Diskrete Hochpass-Filter

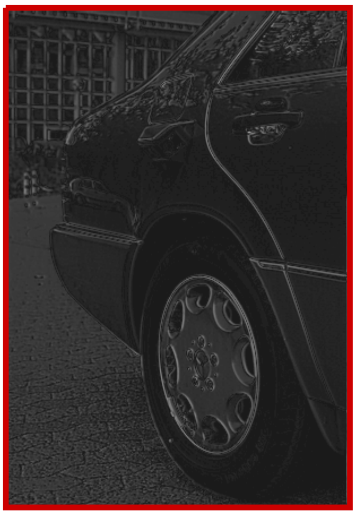
- Betonung von Kanten (Grauwertänderungen)
- Unterdrückung von homogenen Flächen
- Die Filtermaske hat positive und negative Koeffizienten
- Die Filterkoeffizienten sind normalisiert
  ➔ Summe der Koeffizienten ergibt 0
- Beispiel: Differenzfilter

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Differenzfilter Beispiel

-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

Filterergebnis vorzeichenbehaftet (Nullwert des gefilterten Bildes bei Grauwert 100 in der Darstellung)



Filterergebnis Absolutwert

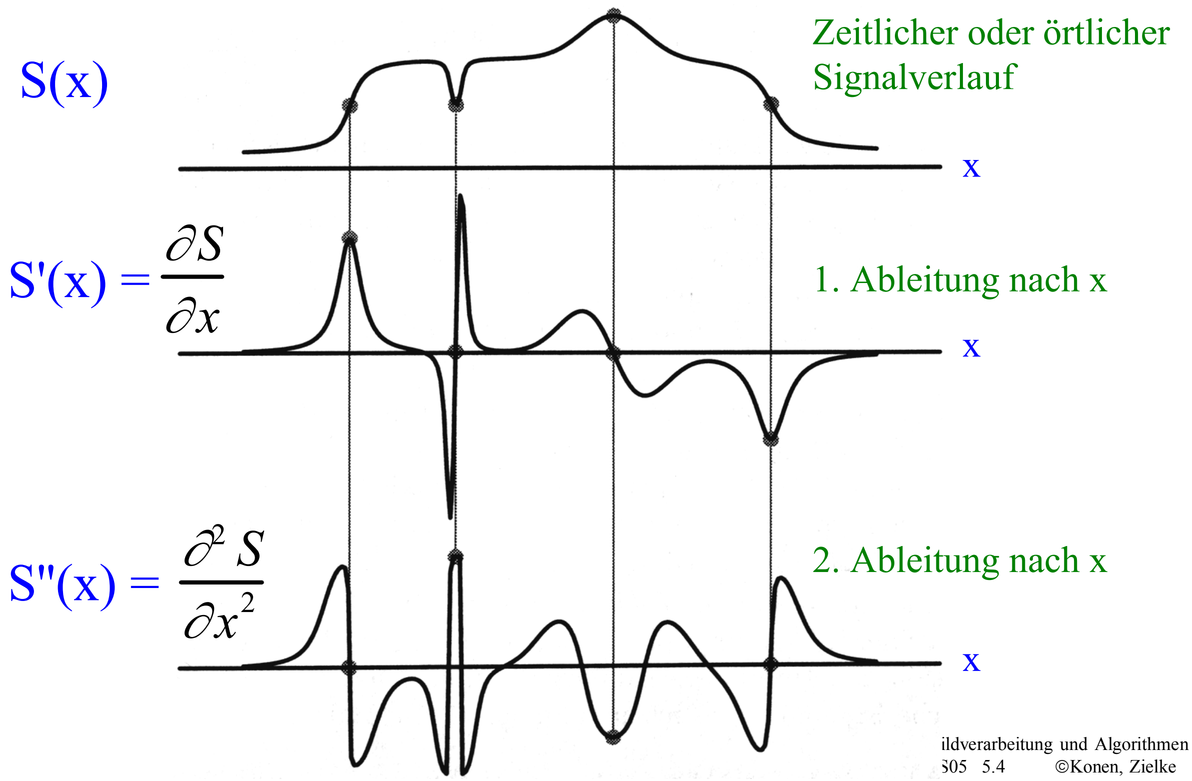
Ableitungsfilter (1)

