


Punktoperationen

Industrielle Bildverarbeitung, Vorlesung No. 3¹

M. O. Franz

24.10.2007

¹ falls nicht anders vermerkt, sind die Abbildungen entnommen aus Burger & Burge, 2005. 

Überblick

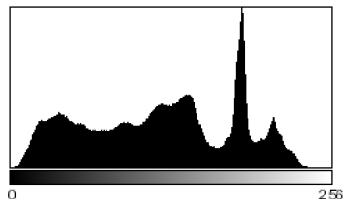
- 1 Histogramme
- 2 Punktoperationen
- 3 Histogrammausgleich

Histogramme



- **Histogramme:** Häufigkeitsverteilungen
- **Histogramme in Bildern:** Häufigkeiten einzelner Intensitätswerte im Bild

Histogramm eines Grauwertbildes

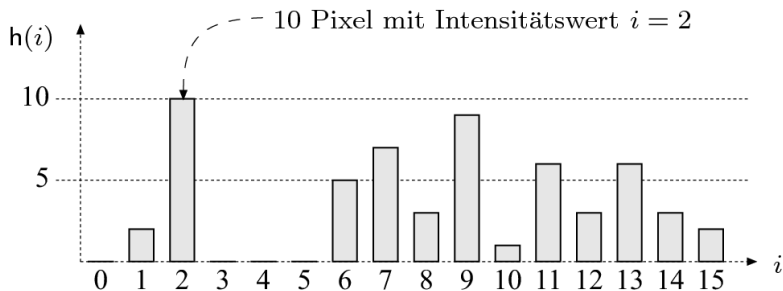


Count: 1920000 Min: 0
Mean: 118.848 Max: 251
StdDev: 59.179 Mode: 184 (30513)

- Bei Intensitätswerten $I(u, v) \in [0, K - 1]$ hat das Histogramm K Einträge.
- Histogrammeintrag $h(i)$ ist definiert als

$$h(i) = |\{(u, v) | I(u, v) = i\}|$$

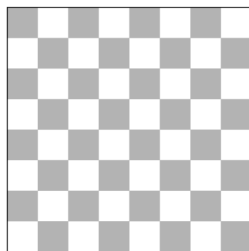
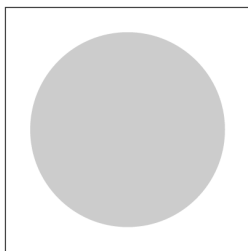
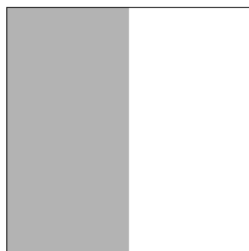
Beispiel Histogrammvektor



$h(i)$	0	2	10	0	0	0	5	7	3	9	1	6	3	6	3	2
i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15

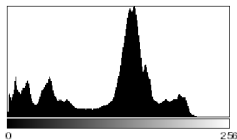
Histogrammvektor eines Bildes mit 16 möglichen Intensitätswerten

Eigenschaften und Nutzen von Histogrammen



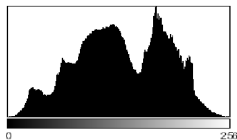
- Völlig unterschiedliche Bilder können identische Histogramme haben.
- Histogramm zeigt
 - Belichtung
 - Kontrast
 - Dynamik
 - Bildfehler

Belichtung



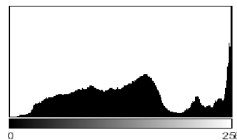
(a)

Unterbelichtung



(b)

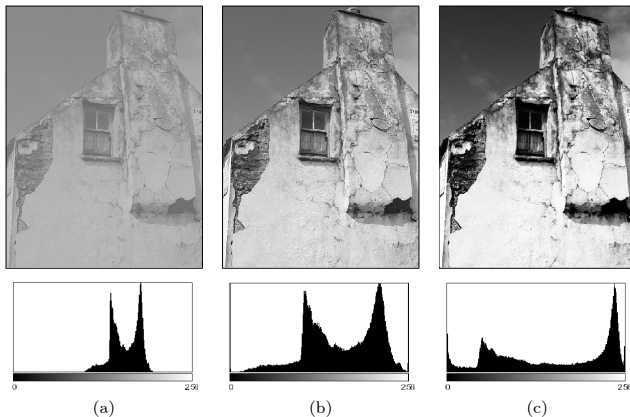
korrekt



(c)

