


# Kanten und Konturen

## Industrielle Bildverarbeitung, Vorlesung No. 6<sup>1</sup>

M. O. Franz

---

<sup>1</sup> falls nicht anders vermerkt, sind die Abbildungen entnommen aus Burger & Burge, 2005. 

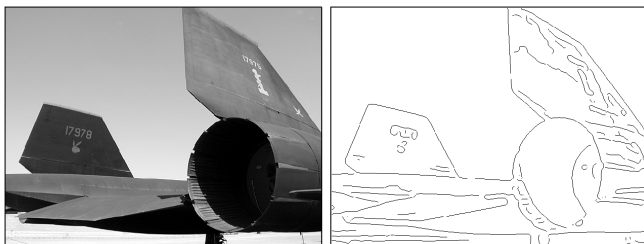
# Übersicht

- 1 Kanten und Gradienten
- 2 Filter zur Kantendetektion
- 3 Kantenschärfung

# Übersicht

- 1 Kanten und Gradienten
- 2 Filter zur Kantendetektion
- 3 Kantenschärfung

# Kanten



(a)

(b)

- Kanten spielen eine dominante Rolle im menschlichen Sehen: Bildinhalt ist bereits erkennbar, wenn nur wenige Konturen sichtbar sind (s. Karikaturen).
- Subjektiver Schärfeeindruck eines Bildes steht in direktem Zusammenhang mit seiner Kantenstruktur.
- Ein Bild kann (beinahe) vollständig aus Kanten rekonstruiert werden.

# Kanten und Ableitungen

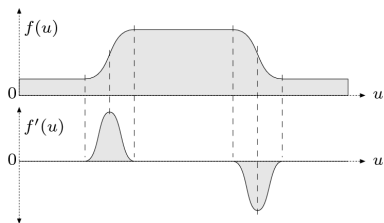
Kanten sind Bildorte, an denen sich die Intensität auf kleinem Raum stark verändert.

Die Intensitätsänderung bezogen auf die Bilddistanz wird durch die **Ableitung** der Bildintensität gemessen. In einer Dimension (z.B. entlang einer Bildzeile):

$$f'(u) = \frac{df(u)}{du}$$

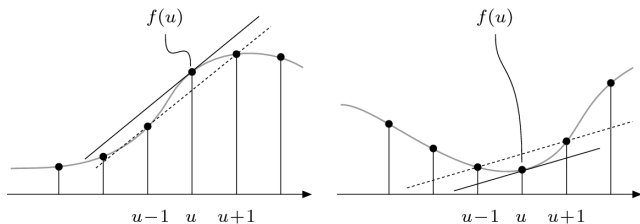


(a)



(b)

# Genäherte Ableitung auf diskreten Gittern



Näherung durch sog. endliche Differenzen (**finite difference schemes**), z.B.

$$\frac{df(u)}{du} \approx \frac{1}{2}(f(u+1) - f(u-1)) \quad \text{symmetrischer Gradient}$$

$$\frac{df(u)}{du} \approx f(u) - f(u-1) \quad \text{Rückwärtsgradient}$$

$$\frac{df(u)}{du} \approx f(u+1) - f(u) \quad \text{Vorwärtsgradient}$$

# Partielle Ableitung und Gradient

**Partielle Ableitung:** Ableitung einer mehrdimensionalen Funktion (hier das Bild  $I(u, v)$ ) entlang einer der Koordinatenrichtungen

$$\frac{\partial I}{\partial u}(u, v) = \partial_u I(u, v) \quad \text{und} \quad \frac{\partial I}{\partial v}(u, v) = \partial_v I(u, v)$$

**Gradient:** Vektor der partiellen Ableitungen

$$\nabla I(u, v) = \begin{bmatrix} \partial_u I(u, v) \\ \partial_v I(u, v) \end{bmatrix}$$

Der Betrag des Gradienten

$$|\nabla I| = \sqrt{(\partial_u I(u, v))^2 + (\partial_v I(u, v))^2}$$

ist unabhängig von der Orientierung der Bildstruktur.

