

Binärisierung und Verarbeitung von Binärbildern

- Automatische Schwellwertbestimmung
- Verarbeitung von Dokumentbildern (Skew- und Slant-Korrektur)
- Mathematische Morphologie
- Distanz-Transformation

Binärisierung

Binärbilder einfacher zu verarbeiten als Grauwertbilder

Häufig sind Binärbilder aus dem Eingangsbild ableitbar:

- Objekt/Hintergrund, Text/Hintergrund, Blutgefäße/Hintergrund
- aktive Beleuchtungskontrolle (machine vision)

Binärisierung wandelt ein Grauwertbild in ein Binärbild um

Binärisierung:

Transformation eines Grauwertbildes $f(r, c)$ in Binärbild $b(r, c)$ durch Schwellwertoperation:

$$b(r, c) = \begin{cases} 0, & \text{falls } f(r, c) \leq S \\ 1, & \text{falls } f(r, c) > S \end{cases}$$

S = Schwellwert (threshold)

Visualisierung: als Zweipegelebild, z.B. $0 \rightarrow 0$, $1 \rightarrow 255$

Automatische Schwellwertbestimmung (1)

Verfahren 1: Iterative Schwellwertbestimmung (Iterative Verfeinerung eines initialen Schwellwertes bis zur Konvergenz)

$S_1 = 128$; /* Initialisierung */

for ($i = 1$; ; $i++$) {

Berechne den mittleren Grauwert aller Pixel $f(r, c) \leq S_i$ bzw. $f(r, c) > S_i$:

$$\mu_1 = \sum_{k=0}^{S_i} k \cdot H(k) / \sum_{k=0}^{S_i} H(k), \quad \mu_2 = \sum_{k=S_i+1}^{255} k \cdot H(k) / \sum_{k=S_i+1}^{255} H(k)$$

$S_{i+1} = \frac{\mu_1 + \mu_2}{2}$; /* verfeinerter Schwellwert */

if ($S_{i+1} = S_i$) **break**;

}

Schwellwert $S = S_i$;

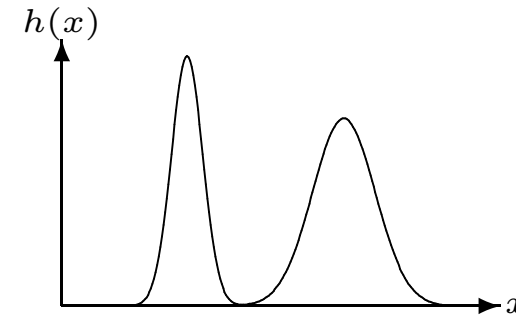
Terminierungsbedingung kann durch $|S_{i+1} - S_i| \leq t$ (t : kleine Zahl) ersetzt werden

Automatische Schwellwertbestimmung (2)

Verfahren 2: Schwellwertbestimmung mittels Histogrammapproximation durch Normalverteilungen

Annahme:

- Bimodalität des Histogramms
- Objekt und Hintergrund jeweils normalverteilt



Idee:

- Approximation des relativen Histogramms $h(x)$ durch zwei Normalverteilungen

$$h(x) \approx h'(x) = p_1 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{(x-\mu_1)^2}{2\sigma_1^2}} + p_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} e^{-\frac{(x-\mu_2)^2}{2\sigma_2^2}}$$

p_1 (p_2): Anteil der linken (rechten) Normalverteilung, d.h. $p_1 + p_2 = 1$; $\int_{-\infty}^{\infty} h'(x) dx = 1$

- Bestimmung der Parameter durch Minimierung des Approximationsfehlers

$$e(h(x), h'(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} (h(x) - h'(x))^2 dx \approx \sum_{k=0}^{255} (h(k) - h'(k))^2$$

- Bestimmung des optimalen Schwellwertes S

Automatische Schwellwertbestimmung (3)

Approximative Lösung:

- versuchsweise einen Schwellwert S annehmen
- den Bereich $[0, S]$ bzw. $[S + 1, 255]$ jeweils durch Normalverteilung approximieren

$$p_1 = \sum_{k=0}^S h(k);$$

$$p_2 = \sum_{k=S+1}^{255} h(k)$$

$$\mu_1 = \frac{1}{p_1} \sum_{k=0}^S h(k) \cdot k;$$

$$\mu_2 = \frac{1}{p_2} \sum_{k=S+1}^{255} h(k) \cdot k$$

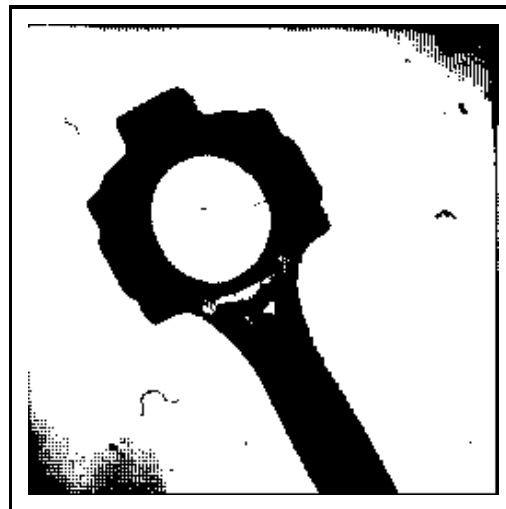
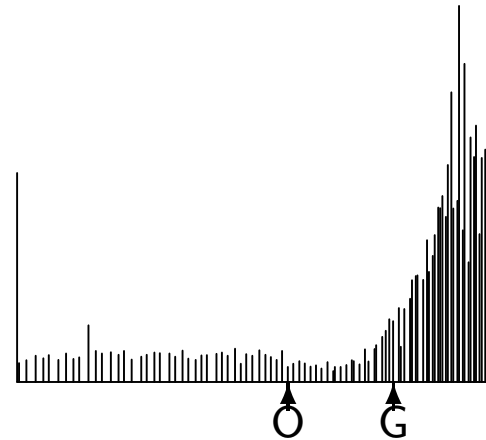
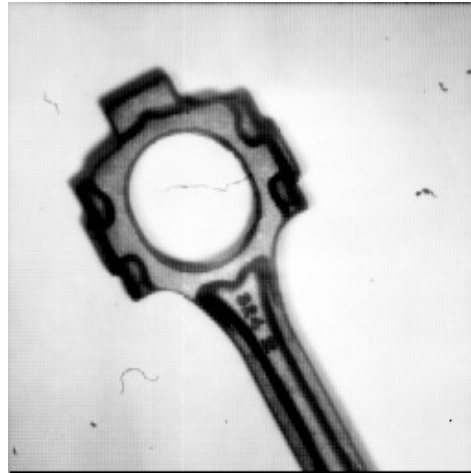
$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{1}{p_1} \sum_{k=0}^S h(k) \cdot (k - \mu_1)^2}; \quad \sigma_2 = \sqrt{\frac{1}{p_2} \sum_{k=S+1}^{255} h(k) \cdot (k - \mu_2)^2}$$

- S so variieren, dass der Approximationsfehler $e(h(x), h'(x))$ minimiert wird, z.B. durch Laufschleife über $S = 1, 2, \dots, 254$

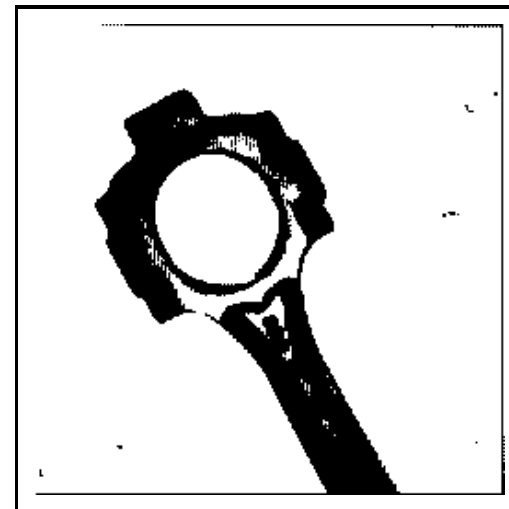
Bemerkung: andere Fehlerfunktion $e(h(x), h'(x))$ möglich

Automatische Schwellwertbestimmung (4)

Beispiel:



Normalverteilung, $S = 200$



Otsu, $S = 144$

Automatische Schwellwertbestimmung (5)

Beispiel: (Entropie $H_e = 1.02$)

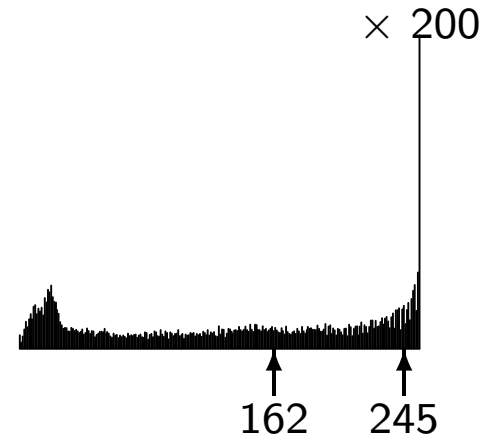
5.1.2 Schwellwertbestimmung durch Diskriminanzanalyse

Grauwerte: $0, 1, \dots, M$.

$H(i)$: relative Häufigkeit(Wahrscheinlichkeit) von Grauwert i ,

$$\sum_{i=0}^M H(i) = 1$$

Ein möglicher Schwellwert S , $0 < S < M$, trennt die Grauwerte in zwei Klassen, C_1 und C_2 . Die Auftretswahrscheinlichkeiten für die Elemente dieser Klassen sind:



5.1.2 Schwellwertbestimmung durch Diskriminanzanalyse

Grauwerte: $0, 1, \dots, M$.

$H(i)$: relative Häufigkeit(Wahrscheinlichkeit) von Grauwert i ,

$$\sum_{i=0}^M H(i) = 1$$

Ein möglicher Schwellwert S , $0 < S < M$, trennt die Grauwerte in zwei Klassen, C_1 und C_2 . Die Auftretswahrscheinlichkeiten für die Elemente dieser Klassen sind:

Normalverteilung, $S = 245$

5.1.2 Schwellwertbestimmung durch Diskriminanzanalyse

Grauwerte: $0, 1, \dots, M$.

