Digitale Bildverarbeitung

1. Einführung
2. Digitalisierung
3. Technische Komponenten
4. Grauwertstatistik
5. Punktoperatoren
6. Lokale Operatoren
7. Globale Operatoren
8. Merkmalsextraktion
9. Klassifikation
10. Codierung

Globale Operatoren

Für nicht zu große Koeffizientenmatrizen sind die lokalen Operatoren eine bequeme und einfache Methode zur Filterung.

☐ Bei großen Koeffizientenmatrizen

oder

☐ Ist die Angabe der Koeffizientenmatrix nicht möglich oder unbekannt

→ Anwendung von **Globalen Operatoren**

Definition:
Globale Operatoren beziehen in den Operationsprozess sämtliche Pixel (und zwar Koordinaten und Grauwerte der Pixel) des Ursprungsbildes mit ein.

Theoretische Voraussetzungen:

8.1 Fourier - Reihe

Aus der Signalverarbeitung ist uns bekannt, daß eine beliebige periodische Funktion durch eine Reihe von Sinus- und Cosinus-Funktionen darstellbar ist.

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cdot \cos(n \cdot \omega t) + B_n \cdot \sin(n \cdot \omega t) \right]$$

(siehe Bild1)

nach Euler gilt: $\cos \omega t + j \sin \omega t = e^{jn\omega t}$

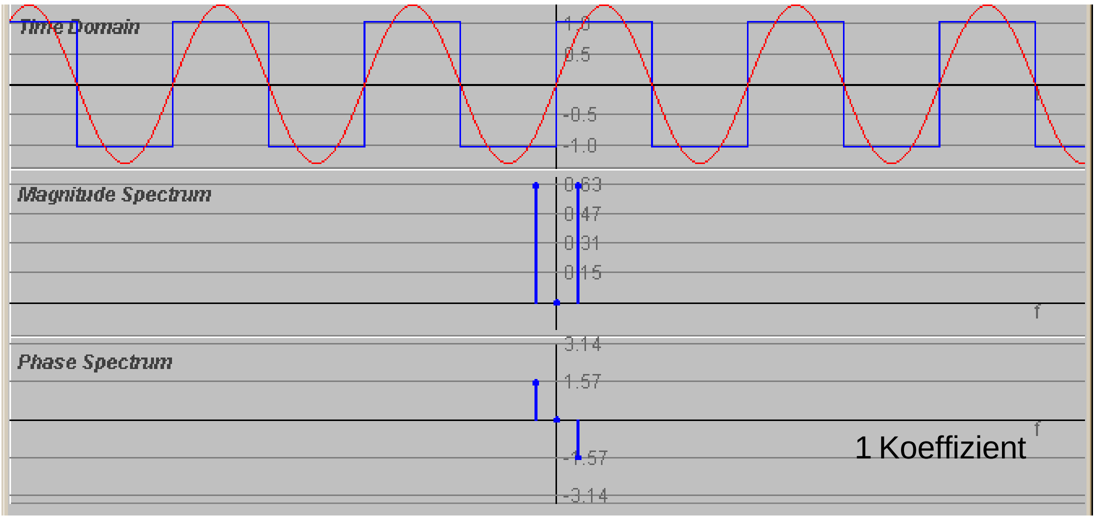
Dehnt man den Summationsprozess auf $-\infty$ bis $+\infty$ aus, so läßt sich die komplexe Form ableiten:

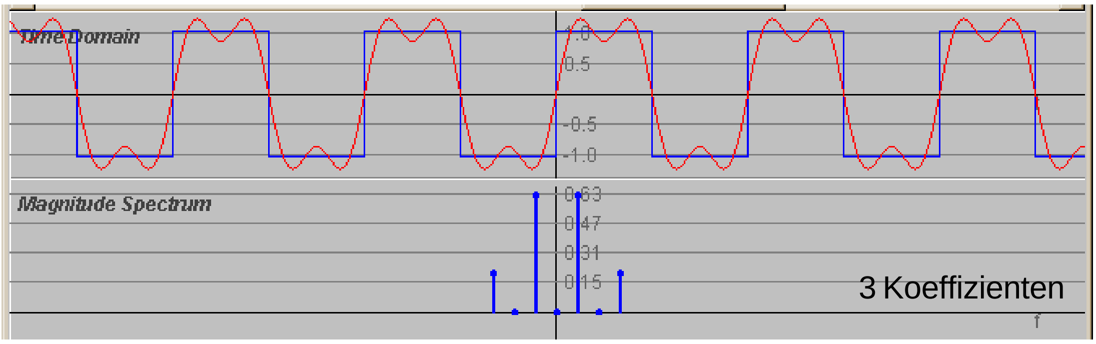
mit $f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{jn\omega t}$