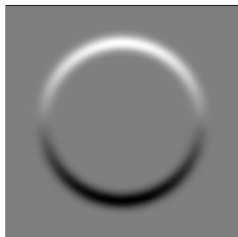
# Ableitungsfilter



(a)



(b)



(c)



(d)

Realisierung des  
symmetrischen Gradienten  
als Filter:

$$\begin{aligned} H_x &= [ -0.5 \quad 0 \quad 0.5 ] \\ &= 0.5 \cdot [ -1 \quad 0 \quad 1 ] \end{aligned}$$

$$H_y = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} = 0.5 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$



# Übersicht

- 1 Kanten und Gradienten
- 2 Filter zur Kantendetektion**
- 3 Kantenschärfung

# Prewitt-Operator

Gradientenfilter haben Hochpaßigenschaften und verstärken dadurch das Bildrauschen. Daher wird beim **Prewitt-Operator** über jeweils 3 Zeilen bzw. Spalten gemittelt:

$$H_x^P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad H_y^P = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Der Prewitt-Operator ist separabel:

$$H_x^P = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} * [-1 \quad 0 \quad 1] \quad \text{und} \quad H_y^P = [1 \quad 1 \quad 1] * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d.h. zuerst Glättung über Boxfilter, dann Ableitung (oder umgekehrt).

$$\nabla I(u, v) \approx \frac{1}{6} \begin{bmatrix} H_x^P * I \\ H_y^P * I \end{bmatrix}$$

# Sobel-Operator

Ähnlich wie Prewitt-Operator, aber mit stärkerer Gewichtung der zentralen Zeile bzw. Spalte

$$H_x^S = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad H_y^S = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Der Sobel-Operator ist ebenfalls separabel:

$$H_x^S = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} * [-1 \ 0 \ 1] \quad \text{und} \quad H_y^S = [1 \ 2 \ 1] * \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

d.h. Glättung mit stärkerer Gewichtung der Mitte.

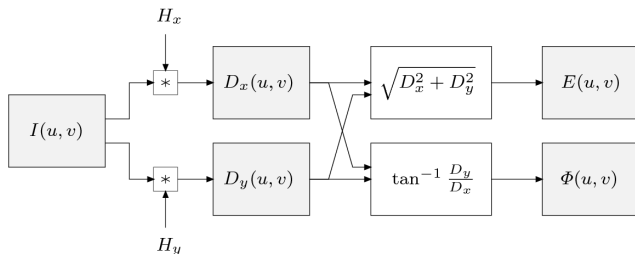
$$\nabla I(u, v) \approx \frac{1}{8} \begin{bmatrix} H_x^S * I \\ H_y^S * I \end{bmatrix}$$

# Kantenstärke und -richtung

Skalierte Gradientenwerte:  $D_x(u, v) = H_x * I$  und  $D_y(u, v) = H_y * I$

Kantenstärke:  $E(u, v) = \sqrt{D_x(u, v)^2 + D_y(u, v)^2}$

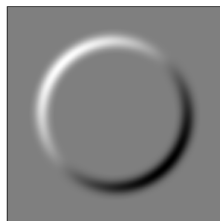
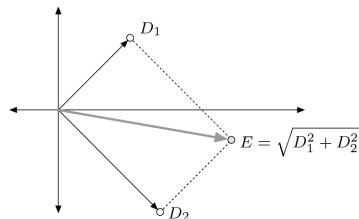
Lokale Kantenrichtung:  $\Phi(u, v) = \tan^{-1} \frac{D_y(u, v)}{D_x(u, v)}$



# Roberts-Operator

Extrem kleine  $2 \times 2$ -Filter mit geringer Richtungsselektivität

$$H_1^R = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad H_2^R = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$


 $D_1$ 

 $D_2$ 


# Kompass-Operatoren

Tradeoff: je spezifischer ein Filter Kanten von anderen Bildstrukturen unterscheidet, desto enger ist der Winkelbereich, auf den er anspricht.

## Kirsch-Operator:

Nur 4 der 8 Filter müssen tatsächlich berechnet werden, denn  $H_4^K$  bis  $H_7^K$  sind bis auf das Vorzeichen identisch mit  $H_0^K$  bis  $H_3^K$ .