Gradient
in einem Punkt (x,y) einer
zweidimensionalen kontinuierlichen
Funktion (Ableitungsvektor)

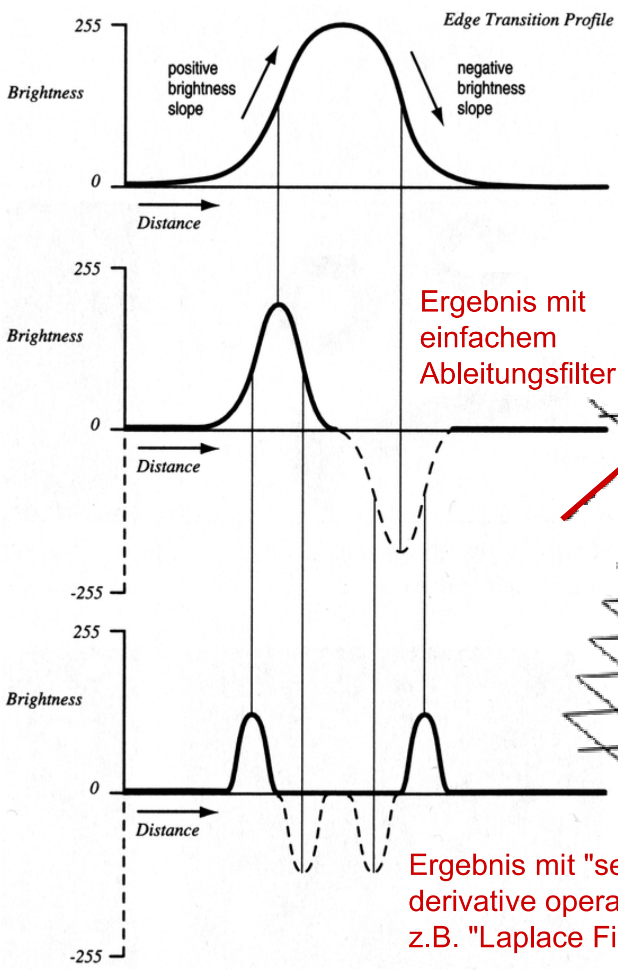
$$\nabla f(x,y) = G[f(x,y)] = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} \\ \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

Richtungs-
ableitungen

Differenzierung eines kontinuierlichen 1D-Signals



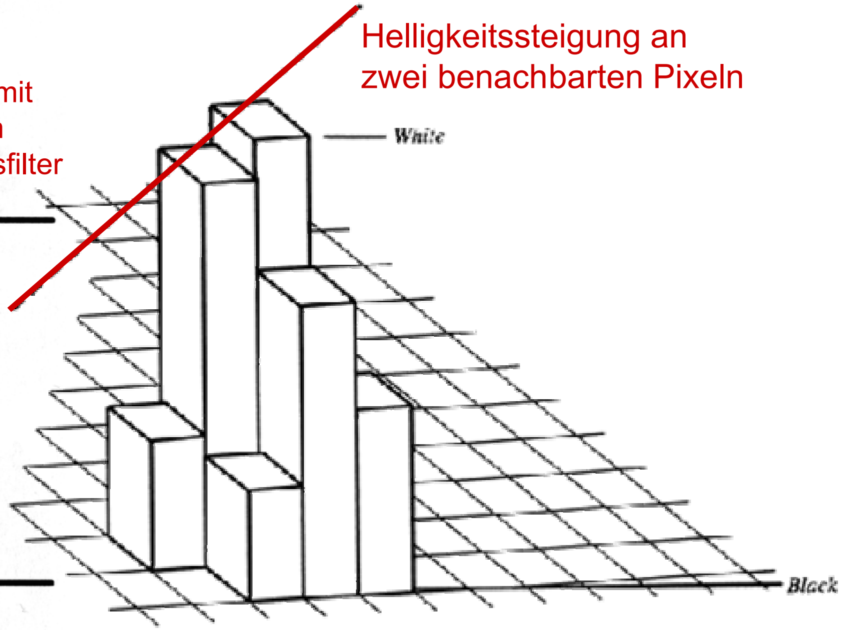
Helligkeitskeitssteigung (brightness slope)