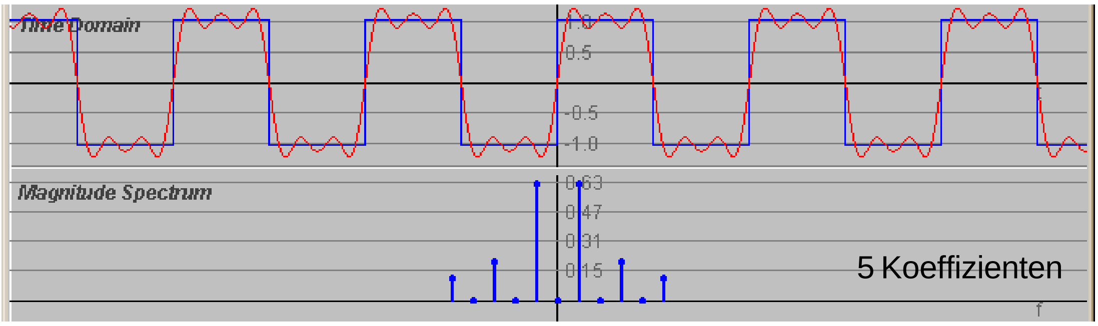
$$A_0 = C_0$$

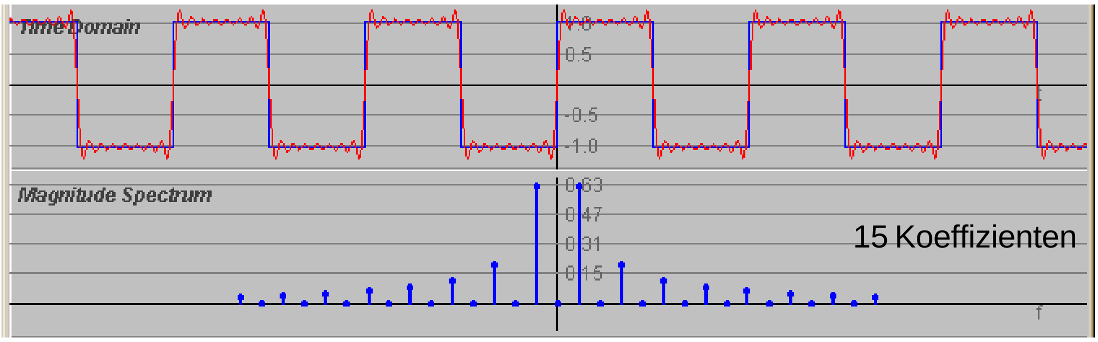
$$A_n = \mathrm{Re}\{C_n\}$$

$$B_n = \mathrm{Im}\{C_n\}$$









Zusammensetzung einer periodischen Funktion aus sinus-förmigen Teilsignalen

Zur Berechnung der Koeffizienten lassen sich folgende Beziehungen angeben:

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)dt$$ Gleichanteil

$$A_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\cos(n\omega t)dt$$ Realanteil (Amplitude)

$$B_n = \frac{2}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot\sin(n\omega t)dt$$ Imaginärteil (Phase)

Für die komplexen Koeffizienten gilt:

$$C_n = \frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} f(t)\cdot e^{-jn\omega t}$$

8.2 Fourier - Transformation

In 8.1 wurde gezeigt, daß periodische Signale durch eine Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen darstellbar sind.

In der Natur, in der Nachrichtentechnik, Informationstechnik, Bildverarbeitung usw. sind die *Signale im allgemeinen nichtperiodisch*.

Fouriers großer Verdienst war die Erweiterung auf *aperiodische Signale.*

Für die Fouriertransformation gilt allgemein:

$$F(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\cdot e^{-j\omega t}dt$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F(j\omega)\cdot e^{j\omega t}d\omega$$

8.2.1 Diskrete Fourier - Transformation (DFT)

Beim diskreten Fall geht *dt* in ein endliches Intervall $\frac{2\pi}{n}u$ über. wobei *u* nun den Fourierindex darstellt.

Für die DFT gilt:

$$F_u = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} f_n \cdot e^{-j\frac{2\pi n}{N}u}$$

$$f_n = \sum_{n=0}^{N-1} F_u \cdot e^{j\frac{2\pi n}{N}u}$$

8.2.2 2-Dimensionale DFT

Die Digitale Bildverarbeitung = 2 dimensionale digitale Signalverarbeitung

⟶ Erweiterung der Betrachtung auf 2 Dimensionen.

Zunächst gilt folgende Vereinfachung:

$$e^{j\frac{2\pi}{N}} = w \qquad \text{Kern der DFT}$$

$$= \cos\frac{2\pi}{N} + j\sin\frac{2\pi}{N}$$

$$= \quad a + j\,b$$

⟶ Amplitudenspektrum $\quad |w| = \sqrt{a^2 + b^2}$

⟶ Phasenspektrum $\quad \varphi_{j\omega} = \arctan\frac{b}{a}$

Somit gilt für die 2 DFT folgendes Transformationspaar:

$$\boxed{F_{u,v} = \frac{1}{N\cdot M}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} f_{n,m}\cdot e^{-j2\pi\left(\frac{v}{M}\cdot m+\frac{u}{N}\cdot n\right)} \qquad f_{n,m} = \sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{M-1} F_{u,v}\cdot e^{j2\pi\left(\frac{v}{M}\cdot m+\frac{u}{N}\cdot n\right)}}$$

