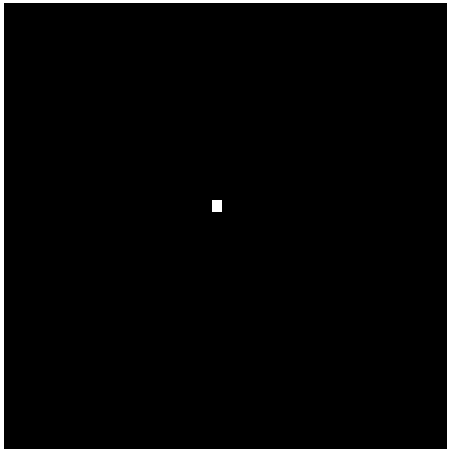
c) 3-dimensionale Darstellung des Spektrums



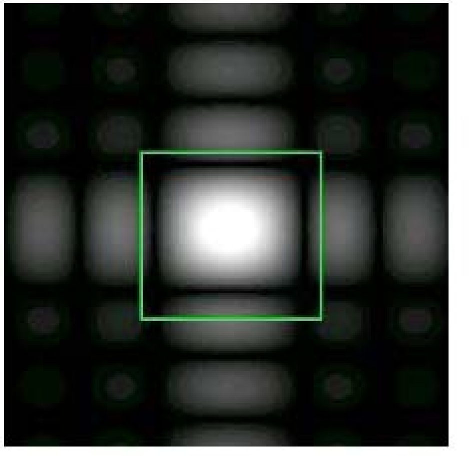
b) Ortsfrequenzspektrum

2-dimensionale Rechteckfunktion und zugehöriges Spektrum
(breitbandiger gegenüber vorher. Folie)

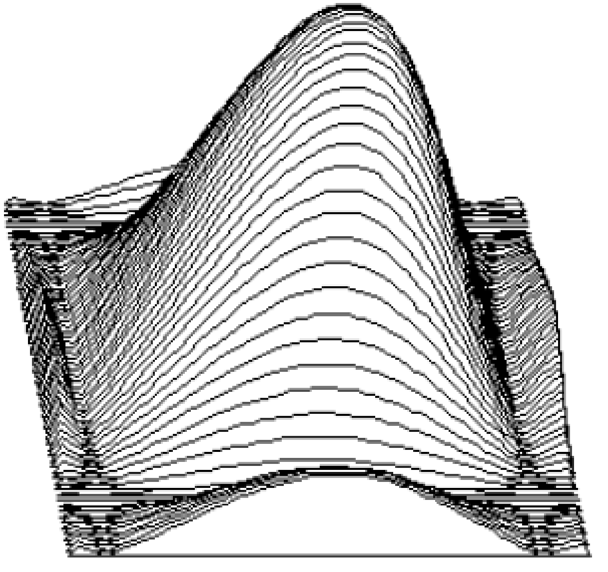
2-Dimensionale DFT / Beispiel



a) 2-dim. Bildsignal



b) Ortsfrequenzspektrum



c) 3-dimensionale Darstellung des Spektrums

2-dimensionale Rechteckfunktion und zugehöriges Spektrum mit vergrößertem Ausschnitt des Zentrums im Bild c)

4. Digitale Filterung

4. Digitale Filterung

Die digitale Filterung besteht nun aus der Faltung der Ortsfunktion f (n, m) mit der Impulsantwort h des Filters. Im Ergebnis erhält man die gefilterte Ortsfunktion g(n,m).