Der am stärksten (positiv) reagierende Filter  $j$  bestimmt die Kantenrichtung

$$\Phi^K(u, v) \frac{\pi}{4} j.$$

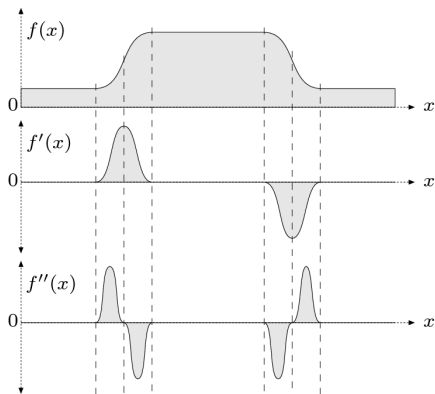
$$\begin{array}{ll}
 H_0^K = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} & H_1^K = \begin{bmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \\
 H_2^K = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} & H_3^K = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\
 H_4^K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} & H_5^K = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{bmatrix} \\
 H_6^K = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix} & H_7^K = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

# Kantendetektion mit der zweiten Ableitung

Die bisherigen Kantenoperatoren messen nur die erste Ableitung. Problematisch sind dabei Kanten mit einem langsamen Helligkeitswechsel, die sich damit nicht genau lokalisieren lassen.

Alternative: Bestimmung des **Nulldurchgangs der zweiten Ableitung**.

Da die zweite Ableitung noch empfindlicher gegen Rauschen ist, muß das Bild gleichzeitig geglättet werden.



# Laplace-Operator

**Laplace-Operator:** Spur der **Hesse-Matrix** der zweiten Ableitungen

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(x, y) + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y) = \partial_{xx}^2 f(x, y) + \partial_{yy}^2 f(x, y)$$

Diskrete Näherung für zweite Ableitung:

$$\partial_{xx}^2 \approx H_x^L = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad \partial_{yy}^2 \approx H_y^L = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Addiert ergibt sich der zweidimensionale Laplace-Filter

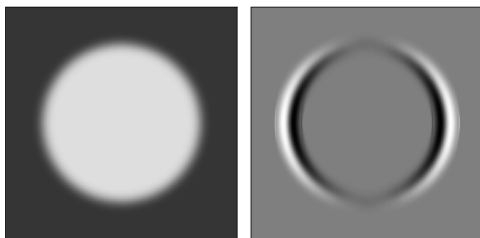
$$H^L = H_x^L + H_y^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Nicht separabel, aber berechenbar über

$$I * H^L = I * (H_x^L + H_y^L) = I * H_x^L + I * H_y^L$$

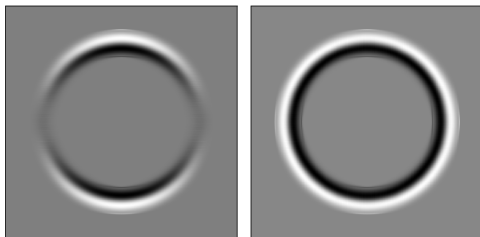


# Beispiel: Laplace-Operator



(a)

(b)



(c)

(d)

Nulldurchgang markiert  
genaue Kantenposition.

# Canny-Operator (1)

Ziele:

- Gute Detektion: möglichst alle Kanten detektieren, ohne zu viel Clutter.
- Gute Lokalisation: minimale Distanz zwischen detektierter und echter Kante
- Klare Antwort: nur eine Antwort pro Kante

Der optimale Filter wurde von Canny durch Variationsrechnung abgeleitet.

Vorgehensweise:

- 1. **Glättung** des Bildes mit Gaußfilter der Breite  $\sigma$ : bestimmt Rauschempfindlichkeit und Breite der zu detektierenden Kanten.
- 2. **Differenzierung**: Meist Prewitt-Operator oder Ableitungen der Gaußfunktion, daraus Kantenstärke  $\sqrt{D_x(u, v)^2 + D_y(u, v)^2}$

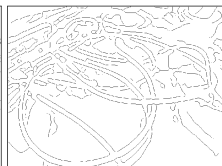
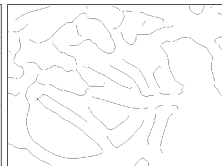
## Canny-Operator (2)