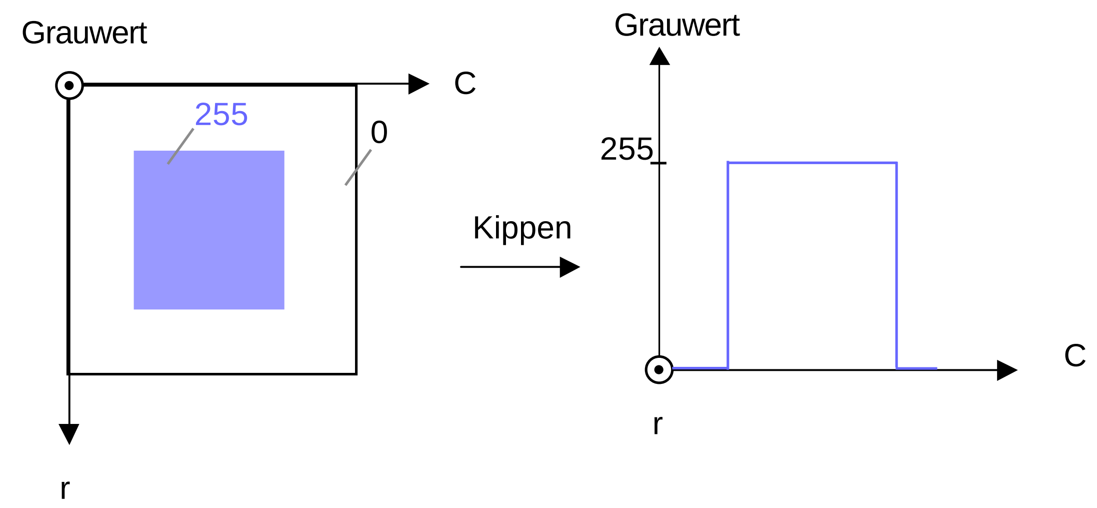
$$F_{u,v} = \frac{1}{N\cdot M}\sum_{n=0}^{N-1}\sum_{m=0}^{M-1} f_{n,m}\cdot w^{-(mv+nu)}$$

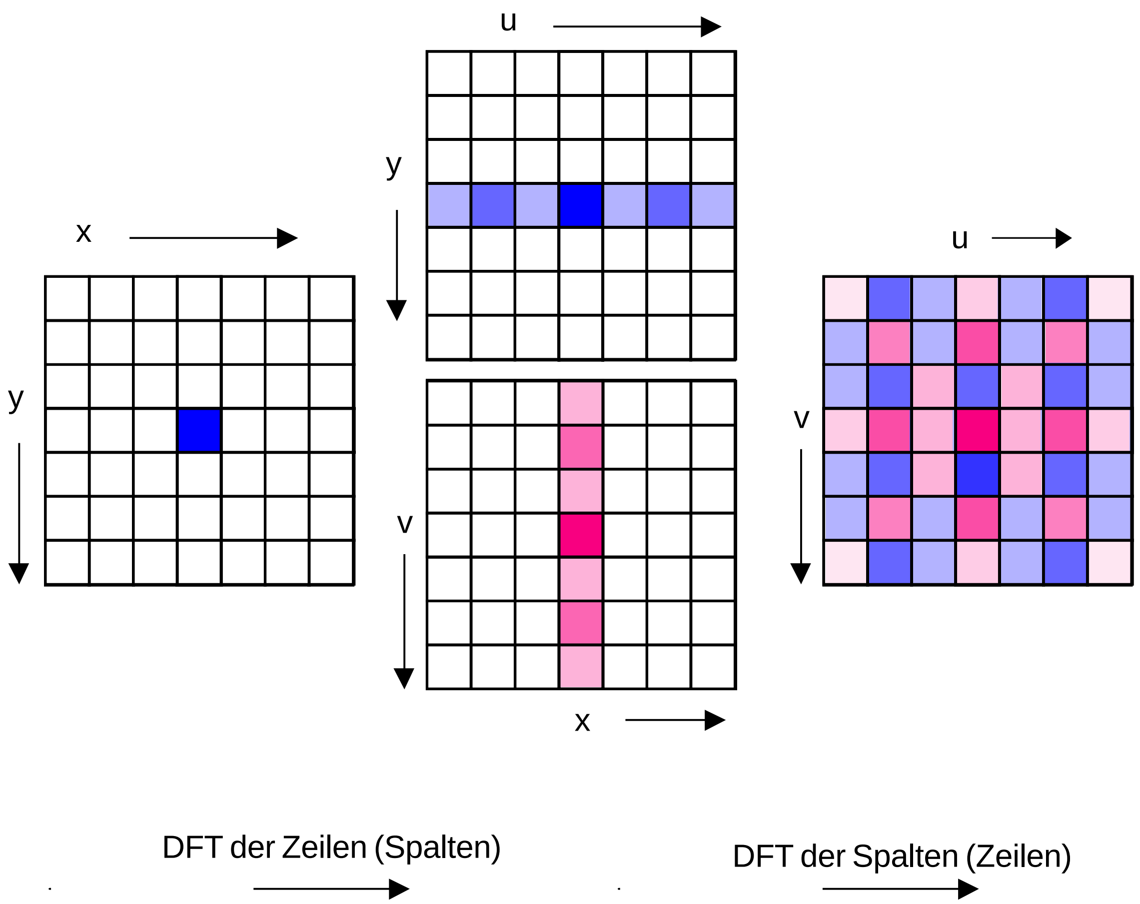
$$= \frac{1}{N\cdot M}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\sum_{m=0}^{M-1} f_{n,m}\cdot w^{-mv}\right]\cdot w^{-nu}$$

$$f_{n,m} = \sum_{u=0}^{N-1}\left[\sum_{v=0}^{M-1} F_{u,v}\cdot w^{-mv}\right]\cdot w^{-nu}$$