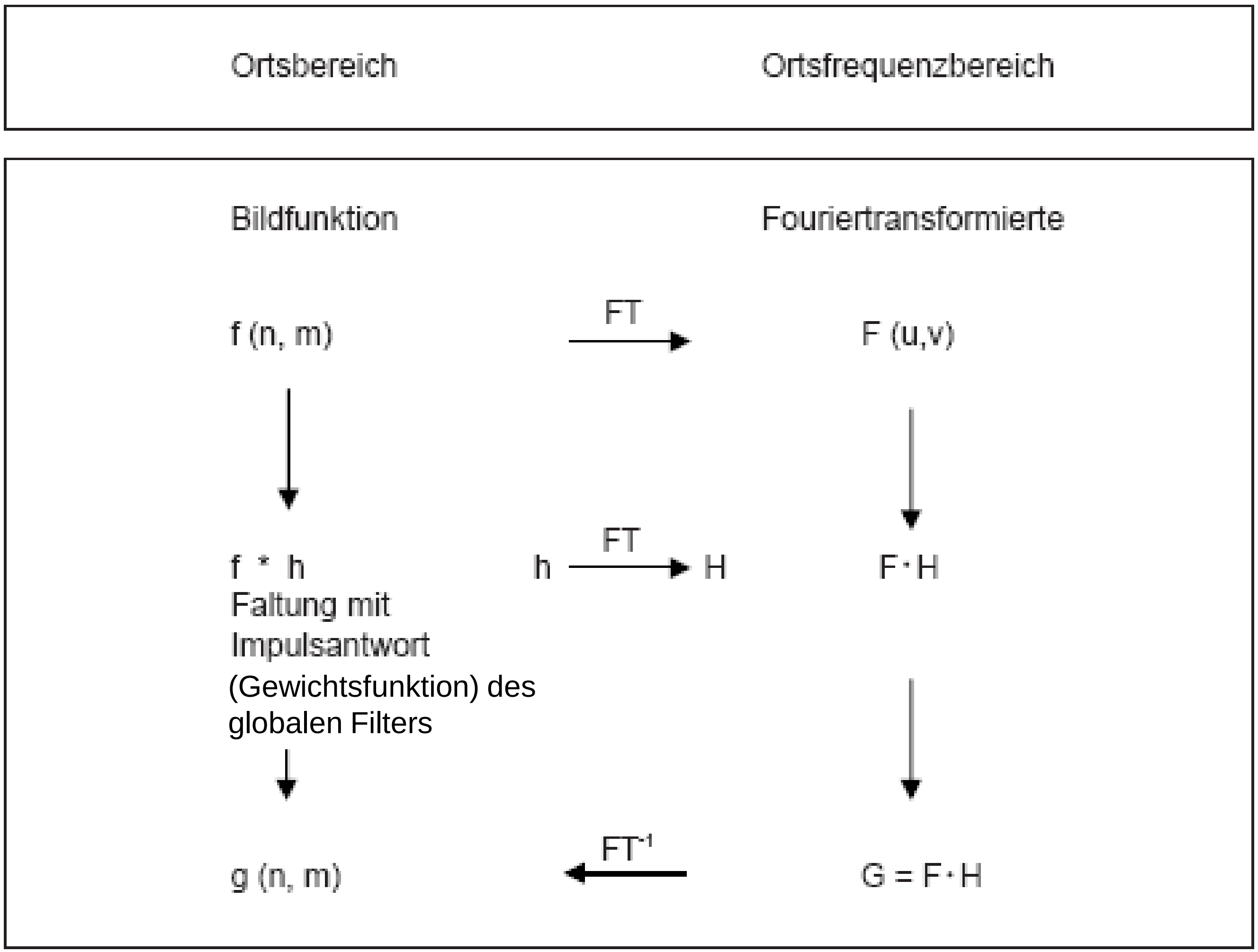
$$g(m,n) = f(m,n) * h(m,n)$$

Im Ortsfrequenzbereich entspricht dies der Multiplikation des Amplitudenspektrums F_{uv} mit der Operatorfunktion H_{uv}