$H(i)$: relative Häufigkeit(Wahrscheinlichkeit) von Grauwert i ,

$$\sum_{i=0}^M H(i) = 1$$

Ein möglicher Schwellwert S , $0 < S < M$, trennt die Grauwerte in zwei Klassen, C_1 und C_2 . Die Auftretswahrscheinlichkeiten für die Elemente dieser Klassen sind:

Otsu, $S = 162$

Vergleich von Binärisierungsverfahren: Task-oriented performance evaluation sinnvoll

Automatische Schwellwertbestimmung (6)

Verfahren 3: Schwellwertbestimmung nach Otsu

Schwellwert $0 < S < 255$ trennt Grauwerte in zwei Klassen $C_1 : [0, S]$ und $C_2 : [S + 1, 255]$. Die Auftrittswahrscheinlichkeit, der mittlere Grauwert und die Varianz dieser Klassen sind:

$$\begin{aligned} p_1 &= \sum_{k=0}^S h(k); & p_2 &= \sum_{k=S+1}^{255} h(k) \\ \mu_1 &= \frac{1}{p_1} \sum_{k=0}^S h(k) \cdot k; & \mu_2 &= \frac{1}{p_2} \sum_{k=S+1}^{255} h(k) \cdot k \\ \sigma_1^2 &= \frac{1}{p_1} \sum_{k=0}^S h(k) \cdot (k - \mu_1)^2; & \sigma_2^2 &= \frac{1}{p_2} \sum_{k=S+1}^{255} h(k) \cdot (k - \mu_2)^2 \end{aligned}$$

Forderungen:

- Varianz innerhalb der Klassen C_1 und C_2 (within-class variance) wird minimal

$$\sigma_W^2 = p_1 \sigma_1^2 + p_2 \sigma_2^2$$

- Varianz zwischen den Klassen C_1 und C_2 (between-class variance) wird maximal

$$\sigma_B^2 = p_1(\mu_1 - \mu)^2 + p_2(\mu_2 - \mu)^2, \quad \mu = \sum_{k=0}^{255} h(k) \cdot k \text{ (mittlerer Grauwert des Gesamtbildes)}$$

Automatische Schwellwertbestimmung (7)

Beobachtung: Varianz des Gesamtbildes

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{255} (k - \mu)^2 \cdot h(k) = \sigma_W^2 + \sigma_B^2 \quad (\text{konstant!})$$

Es existiert ein Wert von S , bei dem σ_W^2 minimiert und gleichzeitig auch σ_B^2 maximiert wird

Automatische Schwellwertbestimmung (7)

Beobachtung: Varianz des Gesamtbildes

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^{255} (k - \mu)^2 \cdot h(k) = \sigma_W^2 + \sigma_B^2 \quad (\text{konstant!})$$

Es existiert ein Wert von S , bei dem σ_W^2 minimiert und gleichzeitig auch σ_B^2 maximiert wird

Lösungsvariante 1: Bestimme S durch Laufschleife über $S = 1, 2, \dots, 254$, so dass σ_W^2 minimiert wird

Lösungsvariante 2: Bestimme S durch Laufschleife über $S = 1, 2, \dots, 254$, so dass σ_B^2 maximiert wird. Nützlich

$$\sigma_B^2 = p_1(\mu_1 - \mu)^2 + p_2(\mu_2 - \mu)^2 = \frac{p_1}{1 - p_1} \cdot (\mu - \mu_1)^2$$

Bemerkung:

- keine Bimodalität des Histogramms nötig
- sehr populär in der Schriftzeichenerkennung und Dokumentanalyse

Verarbeitung von Dokumentbildern

Ziel: Vorverarbeitung zur Vereinfachung der Dokumentanalyse
(Strukturanalyse, Schrifterkennung, Rekonstruktion von Zeichnungen, etc.)

- Segmentierung (Layout-Analyse, Zeilensegmentierung, Wortsegmentierung, etc.)
- Skew-Korrektur
- Slant-Korrektur
- Skalierung: Normierung der Schriftgröße
- Verdünnung: Normierung der Schriftdicke

Normierungsschritte insb. bei Schrifterkennung von großer Wichtigkeit

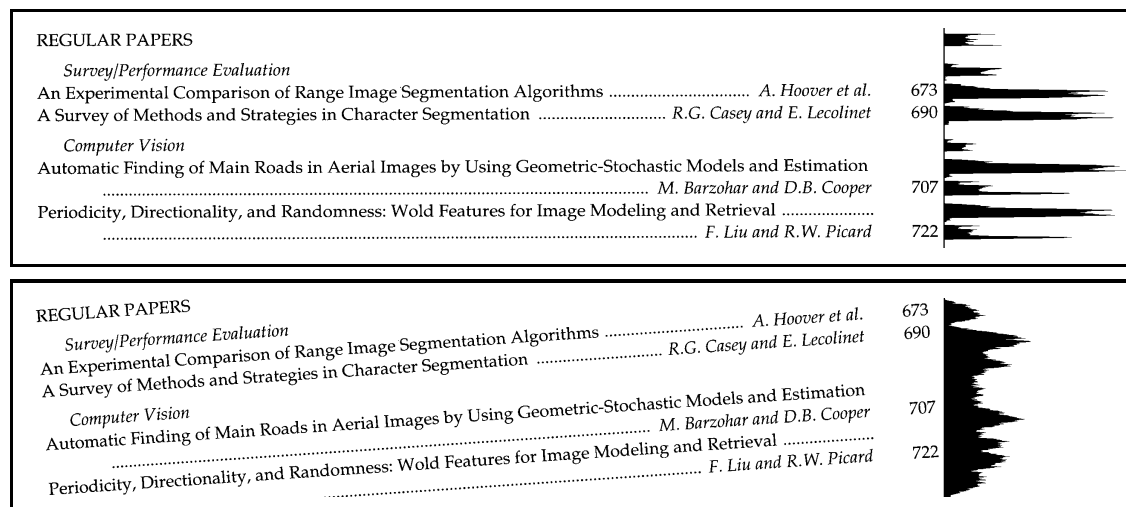
the me the the the the the the the

Verarbeitung von Dokumentbildern: Skew-Korrektur (1)

Skew-Korrektur: Justierung von Textvorlagen

- “Natürliche Drehung” eines Dokuments
 - beim Einspannen in eine Schreibmaschine
 - beim Einzug in einen Scanner
 - Abweichung des Schreibers von der horizontalen Schreibrichtung
- Ohne besonders vorsichtig zu sein, gelingt es einem Menschen nur selten, ein Dokument mit einer Schiefelage von weniger als 3° unter einen Scanner zu legen; extrem kritisch bei gefalteten Dokumenten \implies große Auswirkung auf die Erkennungsrate

Idee: Auswertung der Y-Projektion verschiedener Drehwinkel



Verarbeitung von Dokumentbildern: Skew-Korrektur (2)

Algorithm:

- Führe für jeden hypothetischen Drehwinkel $\alpha \in [-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$ durch:
 - rotiere binäres Eingabebild $b(r, c)$ gemäß α zu $b'(r, c)$
 - berechne die Y-Projektion A_α von $b'(r, c)$
 - berechne die Bewertung $\Phi(A_\alpha)$ der Y-Projektion A_α
- Winkel α_{opt} mit optimaler Bewertung \implies Rotationswinkel zur Skew-Korrektur
- Skew-Korrektur durch Rotation des Eingabebildes gemäß α_{opt}

Bewertungsfunktion:

nach Baird:
$$\Phi(A_\alpha) = \sum_{\rho=\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} (A_\alpha(\rho))^2 \quad (\text{maximieren})$$

nach Postl:
$$\Phi(A_\alpha) = \sum_{\rho=\rho_{\min}}^{\rho_{\max}-1} (A_\alpha(\rho+1) - A_\alpha(\rho))^2 \quad (\text{maximieren})$$

nach Nakano:
$$\Phi(A_\alpha) = \sum_{\rho=\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} (A_\alpha(\rho) == 0) ? 1 : 0 \quad (\text{maximieren})$$

Verarbeitung von Dokumentbildern: Skew-Korrektur (3)

Beispiel: Textseite mit Skew (links). Rechts: Skew-Korrektur (Drehwinkel $\alpha_{\text{opt}} = 4.0^\circ$); Suche in $[-20^\circ, 20^\circ]$ mit Schrittweite 0.1° ; Bewertungsfunktion Baird/Postl/Nakano.

**IEEE TRANSACTIONS ON
PATTERN ANALYSIS AND
MACHINE INTELLIGENCE**

PUBLISHED BY THE **IEEE COMPUTER SOCIETY**
50 YEARS OF SERVICE • 1946-1996

In cooperation with
Aerospace and Electronic Systems Society
Control Systems Society
Engineering in Medicine and Biology Society
Information Theory Society
Systems, Man and Cybernetics Society
Ultronics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society

JULY 1996 VOLUME 18 NUMBER 7 ITPIDJ (ISSN 0162-8828)

REGULAR PAPERS

<i>Survey/Performance Evaluation</i>	A. Hoover et al.	673
An Experimental Comparison of Range Image Segmentation Algorithms	R.G. Casey and E. Lecolinet	690
<i>Computer Vision</i>		
Automatic Finding of Main Roads in Aerial Images by Using Geometric-Stochastic Models and Estimation	M. Barzohar and D.B. Cooper	707
Periodicity, Directionality, and Randomness: Wold Features for Image Modeling and Retrieval	F. Liu and R.W. Picard	722
<i>Document Processing</i>		
N-Tuple Features for OCR Revisited	D.M. Jung et al.	734

SHORT PAPERS

<i>Computer Vision</i>		
Subpixel Precision of Straight-Edged Shapes for Registration and Measurement	L. O'Gorman	746
Unbiased Estimation of Ellipses by Bootstrapping	J. Cabrera and P. Meer	752
<i>Document Processing</i>		
Large Vocabulary Recognition of On-Line Handwritten Cursive Words	G. Seni et al.	757
<i>Pattern Classification</i>		
Covariance Matrix Estimation and Classification With Limited Training Data	J.P. Hoffbeck and D.A. Landgrebe	763

ANNOUNCEMENT

Call for Papers—Nonrigid and Articulated Motion Workshop		768
--	--	-----

**IEEE TRANSACTIONS ON
PATTERN ANALYSIS AND
MACHINE INTELLIGENCE**

PUBLISHED BY THE **IEEE COMPUTER SOCIETY**
50 YEARS OF SERVICE • 1946-1996

In cooperation with
Aerospace and Electronic Systems Society
Control Systems Society
Engineering in Medicine and Biology Society
Information Theory Society
Systems, Man and Cybernetics Society
Ultronics, Ferroelectrics, and Frequency Control Society