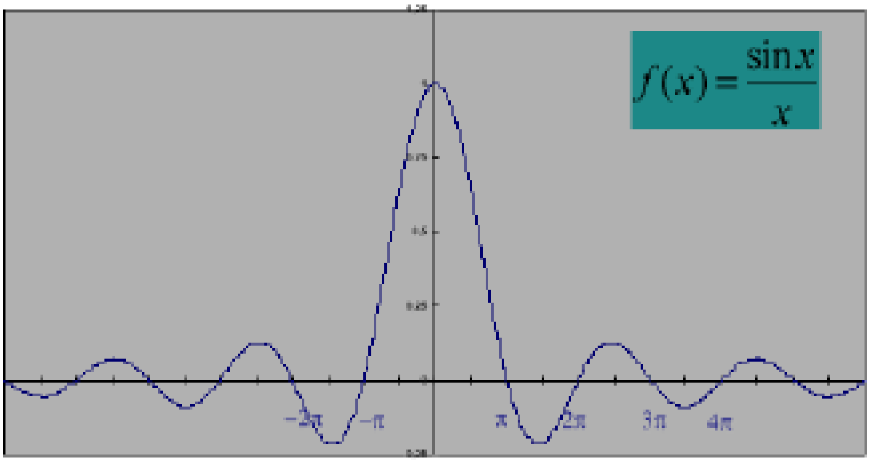
Da die DFT separierbar ist, kann man zunächst eine

- ☐ DFT über alle Zeilen bilden
  und anschließend für die Zwischenergebnisse doe
- ☐ DFT über alle Spalten durchführen



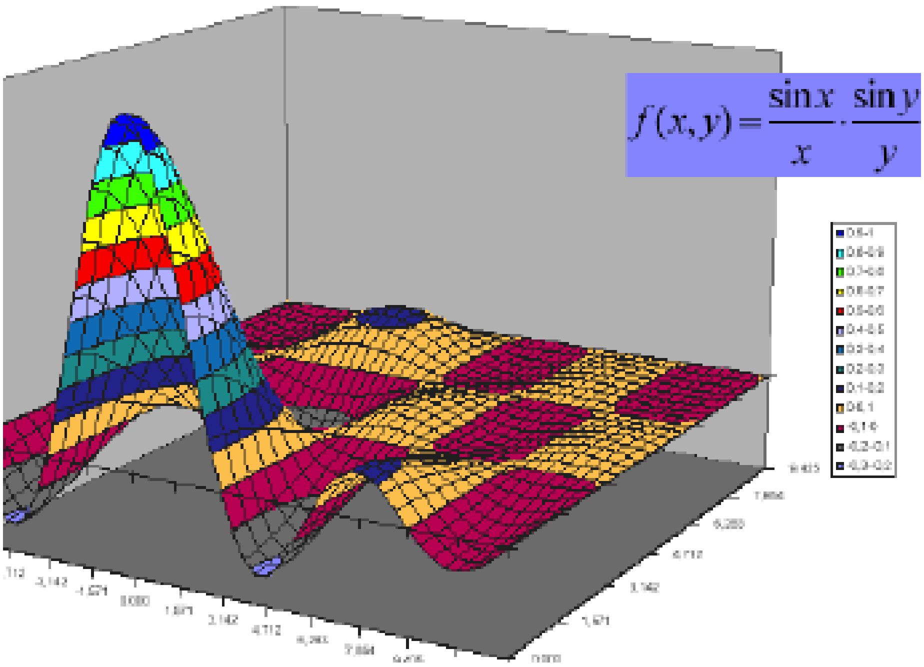


Beispiel eines zweidimensionalen, ortsabhängigen Bildsignals



1D-SINC-Funktion

2D-Sinc - Die ideale Rekonstruktionfunktion



2D-SINC-Funktion

8.3 Digitale Filterung im Ortsfrequenzbereich

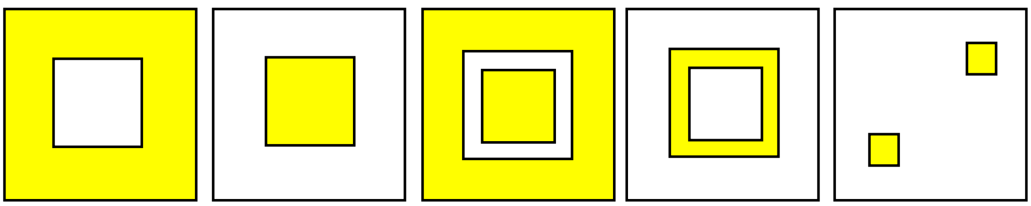
Die digitale Filterung besteht nun aus der Faltung der Ortsfrequenzfunktion F_{uv} mit einer Operatorfunktion H_{uv}.