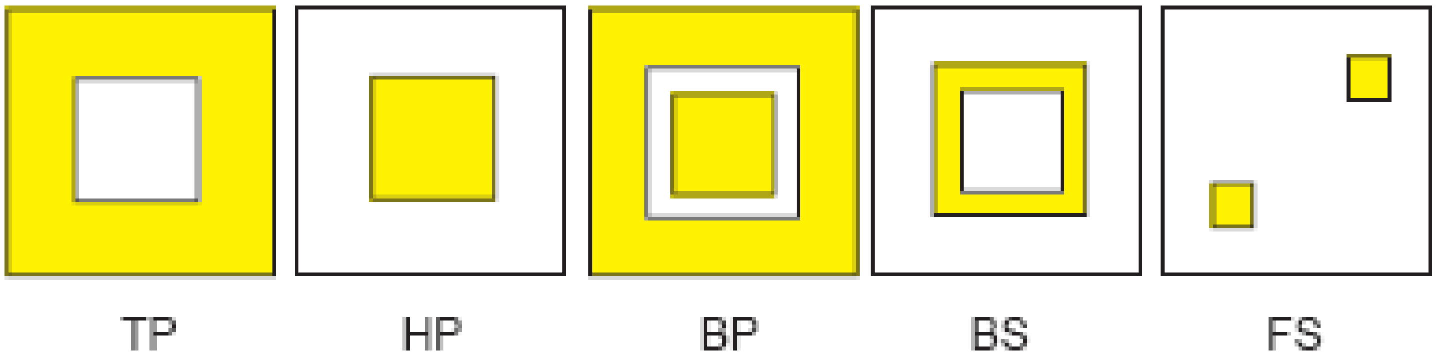
$$G_{uv} = F_{uv} \,.\, H_{uv}$$

Je nach Beschaffenheit der Operatorfunktion H_{uv} spricht man von **TP, HP, BP, BS** usw.

Digitale (globale) Filterung mit Hilfe der DFT

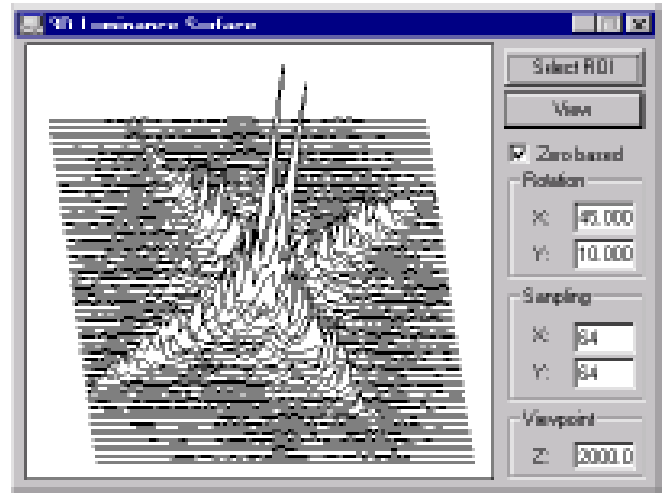


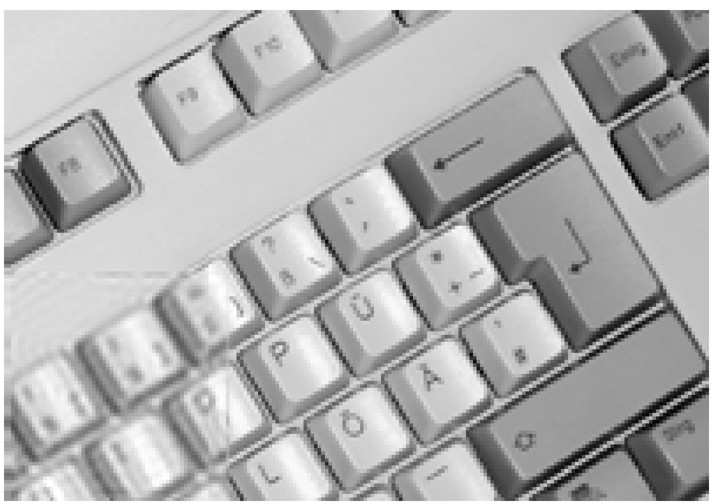
Zusammenhänge zwischen Filter- und Signalgrößen im Ortsbereich und entsprechenden Größen im Ortsfrequenzbereich