- 3. **Unterdrückung von Nichtmaxima:** Zuerst werden lokale Maxima der Kantenstärke gesucht, aber senkrecht zur Kante, nicht entlang der Kante. Dazu wird lokal die Gradientenrichtung  $\Phi(u, v) = \tan^{-1}(D_y(u, v)/D_x(u, v))$  bestimmt und alle Maxima, die nicht größer als beide senkrechten Nachbarn sind, unterdrückt.
- 4. **Schwelwertbildung:** Zur Verhinderung von unterbrochenen Linien gibt es 2 Schwellwerte  $\theta_1$  und  $\theta_2$ : Maxima unter  $\theta_1$  werden verworfen, über  $\theta_2$  beibehalten. Für Werte dazwischen gibt es Hysterese: Wenn mindestens ein Nachbar akzeptiert wurde, wird das lokale Maximum ebenfalls übernommen.  $\theta_1$  und  $\theta_2$  werden oft anhand des Histogramms der Filterantworten gewählt.

# Beispiel: Canny-Operator



Original

 $\sigma = 1.0$  $\sigma = 2.0$  $\sigma = 4.0$  $\sigma = 8.0$  $\sigma = 16.0$

# Vergleich verschiedener Kantendetektoren



Original



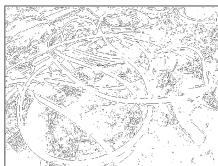
Roberts



Prewitt



Sobel



Laplacian of Gaussian

Canny ( $\sigma = 1.0$ )

## Kriterien:

- Menge von "irrelevanten" Kantenelementen
- Zusammenhang der dominanten Kanten
- Klare Lokalisierbarkeit der Kanten

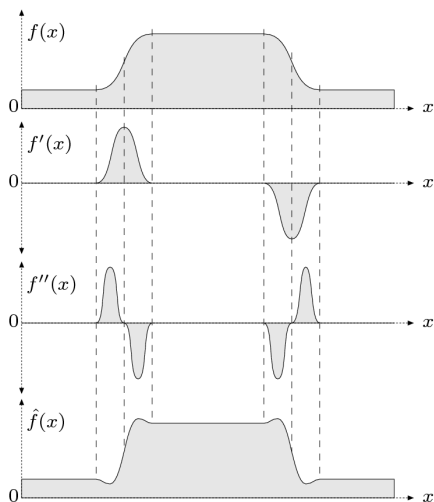
# Von Kanten zu Konturen

- **Konturverfolgung:** Ausgehend von einem Bildpunkt hoher Kantenstärke wird Kontur pixelweise in beide Richtungen verfolgt.
- Problem: Konturen können sich teilen, kreuzen, verschwinden, verdeckt sein oder zusammenlaufen.
- Sinnvolle Konturen in Graubildern erfordern Segmentieralgorithmen oder Konturvervollständigungsmechanismen, um Lücken in Kanten zu überbrücken.
- Konturverfolgung wird meist in Binärbildern angewandt (Vorlesung in ca. 3 Wochen)
- Wenn die Art der Kontur vorher bekannt ist (z.B. Kreise oder Dreiecke bei Verkehrsschildern), reichen einfache Kantenbilder als Input aus.

# Übersicht

- 1 Kanten und Gradienten
- 2 Filter zur Kantendetektion
- 3 Kantenschärfung**

# Kantenschärfung mit dem Laplace-Filter



Grundidee: Überhöhung der Kanten durch Subtraktion der zweiten Ableitung läßt das Bild schärfer erscheinen.

Vorgehensweise:

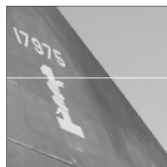
$$I' = I - wH^L * I$$

$w$  bestimmt die Stärke der Schärfung.

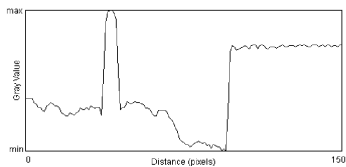
Achtung: Schärfung verstärkt auch das Bildrauschen - evtl. vorherige Glättung notwendig.



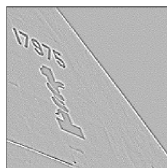
# Beispiel: Kantenschärfung mit Laplace



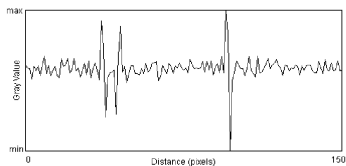
(a)



(b)



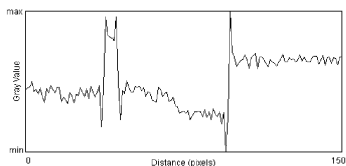
(c)



(d)



(e)



(f)

# Unscharfe Maskierung (*unsharp masking* - *USM*)

- 1 Erzeugung einer geglätteten Version des Bildes (z.B. mit einem Gaußfilter)
- 2 Subtraktion der geglätteten Version vom Originalbild:

$$M = I - I * H$$

Ergebnis heißt **Maske**.