$$G_{uv} = F_{uv} \cdot H_{uv}$$

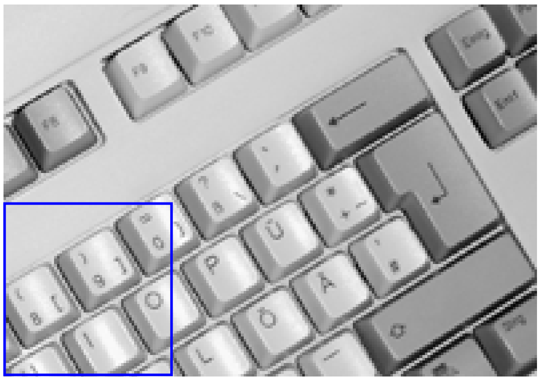
Je nach Beschaffenheit der Operatorfunktion H_{uv} spricht man von TP, HP, BP, BS usw.

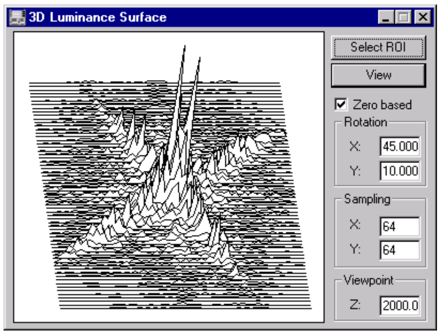
Ortsbereich		Ortsfrequenzbereich
Bildfunktion		Fouriertransformierte
f (n, m)	$\xrightarrow{FT}$	F (u,v)
$\downarrow$		$\downarrow$
f * h Faltung mit Impulsantwort	h $\xrightarrow{FT}$ H	$F \cdot H$
$\downarrow$		$\downarrow$
g (n, m)	$\xleftarrow{FT^{-1}}$	$G = F \cdot H$

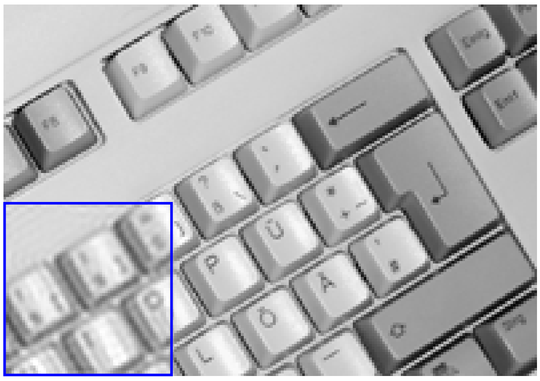
Beispiele Digitale Filterung im Ortsfrequenzbereich:

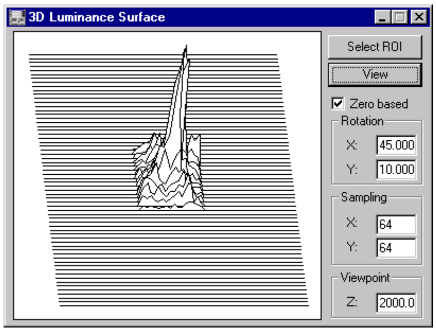


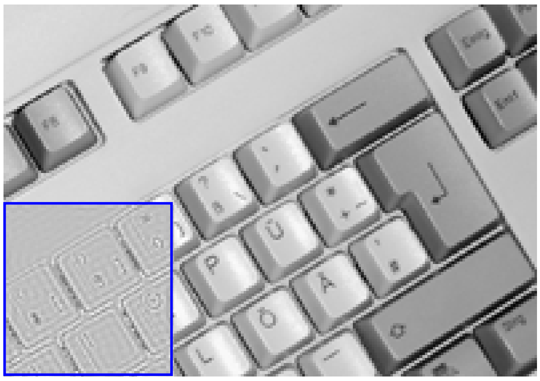
TP HP BP BS FS

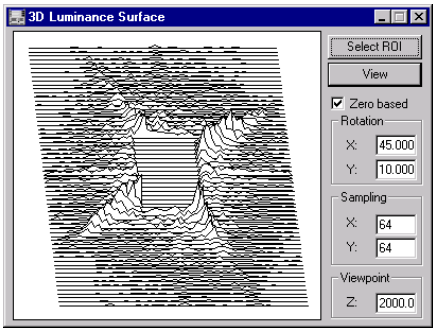






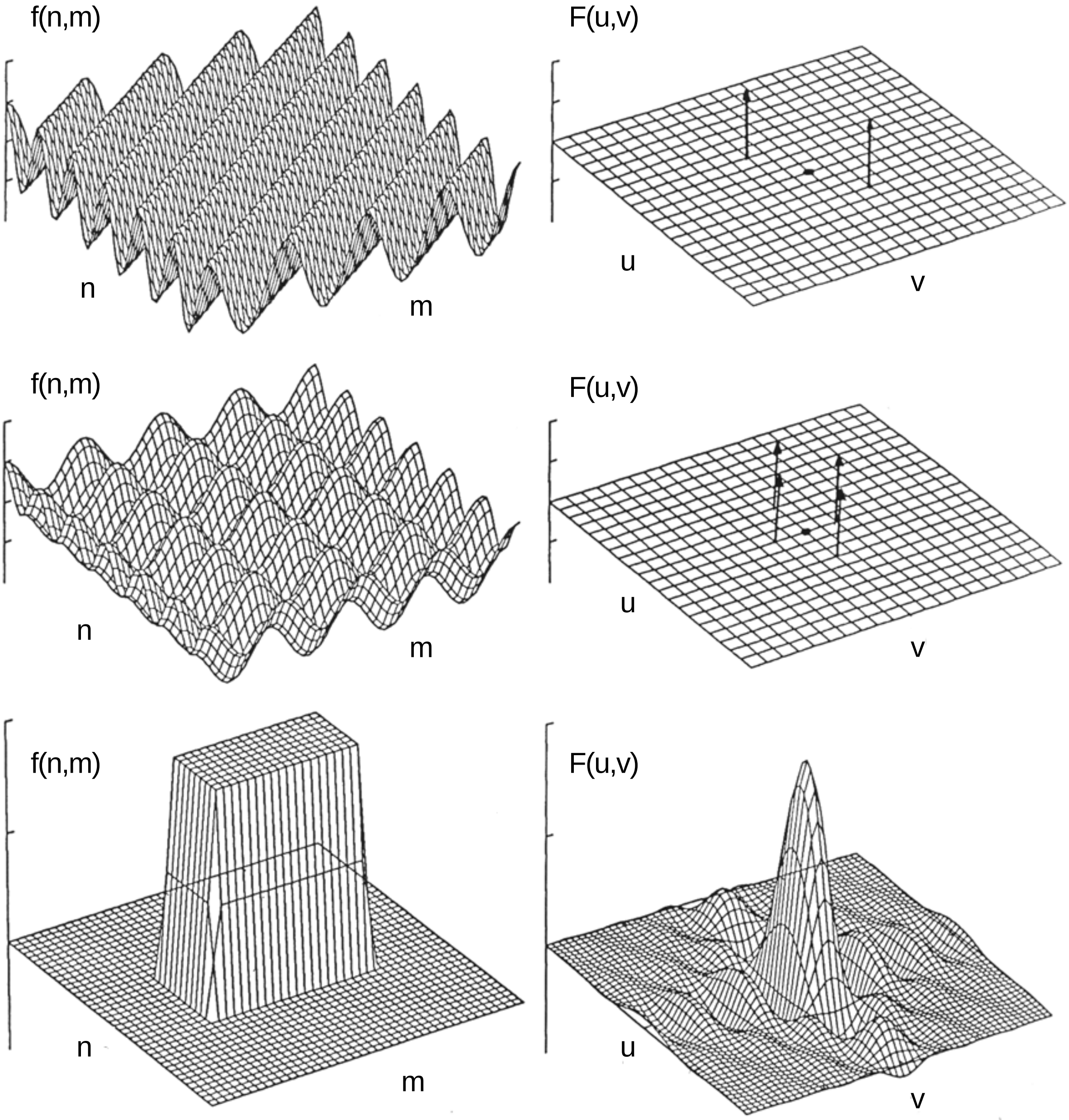