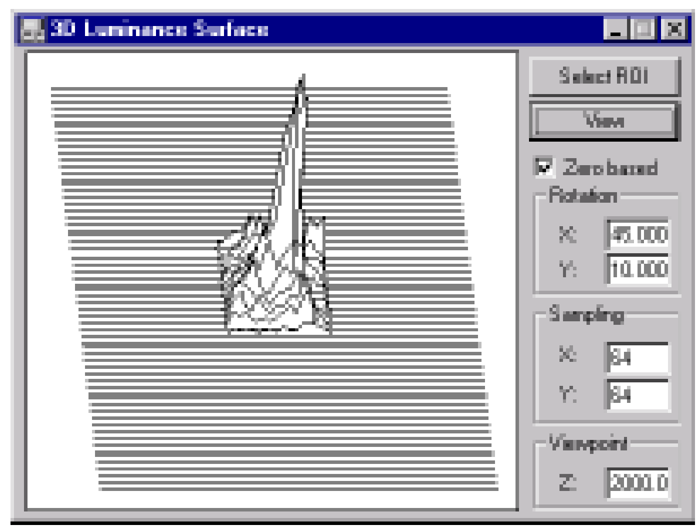


Beispiele Digitale Filterung im Ortsfrequenzbereich: Filterfunktionen

Digitale Filterung: Beispiele

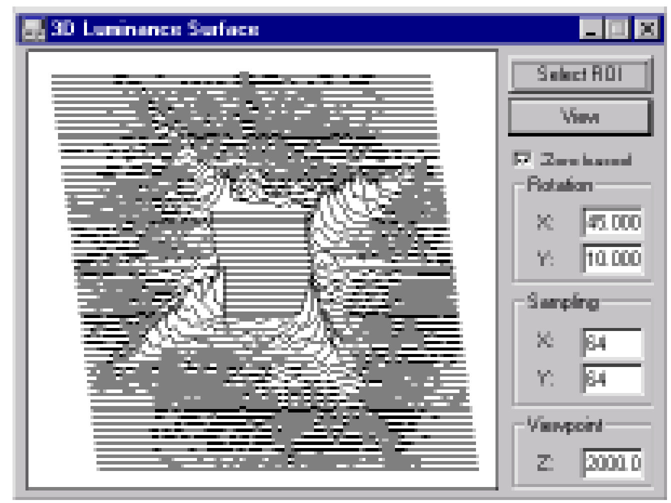






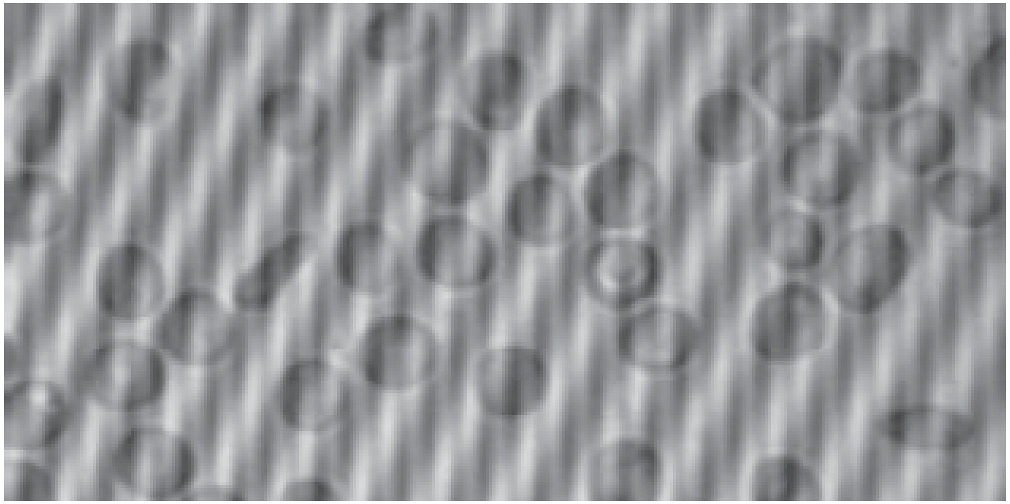
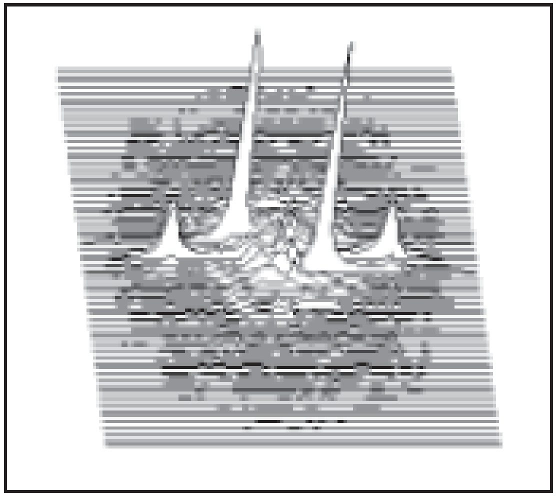
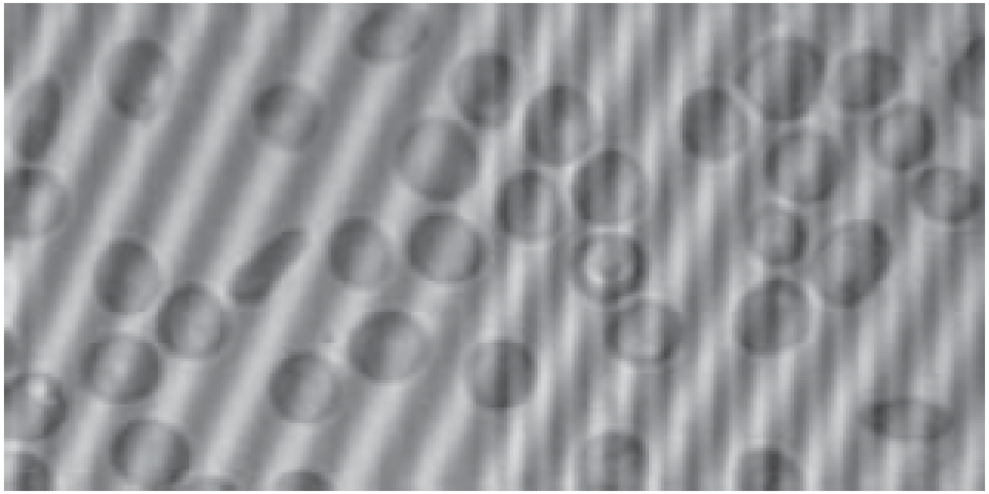
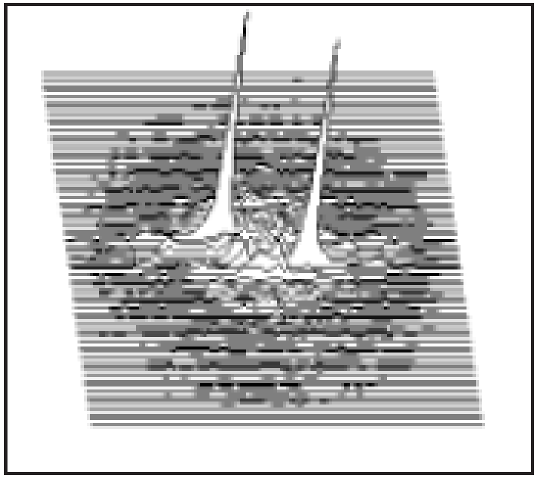
Globale Operatoren: TP-Filterung im Ortsfrequenzbereich