JULY 1996 VOLUME 18 NUMBER 7 ITPIDJ (ISSN 0162-8828)

REGULAR PAPERS

<i>Survey/Performance Evaluation</i>	A. Hoover et al.	673
An Experimental Comparison of Range Image Segmentation Algorithms	R.G. Casey and E. Lecolinet	690
<i>Computer Vision</i>		
Automatic Finding of Main Roads in Aerial Images by Using Geometric-Stochastic Models and Estimation	M. Barzohar and D.B. Cooper	707
Periodicity, Directionality, and Randomness: Wold Features for Image Modeling and Retrieval	F. Liu and R.W. Picard	722
<i>Document Processing</i>		
N-Tuple Features for OCR Revisited	D.M. Jung et al.	734

SHORT PAPERS

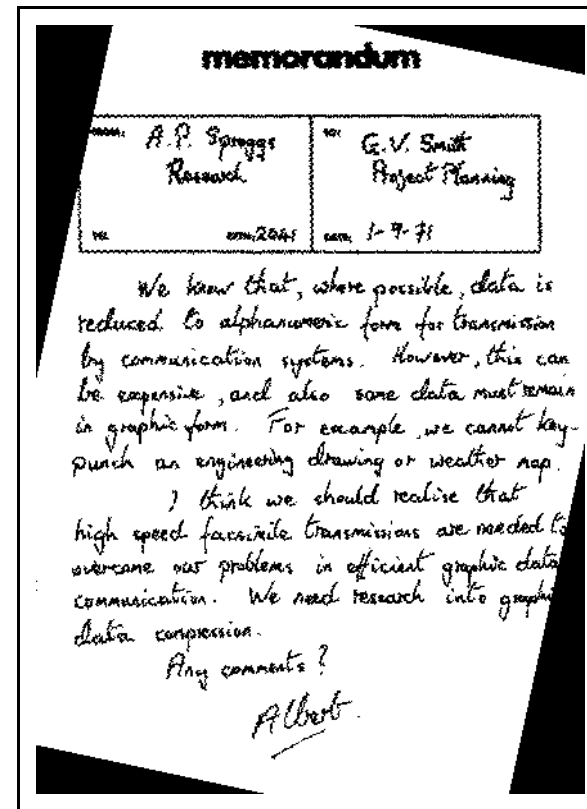
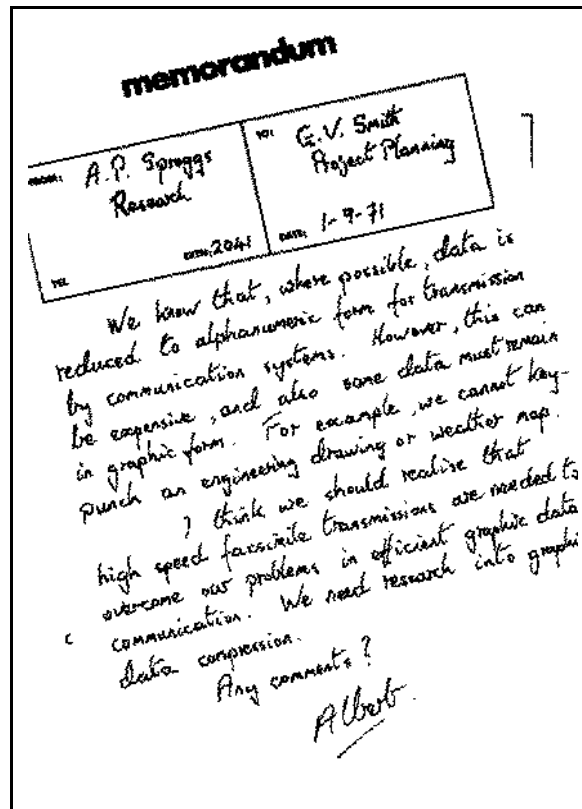
<i>Computer Vision</i>		
Subpixel Precision of Straight-Edged Shapes for Registration and Measurement	L. O'Gorman	746
Unbiased Estimation of Ellipses by Bootstrapping	J. Cabrera and P. Meer	752
<i>Document Processing</i>		
Large Vocabulary Recognition of On-Line Handwritten Cursive Words	G. Seni et al.	757
<i>Pattern Classification</i>		
Covariance Matrix Estimation and Classification With Limited Training Data	J.P. Hoffbeck and D.A. Landgrebe	763

ANNOUNCEMENT

Call for Papers—Nonrigid and Articulated Motion Workshop		768
--	--	-----

Verarbeitung von Dokumentbildern: Skew-Korrektur (4)

Beispiel: Handschrift (evtl. zeilenweise Skew-Korrektur erforderlich)



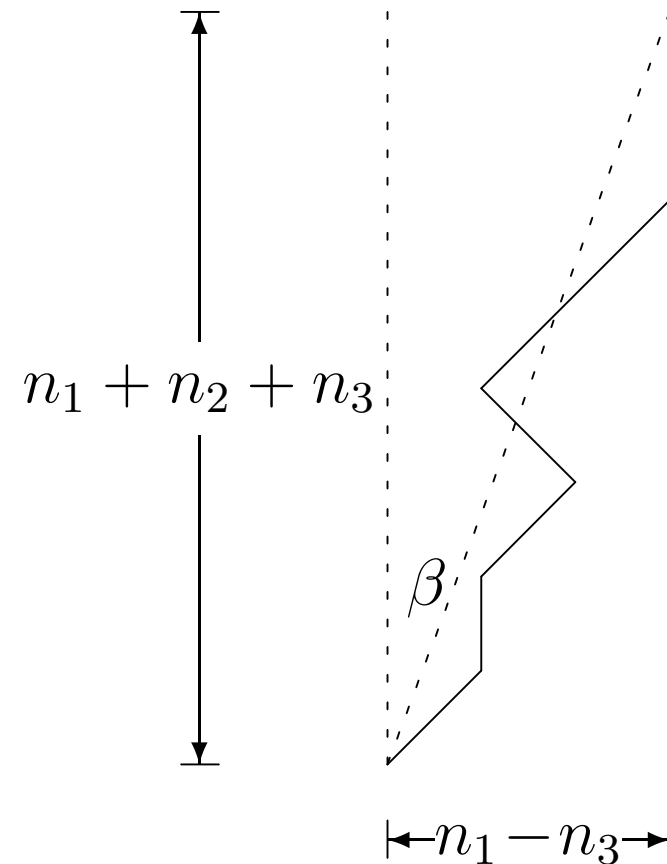
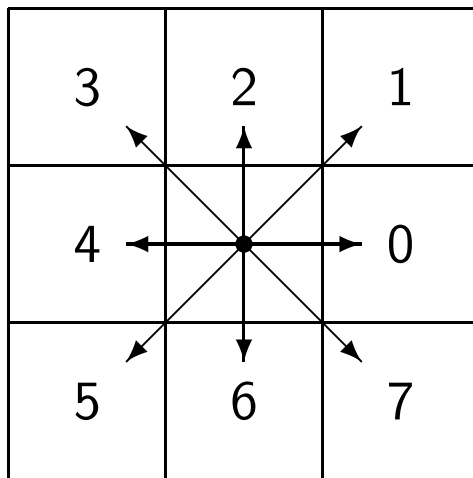
Bemerkung:

- Verwendung anderer Merkmale möglich, z.B. Mittelpunkt von Zusammenhangskomponenten
- Aus Effizienzgründen häufig eine Beschränkung auf eine Untermenge der Merkmale erforderlich

Verarbeitung von Dokumentbildern: Slant-Korrektur (1)

Slant-Korrektur: Korrektur der Schräglage der Schrift; nicht ganz vertikal geschriebene Buchstaben in nahezu vertikale Position bringen

Idee: nur (nahezu) vertikale Konturabschnitte relevant; Ausschluss anderer Konturabschnitte



Verarbeitung von Dokumentbildern: Slant-Korrektur (2)

Algorithmus:

- Bestimme den Kettencode der Konturpunkte gemäß dem Schema links (Richtung eines Konturpunktes zu seinem Nachfolger)
- Berechne
 - $n_1 =$ Anzahl von 1 und 5 in Kettencodes
 - $n_2 =$ Anzahl von 2 und 6 in Kettencodes
 - $n_3 =$ Anzahl von 3 und 7 in Kettencodes
- Der Slant-Winkel ergibt sich aus

$$\beta = \tan^{-1} \frac{n_1 - n_3}{n_1 + n_2 + n_3}$$

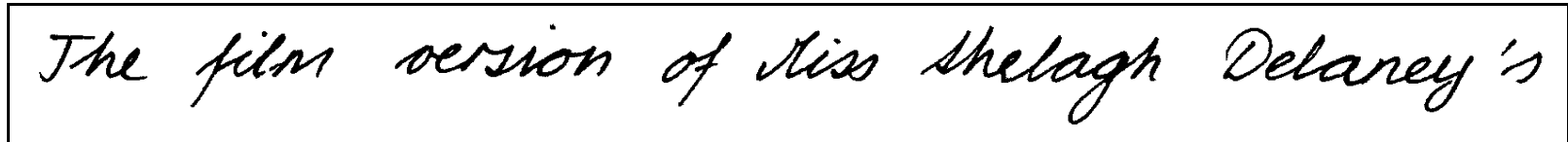
- Slant-Korrektur durch Scherung gemäß β :

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\tan \beta \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

Verarbeitung von Dokumentbildern: Slant-Korrektur (3)

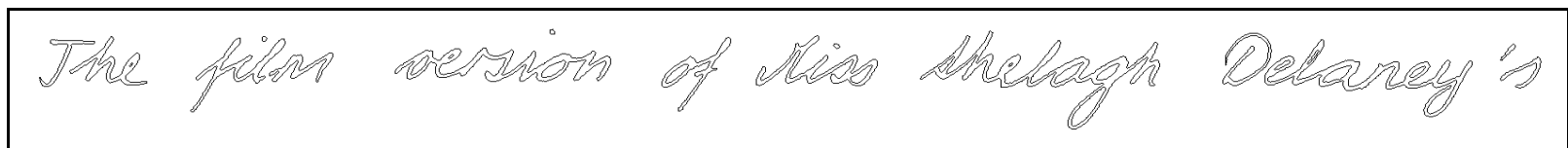
Beispiel: Slant-Korrektur

Eingabebild



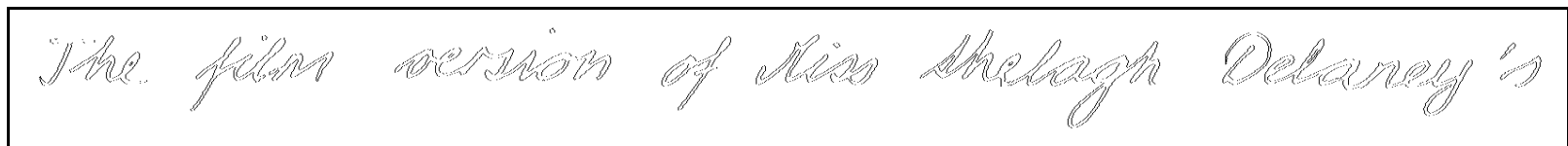
The film version of Miss Shelagh Delaney's