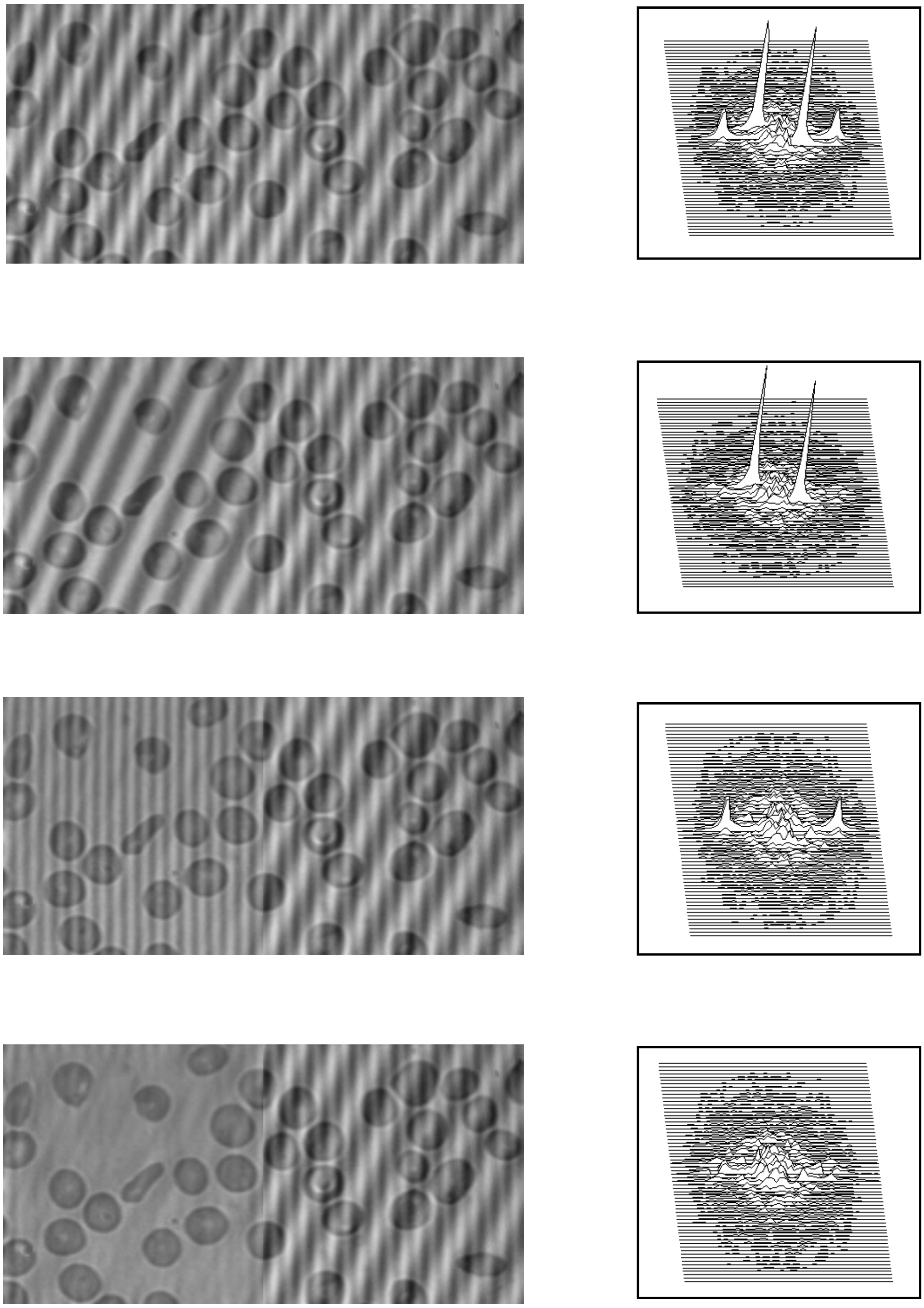




Globale Operatoren:

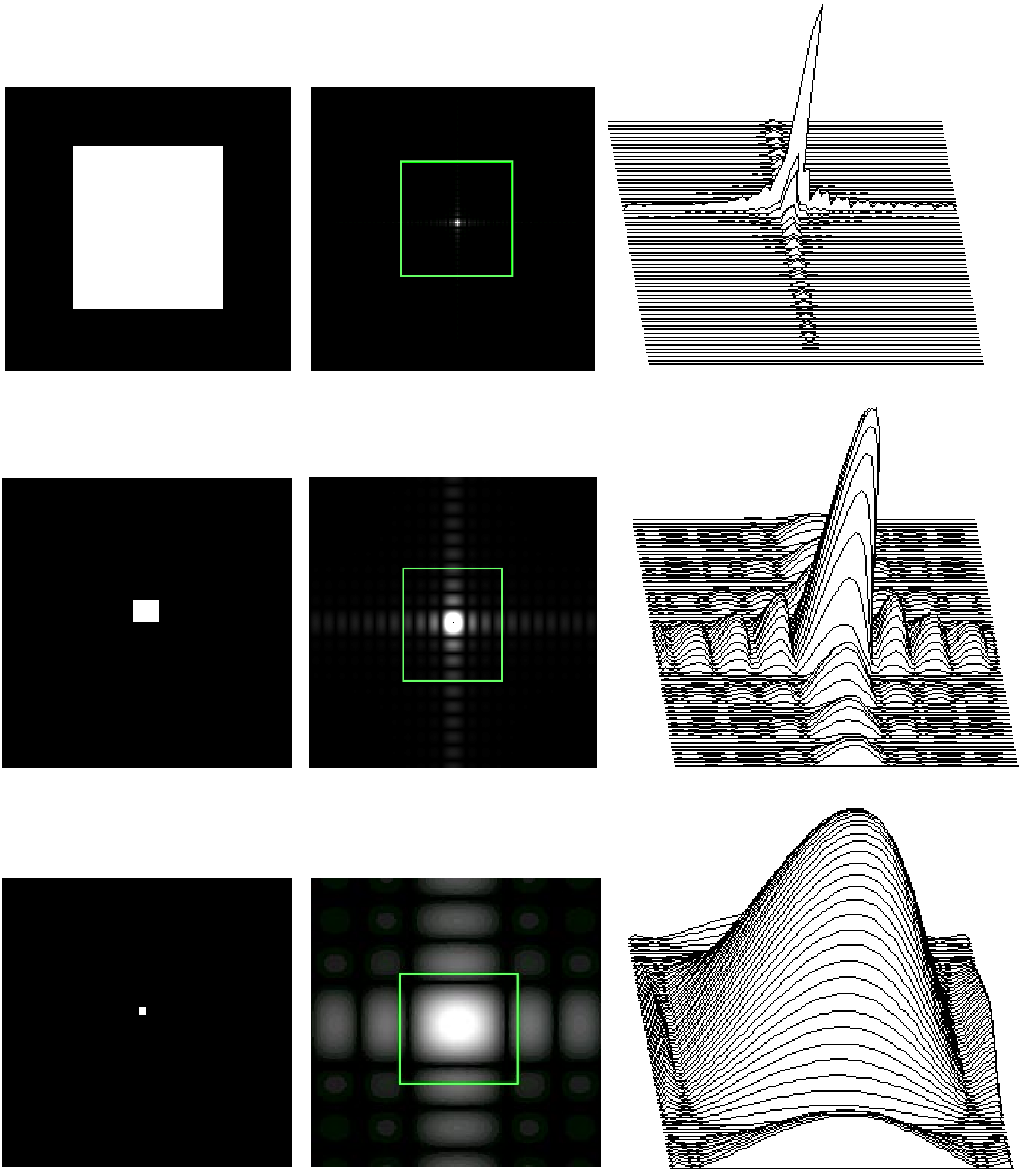
HP- und TP-Filterung im Ortsfrequenzbereich