Überbelichtung

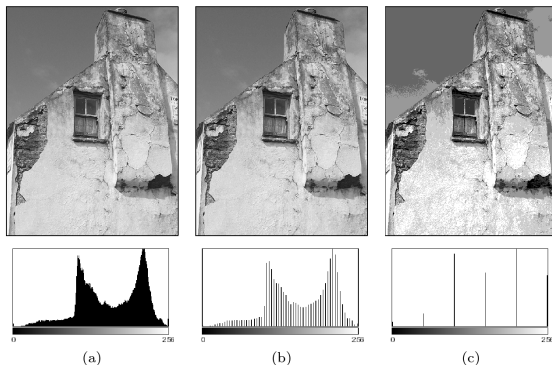
Kontrast



Kontrast: genutzter Intensitätsbereich im Bild, d.h.

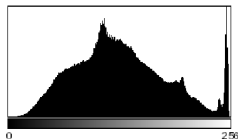
$$I_{\max} - I_{\min} \quad \text{oder} \quad \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\text{mean}}}$$

Dynamik



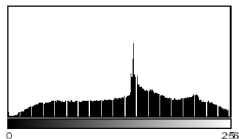
- **Dynamik:** Anzahl verschiedener Intensitätswerte im Bild
- Die maximale Dynamik wird dann erreicht, wenn alle zwischen I_{\min} und I_{\max} liegenden Grauwerte im Bild vorkommen.
- Dynamik kann nicht nachträglich erhöht werden

Bildfehler



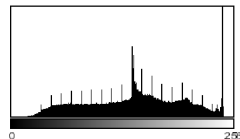
(a)

Sättigung



(b)

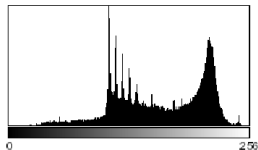
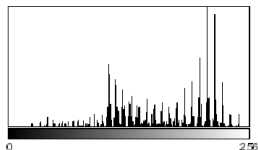
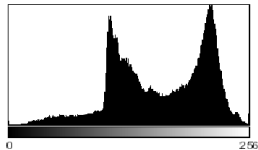
Löcher



(c)

Spitzen

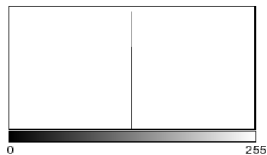
Auswirkungen von Bildkompression - GIF



Auswirkungen von Bildkompression - JPEG



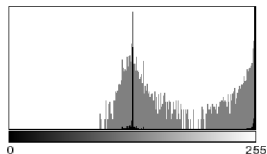
(a)



(b)



(c)



(d)

Histogramme für Bilder mit mehr als 8 Bit

Binning: Zählung der Intensitätswerte in B Intervallen

$[a_j, a_{j+1}]$:

$$h(i) = |\{(u, v) | a_j \leq I(u, v)\}| < a_{j+1}.$$

Bei gleichgroßen Bins ergibt sich eine Intervallgröße $k_B = K/B$ mit $a_j = jk_B$.

Implementierung:

$$j = \left\lfloor I(u, v) \frac{B}{K} \right\rfloor$$

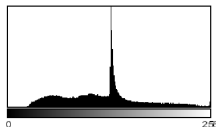
Beispiel: $B = 256$ bei 14-Bit-Bild

$h(0)$	←	$0 \leq I(u, v) <$	64
$h(1)$	←	$64 \leq I(u, v) <$	128
$h(2)$	←	$128 \leq I(u, v) <$	192
\vdots		\vdots	\vdots
$h(j)$	←	$a_j \leq I(u, v) <$	a_{j+1}
\vdots		\vdots	\vdots
$h(255)$	←	$16320 \leq I(u, v) <$	16384