Digitale Filterung: Beispiele



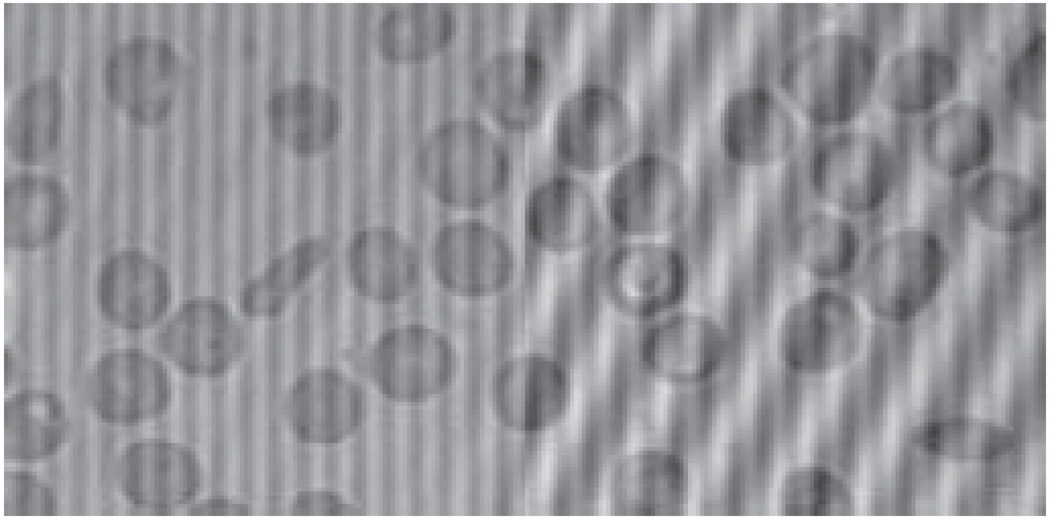
Globale Operatoren: HP-Filterung im Ortsfrequenzbereich