f(n,m)
F(u,v)
n
m
u
v
f(n,m)
F(u,v)
n
m
u
v
f(n,m)
F(u,v)
n
m
u
v



Beispiel von 2D-Fouriertransformationspaaren

FFT und Filterung im Ortsfrequenzbereich



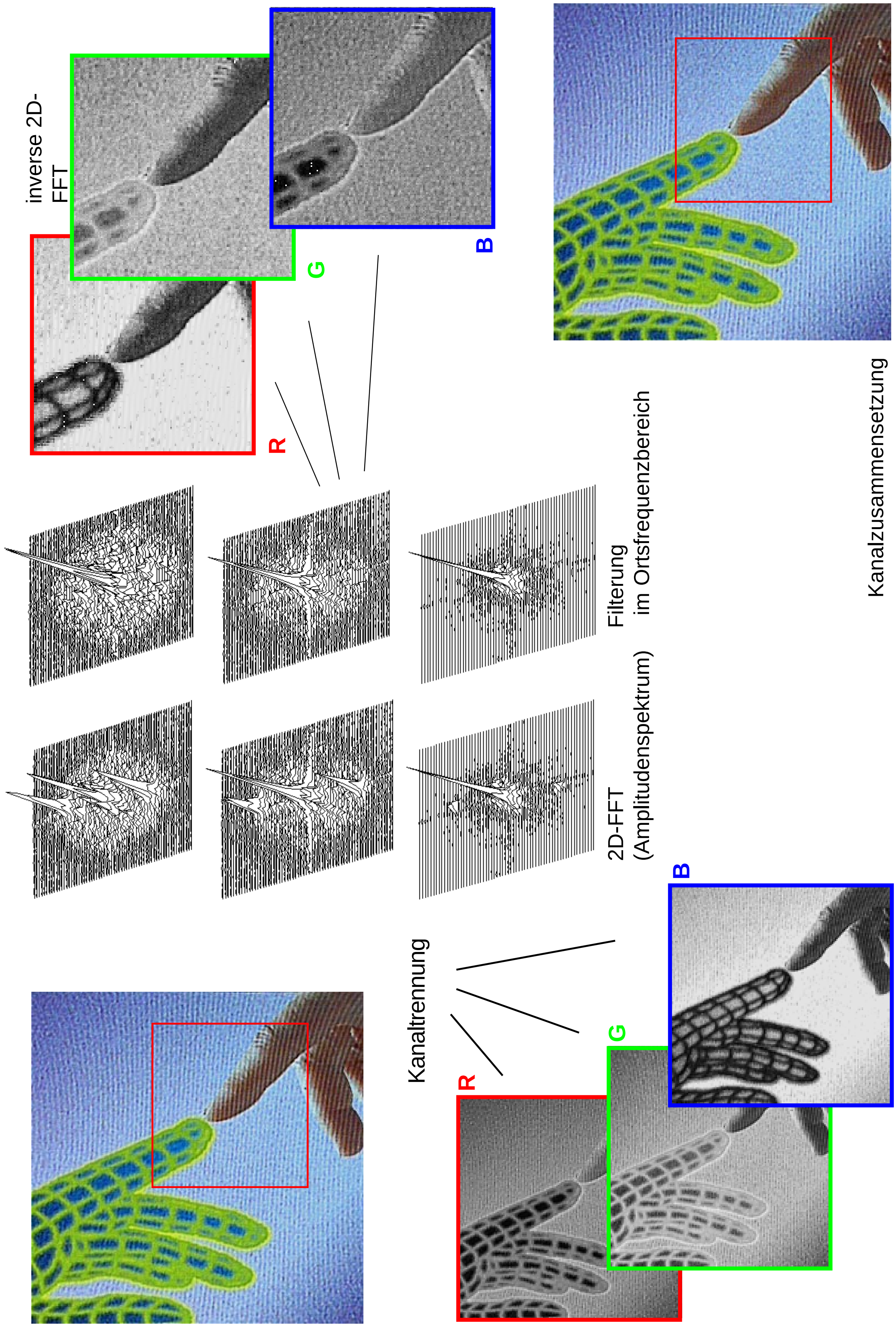
a) 2-dim. Bildsignale

b) Ortsfrequenzspektrum

c) 3-dimensionale Darstellung des Spektrums

Globale Operatoren

2D FFT von 2-dimensionalen ortsabhängigen Signalen


Kanaltrennung
R
G
B
2D-FFT
(Amplitudenspektrum)
Filterung
im Ortsfrequenzbereich
inverse 2D-
FFT
R
G
B
Kanalzusammensetzung