Histogramme von Farbbildern



(a)

(b) h_{Lum} 

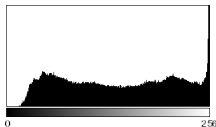
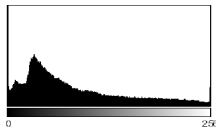
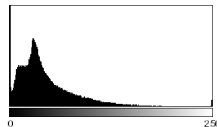
(c) R



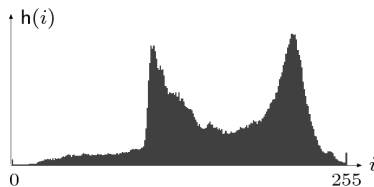
(d) G



(e) B

(f) h_R (g) h_G (h) h_B

Kumulatives Histogramm



$$H(i) = \sum_{j=0}^i h(j) \quad \text{bzw.} \quad H(i) = H(i-1) + h(i)$$

Überblick

- 1 Histogramme
- 2 Punktoperationen
- 3 Histogrammausgleich

Punktoperationen

Punktoperation f : jeder neue Pixelwert hängt ausschließlich vom alten Pixelwert ab, **unabhängig** von anderen Pixelwerten im Bild

$$I_{\text{neu}}(u, v) \leftarrow f(I_{\text{alt}}(u, v), u, v).$$

Homogene Punktoperation: f ist unabhängig von den Bildkoordinaten

$$I_{\text{neu}}(u, v) \leftarrow f(I_{\text{alt}}(u, v)).$$

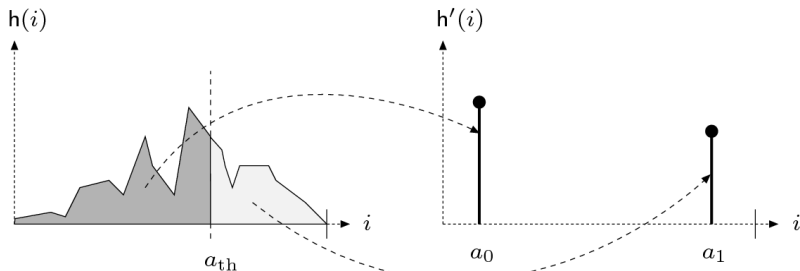
Beispiele:

- Änderung von Kontrast und Helligkeit
- Anwendung beliebiger Helligkeitskurven
- Invertieren und Addieren von Bildern
- Schwellwertbildung
- Gammakorrektur

Realisierung oft über Lookup-Tabellen (LUTs)

Änderung der Bildintensität

- Kontraständerung: $f_c(a) = 1.5 \cdot a$
- Helligkeitsänderung: $f_b(a) = a + 10$
- Beschränkung (*clamping*): if $(a > 255) a = 255$; bzw. if $(a < 0) a = 0$;
- Invertieren: $f_{inv}(a) = a_{max} - a$
- Schwellwert: $f_{th}(a) = a_0$ für $a < a_{th}$ und $f_{th}(a) = a_1$ für $a \geq a_{th}$



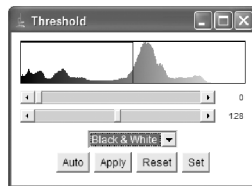
Schwelwertoperation: Binarisierung



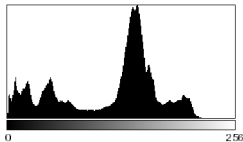
(a)



(b)



(e)