Konturen



The film version of Miss Shelagh Delaney's

relevante Konturabschnitte



The film version of Miss Shelagh Delaney's

nach Slant-Korrektur (Slant-Winkel $\beta = 27.4^\circ$)

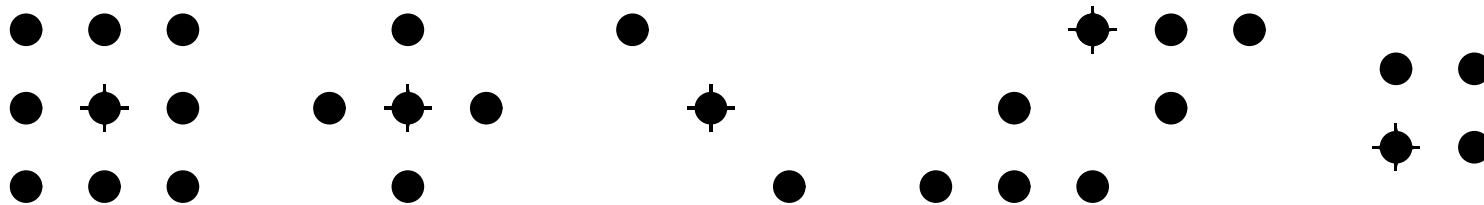


The film version of Miss Shelagh Delaney's

Mathematische Morphologie (1)

Mathematische Morphologie stellt eine Klasse von Nachbarschaftsoperatoren zur Verfügung, mit denen sich die Form von Objekten in Binärbildern modifizieren und analysieren lässt. Methodisch steht die Theorie der Verknüpfung von Mengen im Vordergrund. Dazu werden binäre Bilder als Menge von Objektpunkten aufgefasst. (Erweiterung auf Grauwertbilder möglich)

Strukturelement: Bei jeder morphologischen Operation wird ein Strukturelement S mit einem Referenzpunkt, auch Kern oder Maske genannt, verwendet. I.A. muss der Referenzpunkt nicht Teil der Maske sein. Mit S_p bezeichnet man die mit ihrem Referenzpunkt zum Bildpunkt p verschobene Maske. Beispiele von Masken:



Mathematische Morphologie (2)

Grundlegende morphologische Operatoren (1):

Dilatation: $F \oplus S = \cup_{p \in F} S_p$

Erosion: $F \ominus S = \{p \mid S_p \subseteq F\} = \{p \mid F \cap S_p = S_p\}$

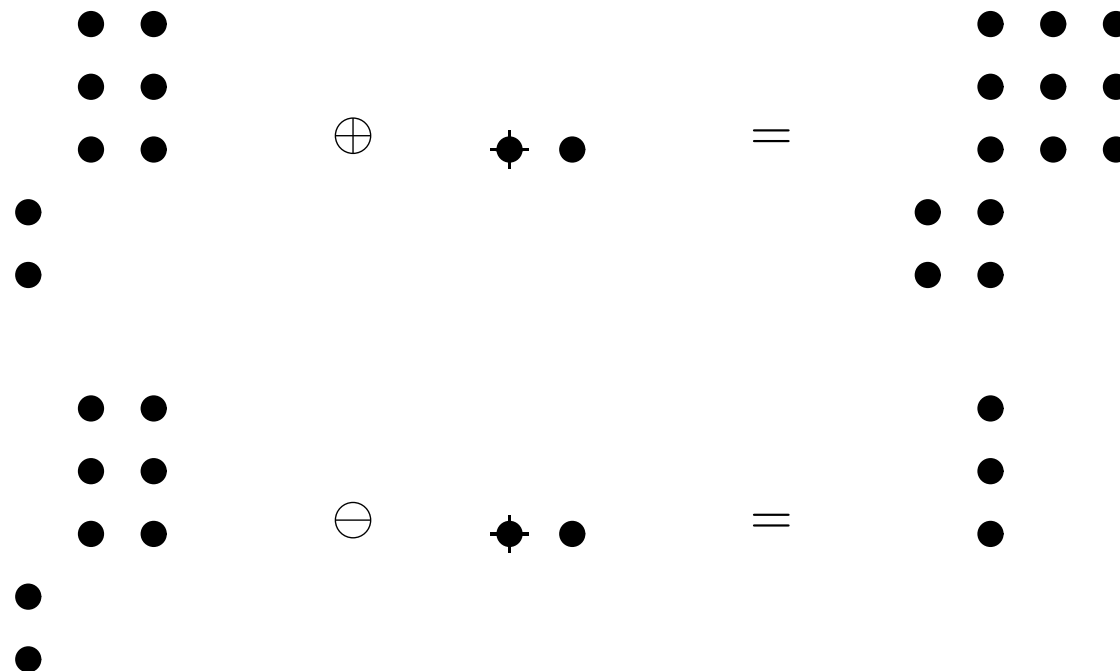
Mathematische Morphologie (2)

Grundlegende morphologische Operatoren (1):

Dilatation: $F \oplus S = \cup_{p \in F} S_p$

Erosion: $F \ominus S = \{p \mid S_p \subseteq F\} = \{p \mid F \cap S_p = S_p\}$

Beispiel: Dilatation / Erosion



Dilatation/Erosion: Objekt expandiert/schrumpft (getrennte Objekte zusammenführen / überlappende Teile aufteilen / kleine Störungsbereiche entfernen)

Mathematische Morphologie (3)

Grundlegende morphologische Operatoren (2):

Opening: $F \circ S = (F \ominus S) \oplus S$

Closing: $F \bullet S = (F \oplus S) \ominus S$

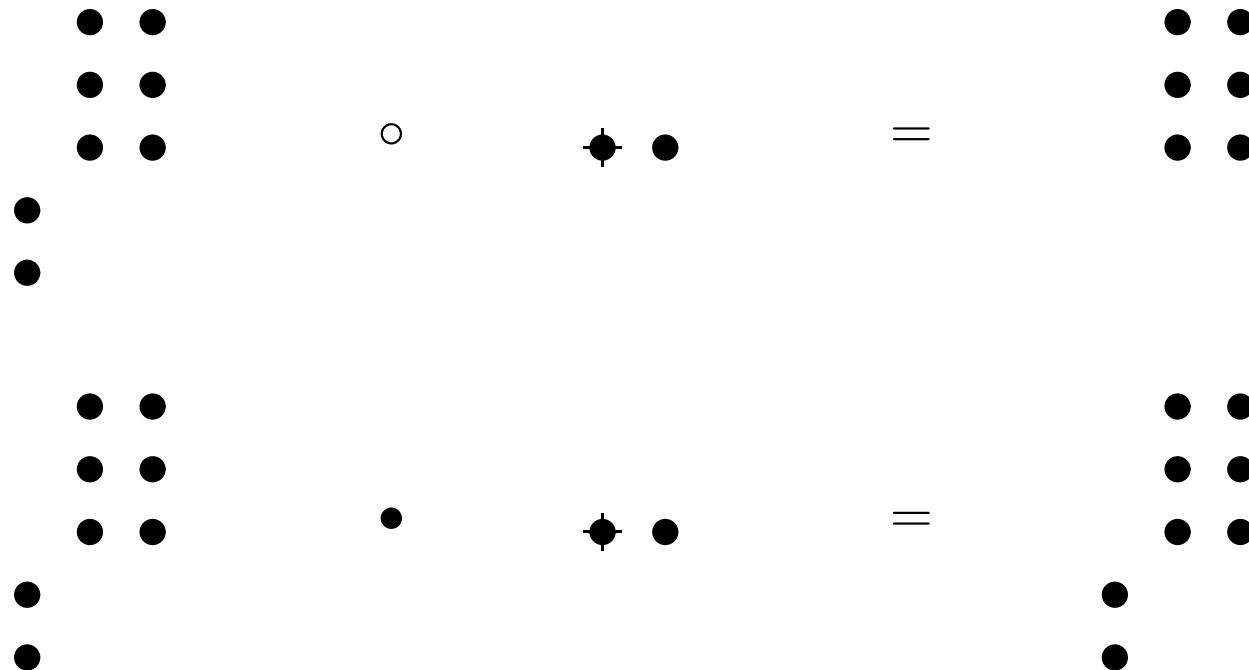
Mathematische Morphologie (3)

Grundlegende morphologische Operatoren (2):

Opening: $F \circ S = (F \ominus S) \oplus S$

Closing: $F \bullet S = (F \oplus S) \ominus S$

Beispiel: Opening / Closing



Die mit Dilatation/Erosion einhergehende Größenänderung kann durch Opening/Closing relativiert werden

Mathematische Morphologie (4)

Notation: Mehrfache Operationen

$$F \oplus^n S = F \oplus \underbrace{S \oplus S \oplus \dots \oplus S}_{n\text{-mal}}, \quad F \ominus^n S = F \ominus \underbrace{S \ominus S \ominus \dots \ominus S}_{n\text{-mal}}$$

$$F \circ^n S = (F \ominus^n S) \oplus^n S, \quad F \bullet^n S = (F \oplus^n S) \ominus^n S$$

Beispiel: (a) $F \oplus S$; (b) $F \ominus S$; (c) $F \circ^6 S$; (d) $F \bullet^2 S$.