Ergebnis mit einfachem Ableitungsfilter

Ergebnis mit "second derivative operator" z.B. "Laplace Filter"

Helligkeitssteigung an zwei benachbarten Pixeln



Diskrete Ableitung in 2D
(Numerische Approximation)

Horizontale Maske

$$\frac{\partial}{\partial x} f(i,j) \cong f(i,j) - f(i-1,j) \qquad \boxed{\begin{pmatrix} 1 & -1 \end{pmatrix}}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} f(i,j) \cong f(i,j) - f(i,j-1)$$

Vertikale Maske

$$\boxed{\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(i,j) \cong \frac{\partial}{\partial x} f(i+1,j) - \frac{\partial}{\partial x} f(i,j) =$$

$$= f(i-1,j) + f(i+1,j) - 2f(i,j)$$

Maske für horizontale 2. Ableitung

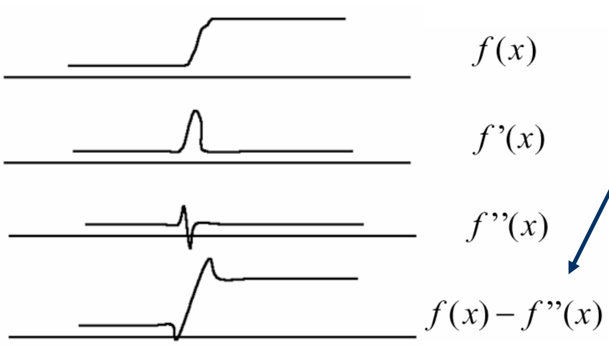
$$\boxed{\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}}$$

Herleitung von Filtermasken
Beispiel: 3×3 Laplace - Operator

Kombination einer horizontalen und einer vertikalen Faltung durch Addition der Filtermasken:

Allgemeiner Laplace-Operator:
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

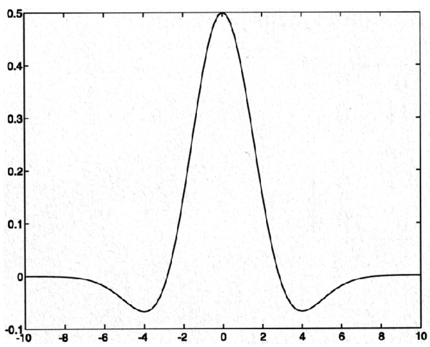
$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



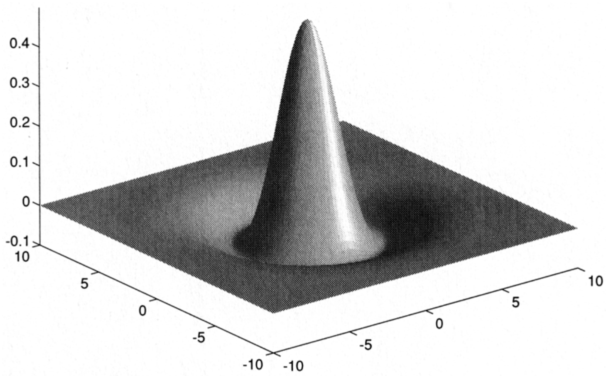
Subtraktion des Laplace-gefilterten Bildes vom Original:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Laplace - Filter
(Mexican Hat)



Der Laplace-Filter ist ein isotroper 2-fach differenzierender Filter!



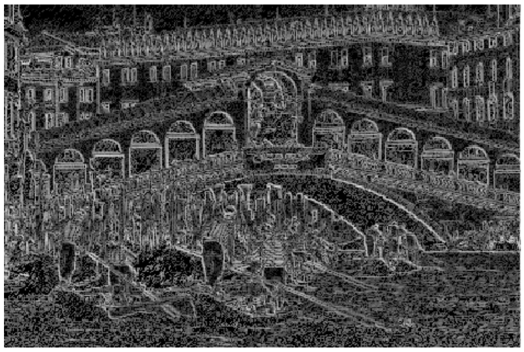
0	0	-1	0	0
0	-1	-2	-1	0
-1	-2	16	-2	-1
0	-1	-2	-1	0
0	0	-1	0	0