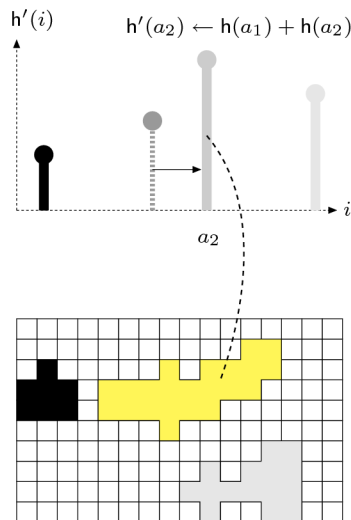
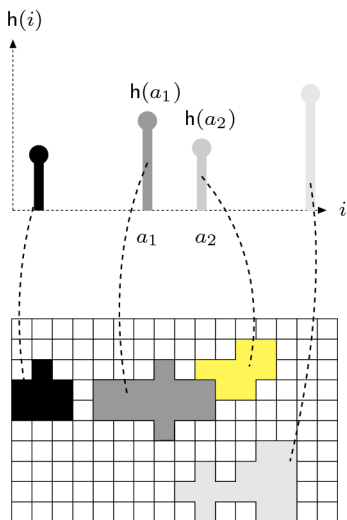


(c)



(d)

Verlust von Bildinformation/Dynamik durch Pixeloperationen



Alpha-Blending

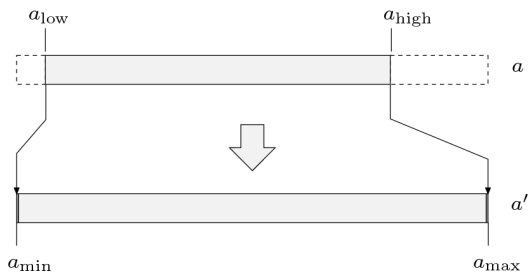
 I_{BG}  $\alpha = 0.25$  I_{FG}  $\alpha = 0.50$

$$I'(u, v) = \alpha I_{BG}(u, v) + (1 - \alpha) I_{FG}(u, v)$$

Automatische Kontrastanpassung

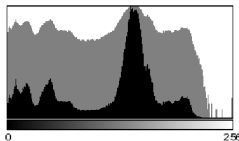
Einfache Kontrastanpassung: Dehne und verschiebe Histogramm so, daß dunkelster Pixel a_{low} auf a_{min} , hellster Pixel a_{high} auf Maximalwert a_{max} fällt:

$$f_{\text{ac}}(a) = (a - a_{\text{low}}) \frac{a_{\text{max}} - a_{\text{min}}}{a_{\text{high}} - a_{\text{low}}}$$

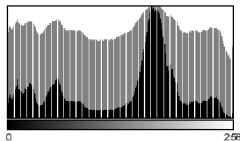


Problem: einzelne Ausreißer können gesamtes Bild beeinflussen.

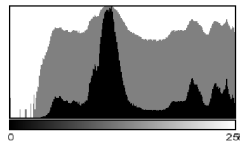
Automatische Kontrastanpassung und Invertierung (Beispiel)



(a)



(b)



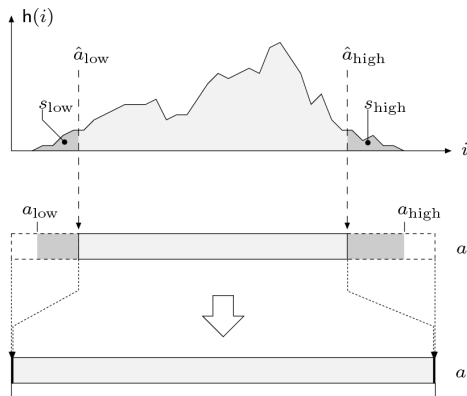
(c)

Robuste Kontrastanpassung mit Quantilen

Sei s_{low} , s_{high} der Anteil der Pixel, der in Dunkel- bzw. Hellsättigung übergehen darf, A ist die Fläche des Bildes in Pixeln.