(a)



(b)



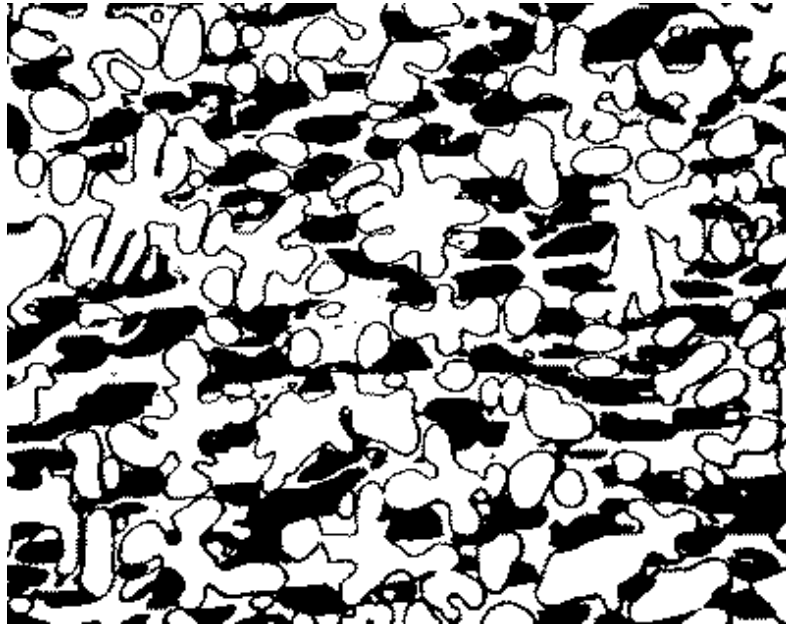
(c)



(d)

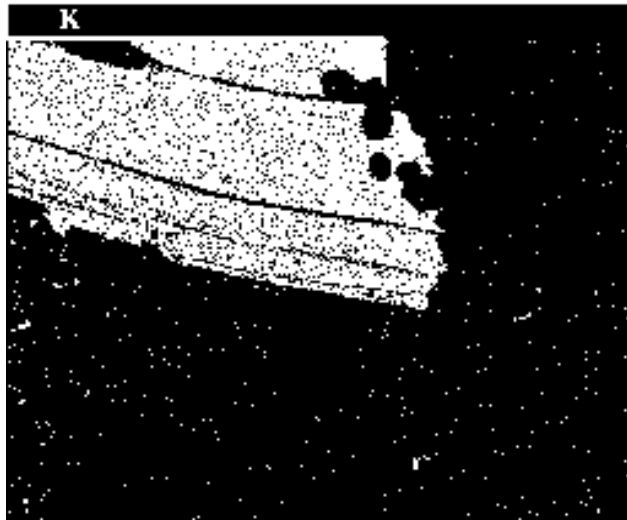
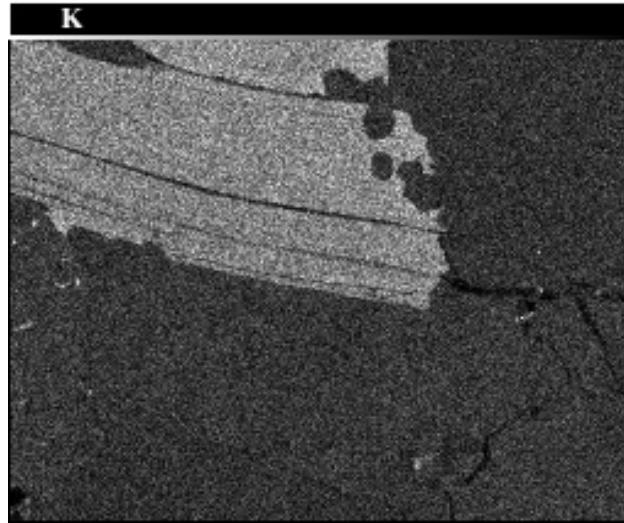
Mathematische Morphologie (5)

Beispiel: Entfernung dünner Linien ($F \circ^2 S$)



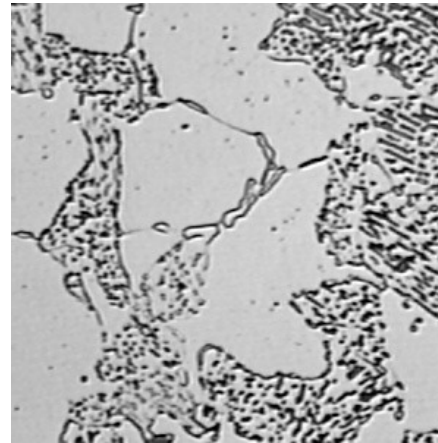
Mathematische Morphologie (6)

Beispiel: Entfernung kleiner Störungen im Vorder- und Hintergrund.
Originalbild (oben); Binärbild F (unten links); Ergebnis ($F \bullet S \circ S$, unten rechts).



Mathematische Morphologie (7)

Beispiel: Markierung von Texturregionen. Originalbild (oben); (a) Binärbild F ; (b) $F \bullet^6 S$; (c) $(F \bullet S^6) \circ^4 S$; (d) Visualisierung im Originalbild.



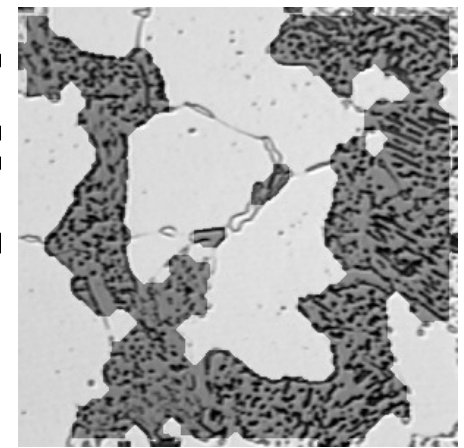
(a)



(b)



(c)



(d)

Mathematische Morphologie (8)

Beispiel: Verarbeitung von Fingerprints

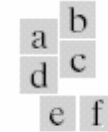
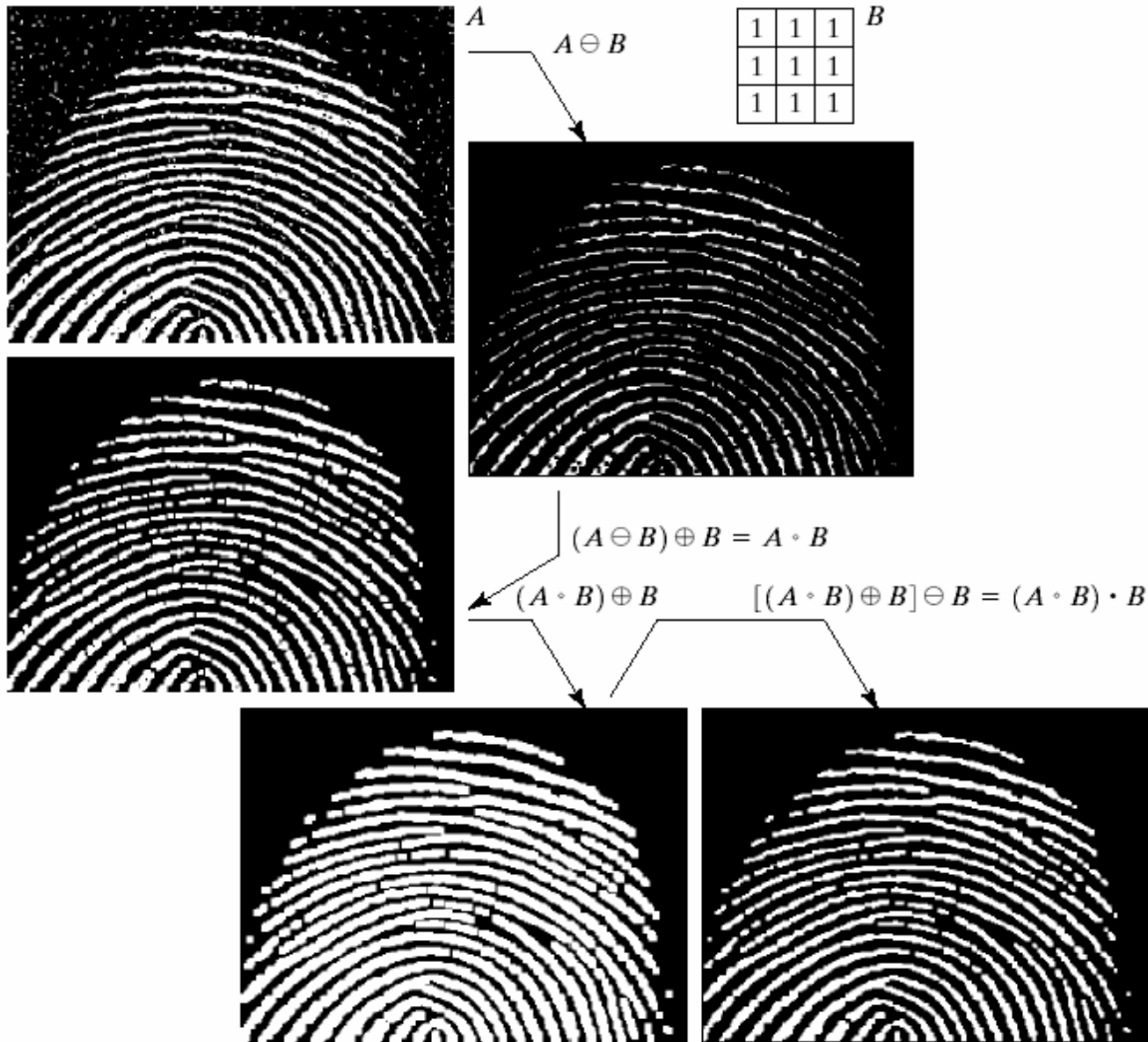


FIGURE 9.11

(a) Noisy image.
 (c) Eroded image.
 (d) Opening of A .
 (e) Dilation of the opening.
 (f) Closing of the opening. (Original image for this example courtesy of the National Institute of Standards and Technology.)