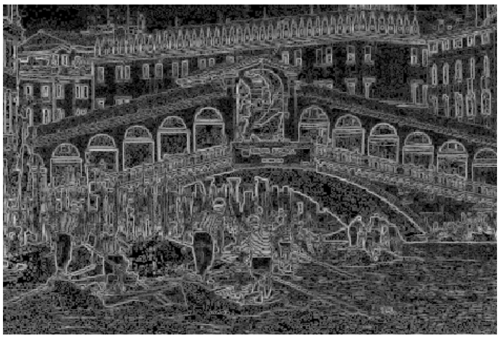
-1	-1	-1
-1	8	-1
-1	-1	-1

0	-1	0
-1	4	-1
0	-1	0

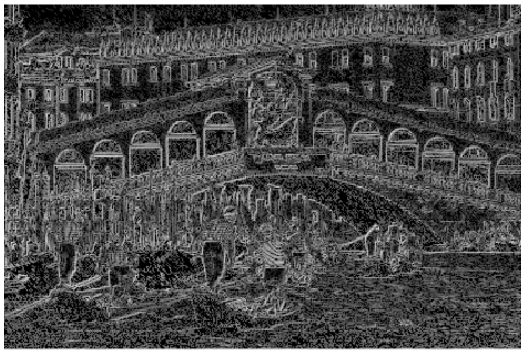
Einfache Ableitungsfilter
Roberts Operatoren

0	1
-1	0





1	0
0	-1



Ableitungsfilter (2)

Betrag des Gradienten an einem Punkt (x,y) einer zweidimensionalen kontinuierlichen Funktion:

$$\left|\nabla f(x,y)\right| = \left|G[f(x,y)]\right| = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

Richtung des Gradienten an einem Punkt (x,y) einer zweidimensionalen kontinuierlichen Funktion:

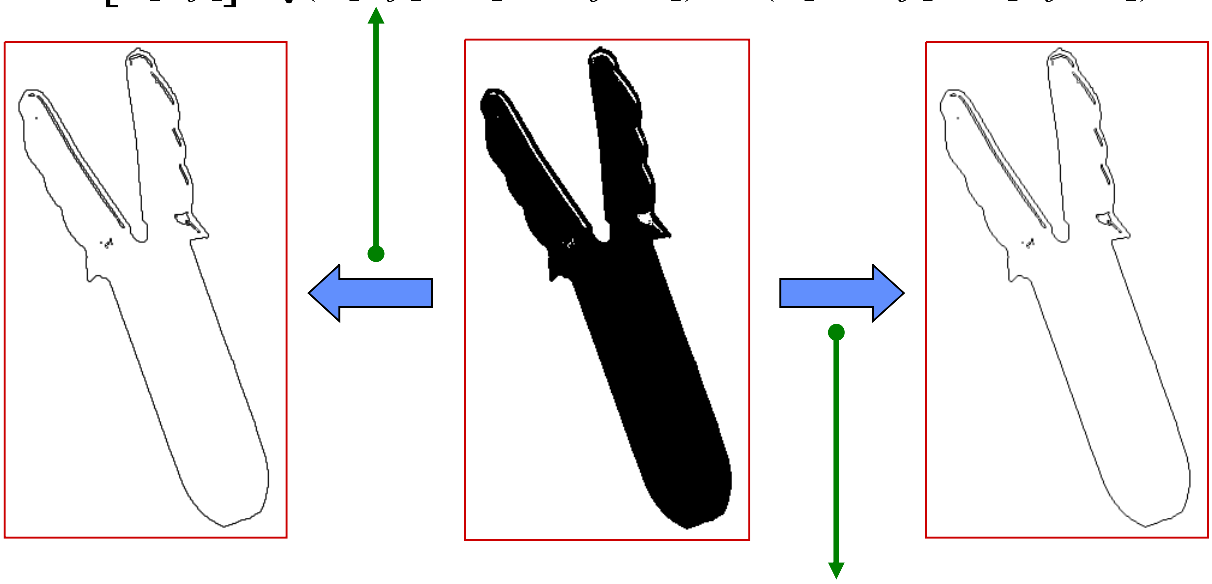
$$\alpha(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