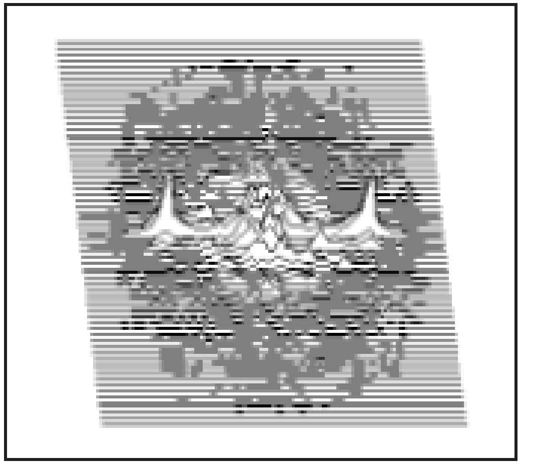
Digitale Filterung: Beispiele

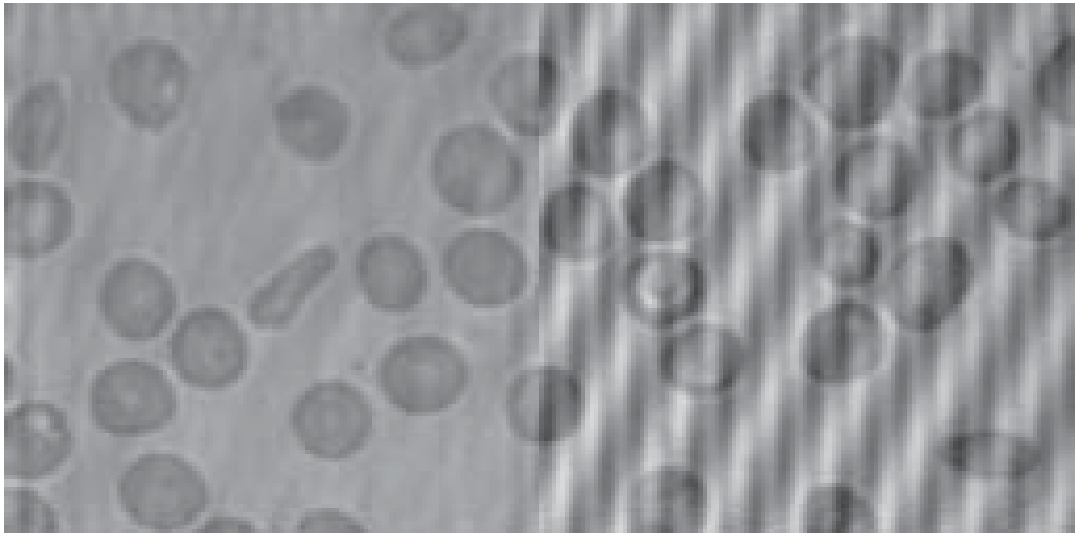





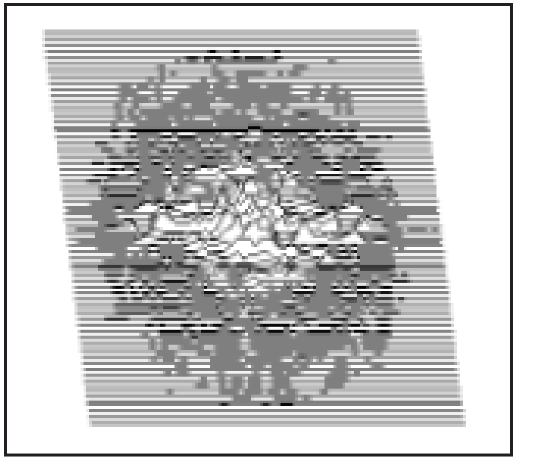
Beispiel von 2D-Fouriertransformationspaaren
FFT und Filterung im Ortsfrequenzbereich (gefiltertes Bild unten links)

Digitale Filterung: Beispiele









Beispiel von 2D-Fouriertransformationspaaren
FFT und Filterung im Ortsfrequenzbereich (gefiltertes Bild unten links)

Digitale Filterung: Beispiele