Mathematische Morphologie (9)

Eigenschaften:

● Dilatation

- Kommutativ: $F \oplus S = S \oplus F$

- Assoziativ: $F \oplus (S_1 \oplus S_2) = (F \oplus S_1) \oplus S_2$

- Chain rule:

$$F \oplus S = F \oplus (S_1 \oplus S_2 \oplus \dots \oplus S_n) = (((X \oplus S_1) \oplus S_2) \dots) \oplus S_n$$

● Erosion

- Nicht kommutativ: $F \ominus S \neq S \ominus F$

- Nicht assoziativ: $F \ominus (S_1 \ominus S_2) \neq (F \ominus S_1) \ominus S_2$

- Chain rule:

$$F \ominus S = F \ominus (S_1 \oplus S_2 \oplus \dots \oplus S_n) = (((X \ominus S_1) \ominus S_2) \dots) \ominus S_n$$

● Opening/Closing: Idempotenz

$$F \circ S = (F \circ S) \circ S; \quad F \bullet S = (F \bullet S) \bullet S$$

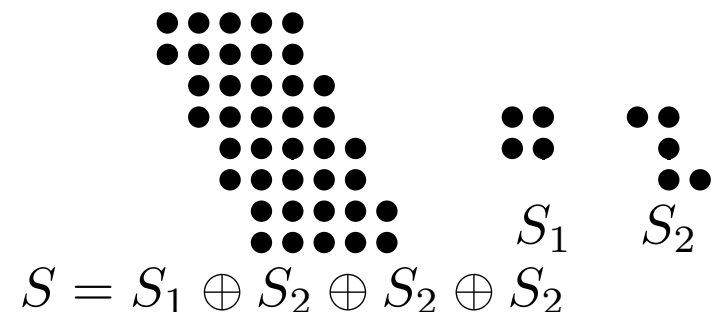
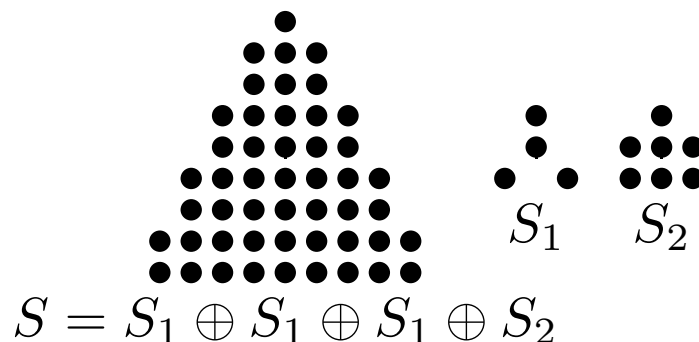
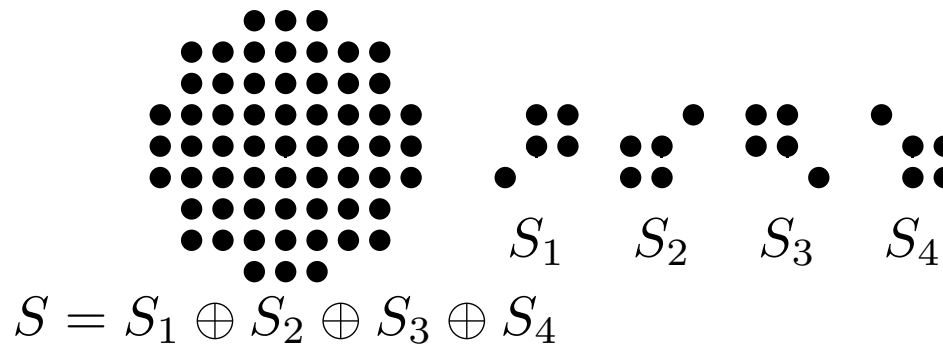
Mathematische Morphologie (10)

Effiziente Realisierung von morphologischen Operationen:

Kettenregel \implies effiziente Realisierung, insb. auf Parallelrechnern

Voraussetzung: Strukturelement S in $S_1 \oplus \dots \oplus S_n$ zerlegen, wobei die kleinen S_i direkt von der Hardware unterstützt werden (z.B. solche innerhalb eines 3×3 Fensters)

Es sind spezielle Zerlegungsalgorithmen bekannt



Distanz-Transformation (1)

Distanzkarte: für jedes Pixel die kleinste Distanz zum Hintergrund

Typische Distanzfunktionen:

- Euklidische Distanz:

$$D_{euclid}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

- Cityblock-Distanz (auch Manhattan-Distanz genannt):

$$D_{city}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$$

- Chessboard-Distanz:

$$D_{chess}((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$$

Distanz-Transformation (2)

Beispiel:

$$f(r, c): \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$D_{city}: \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$D_{euclid}: \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} & 2 & \sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \sqrt{8} & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2} & 2 & \sqrt{2} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$D_{chess}: \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

Distanz-Transformation (3)

Two-pass algorithm for D_{city}

Input: Binärbild $f(r, c)$

Output: Distanzkarte $d(r, c)$

for ($r = 0; r < M; r++$)

for ($c = 0; c < N; c++$)

$d(r, c) = (f(r, c) == \text{Hintergrund}) ? 0 : \infty;$

for ($r = 0; r < M - 1; r++$) /* links oben nach rechts unten */

for ($c = 1; c < N; c++$)

if ($d(r, c) \neq 0$) $d(r, c) = \min(d(r - 1, c), d(r, c - 1)) + 1;$

for ($r = M - 2; r \geq 0; r--$) /* rechts unten nach links oben */

for ($c = N - 2; c \geq 0; c--$)

if ($d(r, c) \neq 0$)

$d(r, c) = \min[\min(d(r + 1, c), d(r, c + 1)) + 1, d(r, c)];$

Ähnliche Algorithmen für D_{chess} und D_{euclid} bekannt

Distanz-Transformation (4)

Beispiel: Distanz-Transformation D_{city}

Start:

0	0	0	0	0	0	0
0	0	∞	∞	∞	0	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	∞	∞	∞	∞	∞	0
0	0	∞	∞	∞	0	0
0	0	0	0	0	0	0

vorwärts:

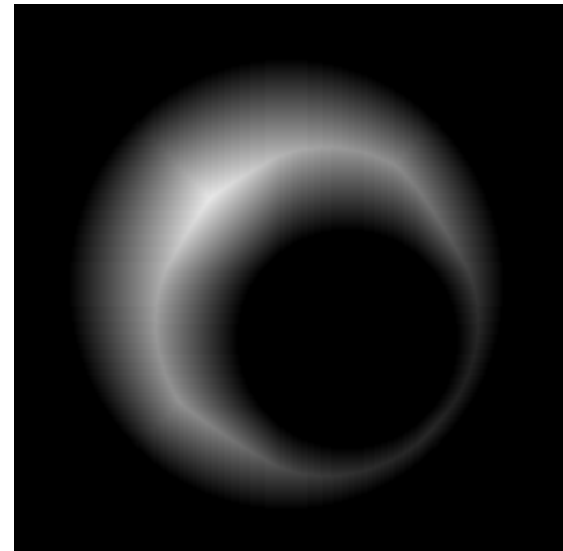
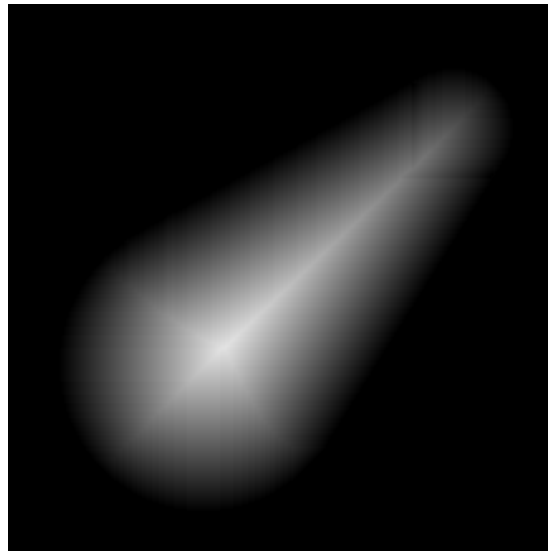
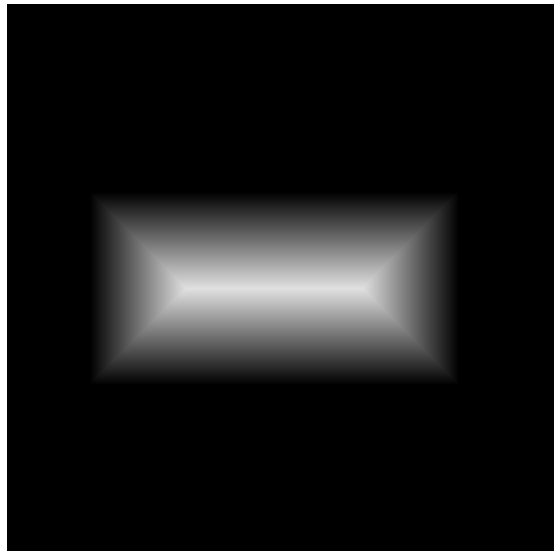
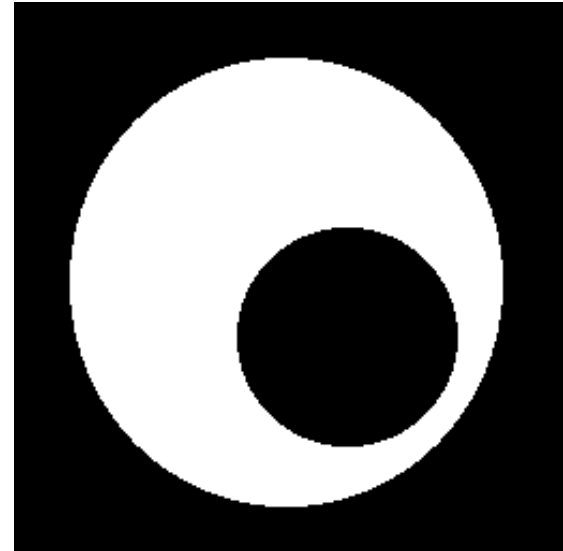
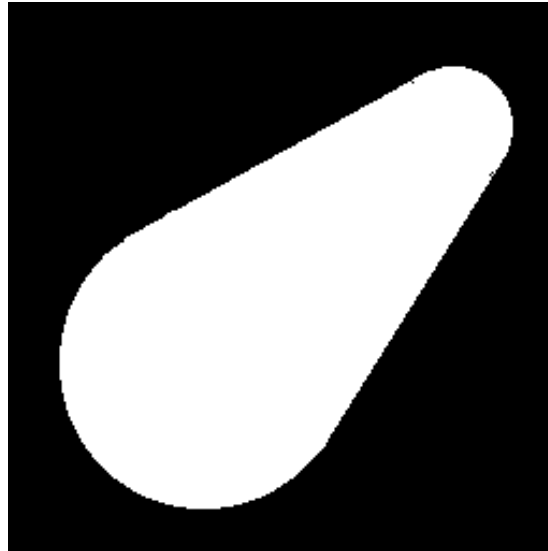
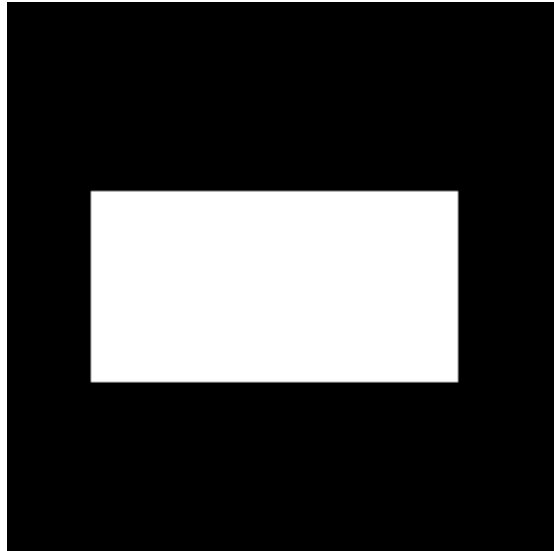
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	2	2	2	1	0
0	1	2	3	3	2	0
0	1	2	3	4	3	0
0	0	1	2	3	0	0
0	0	0	0	0	0	0

rückwärts:

0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	1	0	0
0	1	2	2	2	1	0
0	1	2	3	2	1	0
0	1	2	2	2	1	0
0	0	1	1	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0

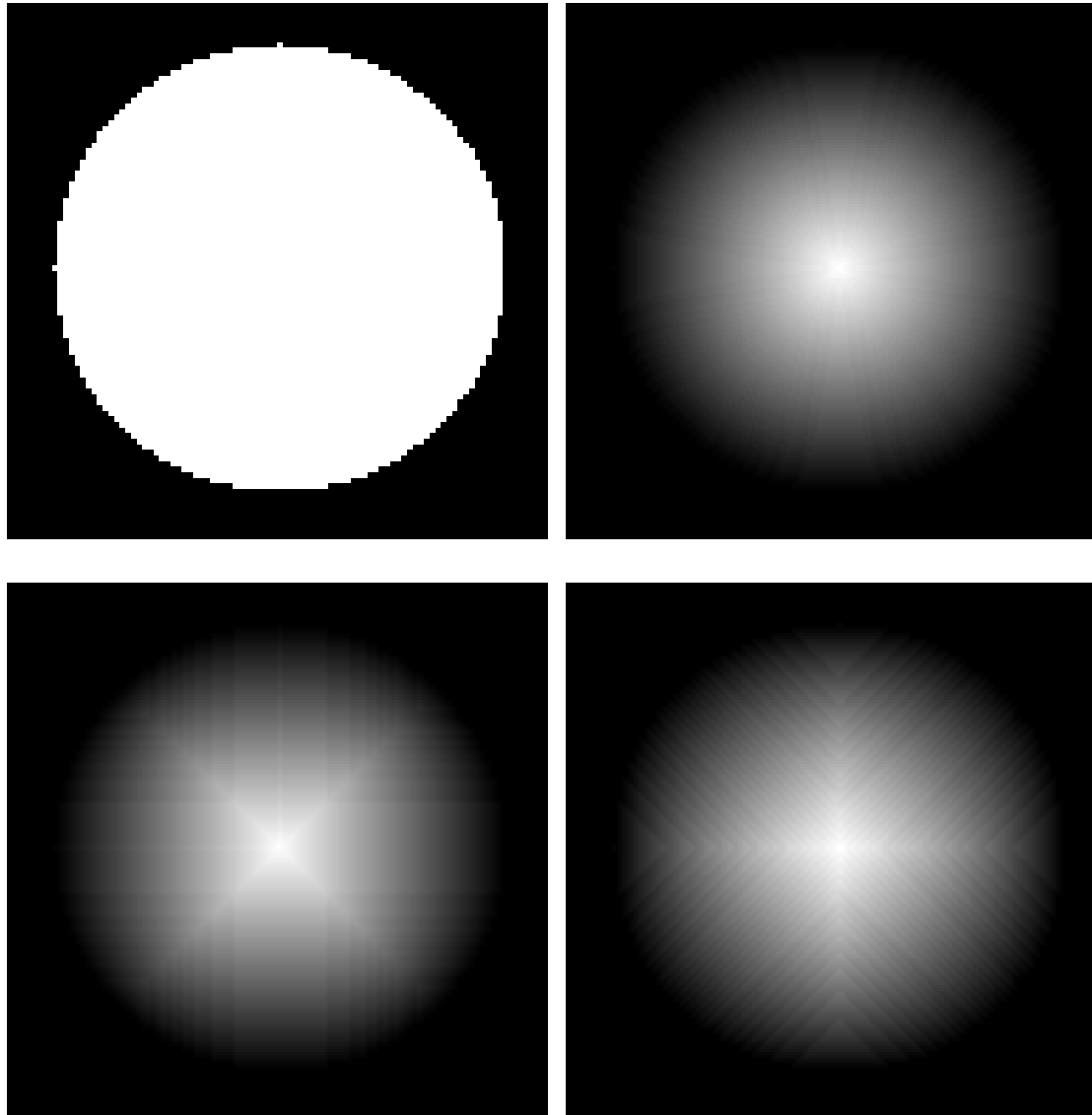
Distanz-Transformation (5)

Beispiel: Distanzkarte für D_{euclid}



Distanz-Transformation (6)

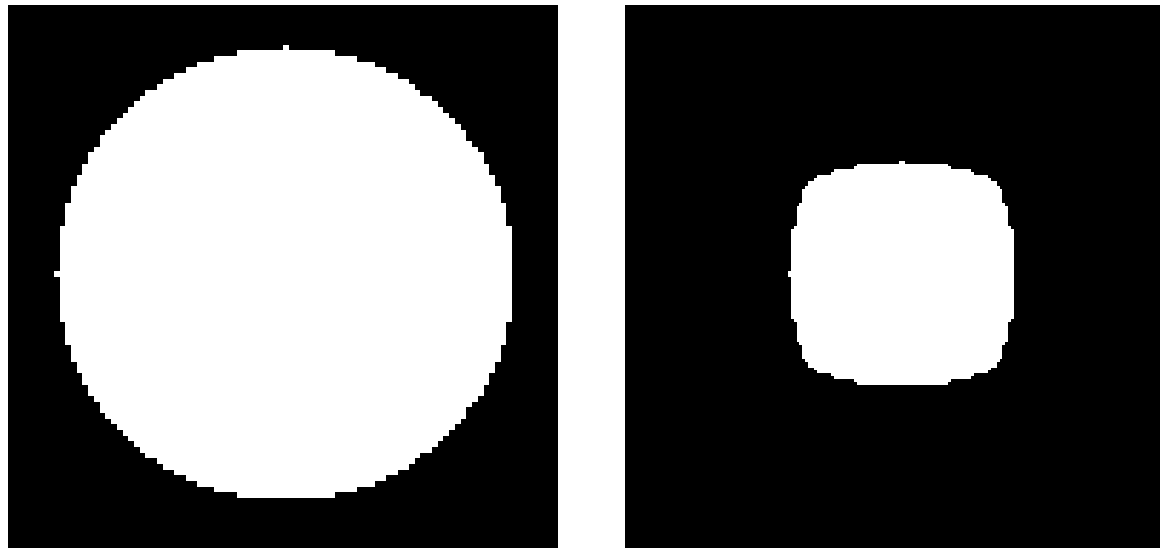
Beispiel: Distanz-Transformation eines Kreises. D_{euclid} (oben rechts); D_{city} (unten links); D_{chess} (unten rechts)



Distanz-Transformation (7)

Anwendung in der mathematischen Morphologie:

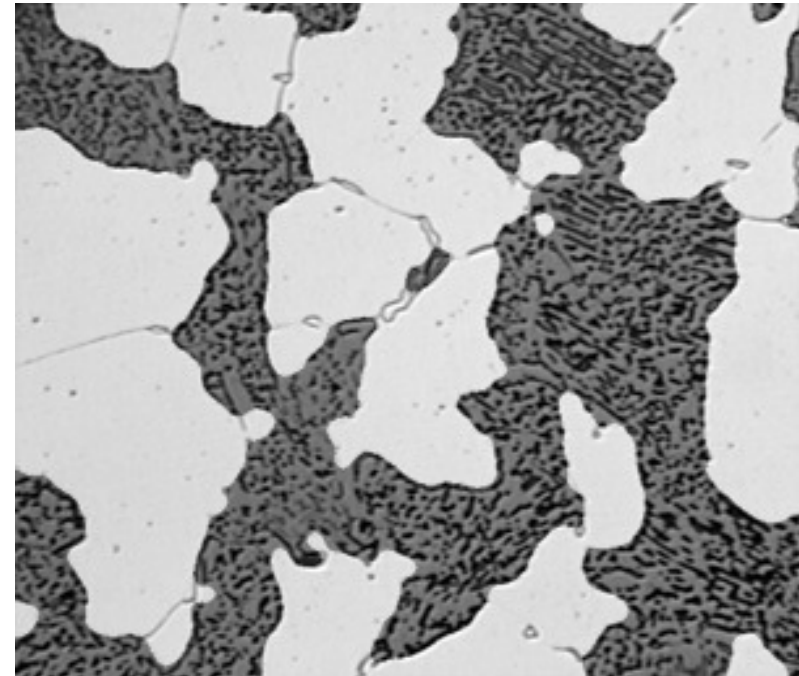
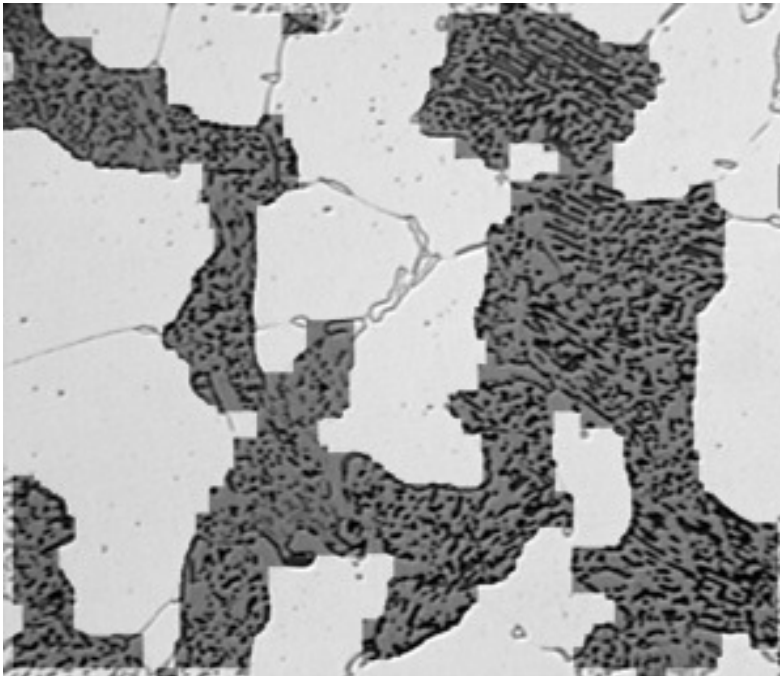
Falls das Strukturelement S kreisförmig ist, so bedeutet die Dilatation/Erosion, Schichten am Rand des Objektes auf- bzw. abzutragen. Die diskrete Natur von S führt allerdings zu unbefriedigenden Ergebnissen. Z.B. die Anwendung der 4er-Nachbarschaft als S an einem Kreis (links):



Das Ergebnis rechts ist nicht wie erwartet kreisförmig; ähnliches Ergebnis auch mit der 8-Nachbarschaft. Mit der D_{euclid} Distanzkarte ist ein exaktes Auf- und Abtragen möglich.