0	1
-1	0

Anwendung des Roberts Operators auf Binärbilder

1	0
0	-1

$$G\big[B[i,j]\big]=\sqrt{(B[i,j]-B[i+1,j+1])^2+(B[i+1,j]-B[i,j+1])^2}$$



$$G\big[B[i,j]\big]=\big|B[i,j]-B[i+1,j+1]\big|+\big|B[i+1,j]-B[i,j+1]\big|$$

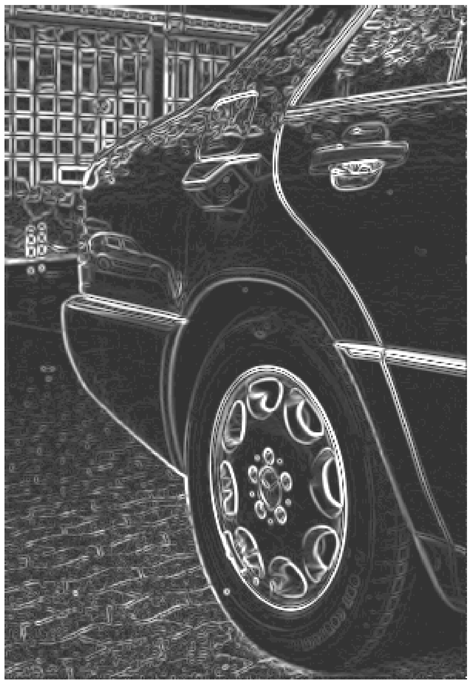
Sobel - Operator

-1	-2	-1
0	0	0
1	2	1

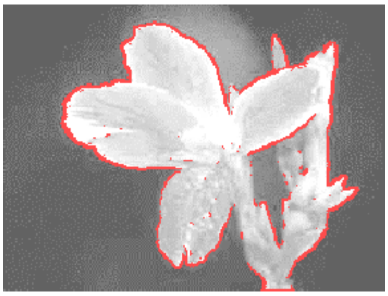
Zeilenmaske

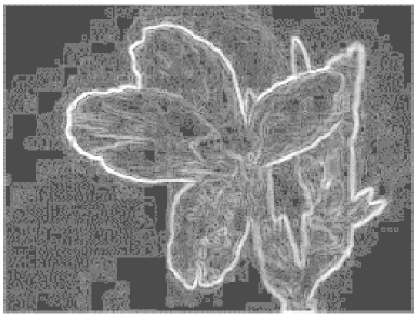
-1	0	1
-2	0	2
-1	0	1

Spaltenmaske

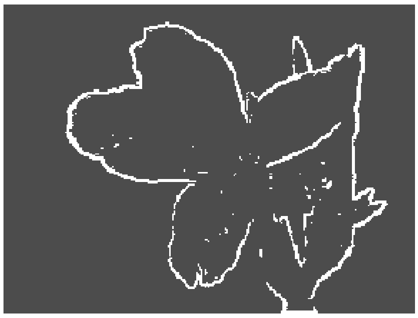


Kantenextraktion (1)
Binarisierung des Ableitungsbildes



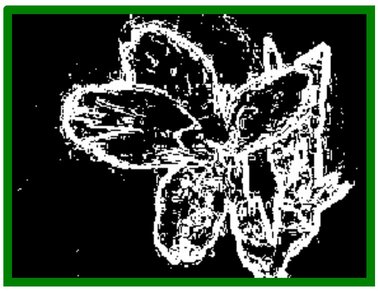


Ergebnis der Sobel-Filterung



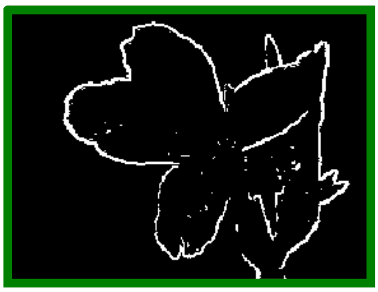
Schwellwert $\tau = 40$

Binarisierung des Ableitungsbildes zur Kantenextraktion
Wahl des Schwellwertes ist entscheidend!



$\tau = 10$

$\tau = 25$



$\tau = 40$

$\tau = 55$

$\tau = 70$