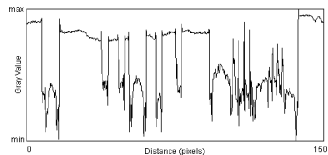
- 3 Addition der gewichteten Maske zum Originalbild

$$\begin{aligned} I' &= I + aM \\ &= (1 + a)I - aI * H \end{aligned}$$

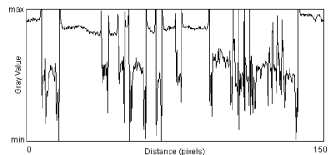
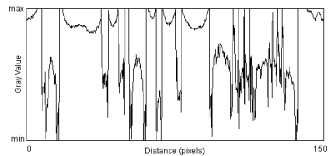
$a$  kontrolliert den Schärfungsgrad ( $a \in [0.2, 4]$ ), Breite  $\sigma$  des Gaußfilters die Rauschempfindlichkeit.

Oft gibt es zusätzlich einen Mindestwert für den Bildkontrast, ab dem ein Schärfung vorgenommen wird.

# Beispiel: Kantenschärfung mit USM



Original

 $\sigma = 2.5$ 

# Laplace- und USM-Filter

Laplace-Filter ist eigentlich ein Spezialfall des USM-Filters:

$$H^L = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 5(\hat{H}^L - \delta)$$

Laplace-Schärfung

$$\begin{aligned} I' &= I - wH^L * I \\ &= I - 5w(\hat{H}^L * I - I) \\ &= I + 5w(I - \hat{H}^L * I) \\ &= I + 5wM \end{aligned}$$

entspricht USM-Schärfung mit

$$\hat{H}^L = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{und} \quad a = 5w$$

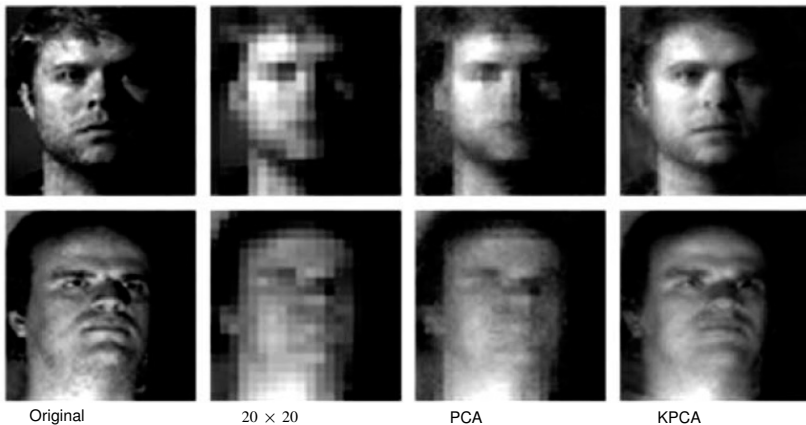
## Ausblick: Schärfung mit plausiblen Details

Die bisherigen Techniken schärfen zwar Kanten, können aber keine verlorengegangenen Details hinzufügen.

Grundidee: Details werden aus einer großen Datenbank von Bildausschnitten herausgesucht bzw. zwischen ihnen so interpoliert, daß sie möglichst gut an die unscharfen Stellen passen.

Hier: KPCA-Bildmodell (Kim et al., 2005).

# Anwendung auf Bilder von Gesichtern



[Kim et al., 2005]

# Trainingsbilder für Bildmodell



[Kim et al., 2005]

# Schärfung natürlicher Bilder



(a)



(b)



(c)



(d)

(a) Original  
(300 × 500),  
(b) Input (90 × 150),  
(c) Nearest-Neighbour-  
Rekonstruktion,  
(d) KPCA  
Rekonstruktion.

Kim et al., 2005



# Schärfung natürlicher Bilder (Ausschnitt)



Original

Input

Interpolation/  
SchärfungNearest  
Neighbour

KPCA

[Kim et al., 2005]