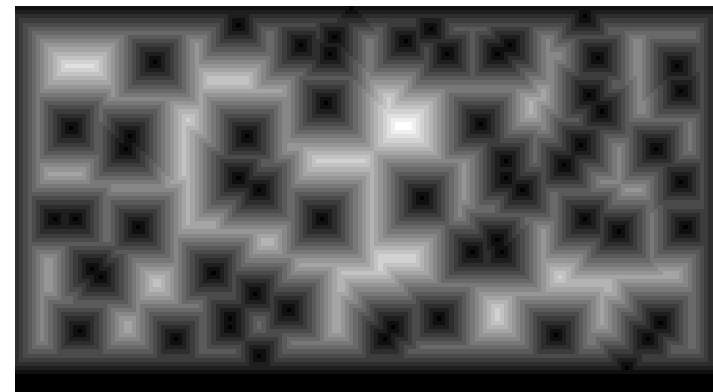
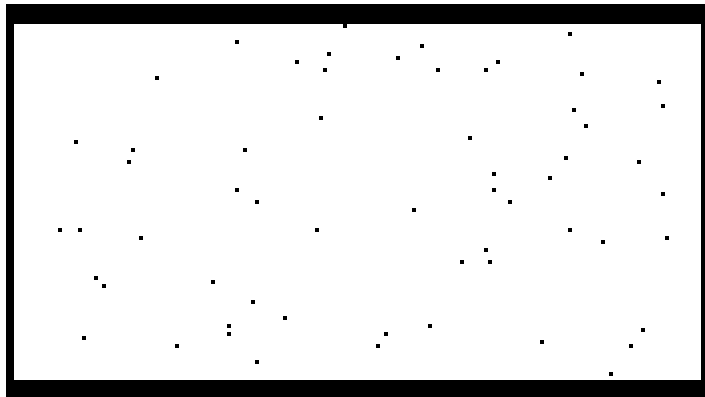
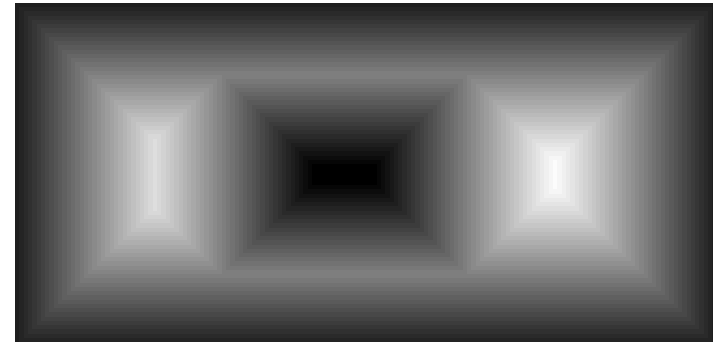
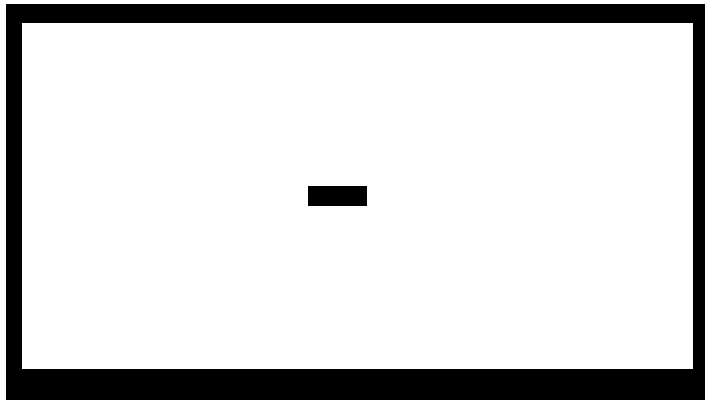
Distanz-Transformation (8)

Beispiel: Markierung von Texturregionen. Ergebnis mit morphologischen Operationen (links); Ergebnis mit morphologischen Operationen mithilfe von D_{euclid} (rechts)



Distanz-Transformation (9)

Distanz-Transformation sehr empfindlich auf Störungen
⇒ häufig vorherige Glättungen im Binärbild, z.B. mithilfe von morphologischen Operationen

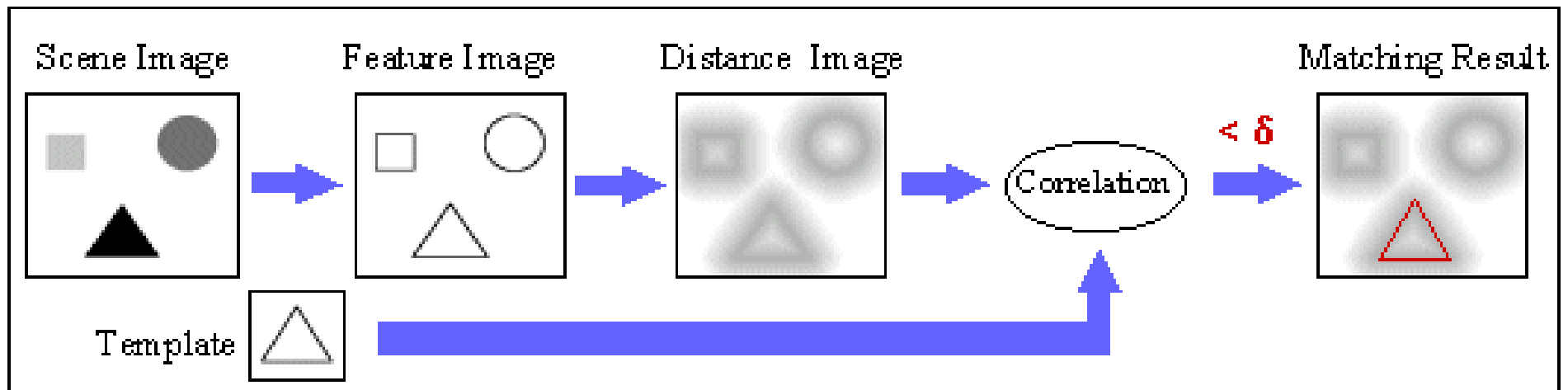


Distanz-Transformation (10)

Anwendung in der Objekterkennung (durch Vergleich von Konturen)

Objektmodell: binäres Template

Vergleich: Template nicht direkt mit Bild, sondern mit Distanzkarte im Anschluß an Konturdetektion im Bild

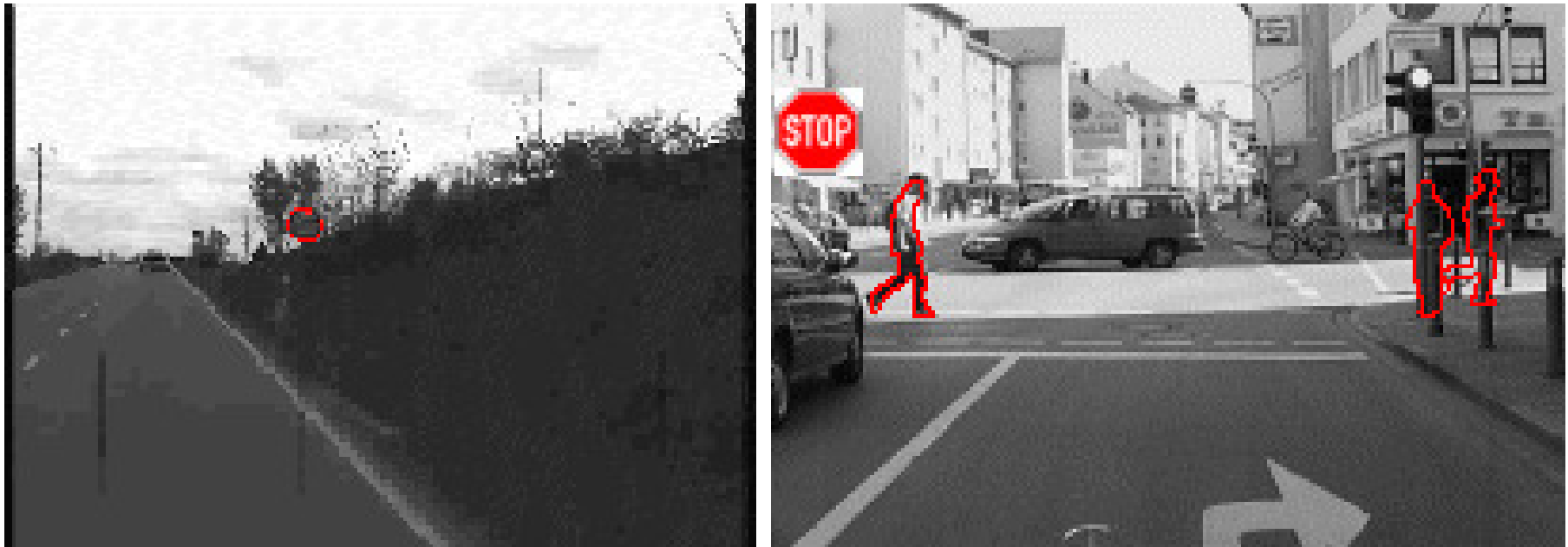


Distanz-Transformation (11)

Vergleichsverfahren:

Verschiebe das Template über das Bild. An jeder Position wird die Übereinstimmung zwischen dem Template und dem betrachteten Bildausschnitt ermittelt, indem für alle Konturpunkte im Template die entsprechenden Distanzwerte zusammen addiert werden. Die Erkennung ergibt sich aus ausreichender Übereinstimmung.

Beispiel: Erkennung von Verkehrszeichen und Fußgängern



Quelle: www.gavrila.net/Computer_Vision/Research/Chamfer_System/chamfer_system.html