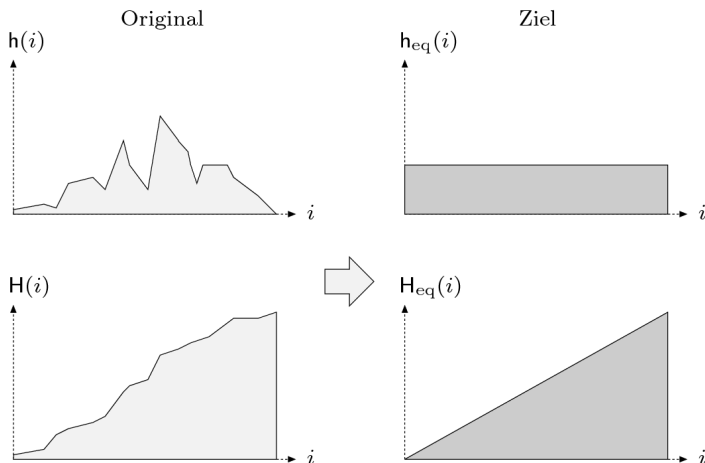
$$\text{Quantile: } \hat{a}_{\text{low}} = \min\{i | H(i) \geq A s_{\text{low}}\}$$

$$\hat{a}_{\text{high}} = \min\{i | H(i) \leq A(1 - s_{\text{high}})\}$$



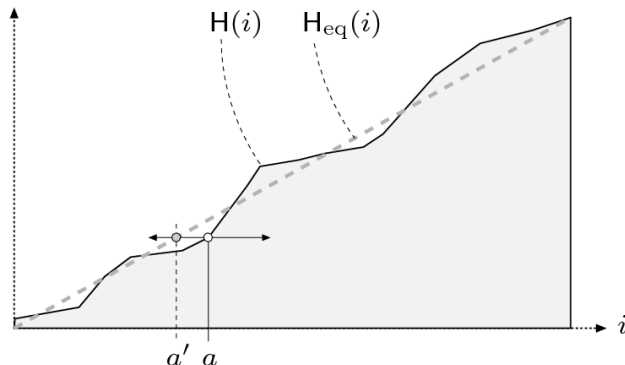
Linearer Histogrammausgleich

Ziel: Bild durch homogene Punktoperation so verändern, daß es ein **gleichverteiltes** Histogramm aufweist. Gleichverteilte Grauwerte haben theoretisch den höchsten Informationsgehalt.



Näherungsweise linearer Histogrammausgleich

- Homogene Punktoperationen können Histogrammeinträge nur verschieben oder zusammenfügen, nicht aber trennen.
- Die Histogrammeinträge werden so verschoben, daß sich näherungsweise ein keilförmiges Histogramm ergibt.



Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten

Summe der Histogrammeinträge ergibt die Bildfläche in Pixeln:

$$\sum_i h(i) = A$$

Normalisiertes Histogramm (Wahrscheinlichkeitsverteilung):

$$p(i) = \frac{h(i)}{\sum_i h(i)}$$

mit

$$\sum_i p(i) = 1.$$

Diskrete (kumulative) Verteilungsfunktion:

$$P(i) = \sum_{j=0}^i p(j) = \sum_{j=0}^i \frac{h(j)}{\sum_i h(i)}$$

mit

$$P(0) = 0 \quad \text{und} \quad P(K-1) = \sum_{j=0}^{K-1} p(j) = 1$$

Ableitung der Punktoperation

Fundamentaltheorem für transformierte Zufallsvariablen (s. Papoulis, 1991)

Wird eine Zufallsvariable a mit Wahrscheinlichkeitsverteilung $p(a)$ mit der Punkttransformation $a' = f(a)$ transformiert, so erhält man die neue Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(a') = \frac{p(a)}{\left| \frac{d}{da} f(a) \right|}$$

Für die Punktoperation mit der kumulativen Verteilungsfunktion

$$a' = f(a) = \int_0^a p(x) dx$$

erhält man

$$\frac{d}{da} f(a) = p(a) \quad \text{und} \quad p(a') = \frac{p(a)}{p(a)} = 1,$$

also eine Gleichverteilung der Grauwerte.

Homogene Punktoperation für Histogrammausgleich

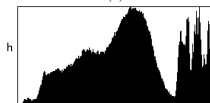
$$\text{ideal: } f(a) = \int_0^a p(w) dw \quad \text{praktisch: } f_{\text{eq}}(a) = \left[H(a) \frac{K-1}{A} \right]$$



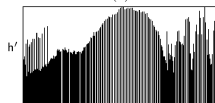
(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)