HF-Technik I

0 vorab ...

0.1 Voraussetzungen, Basis
0.2 Struktur der Vorlesungsreihe

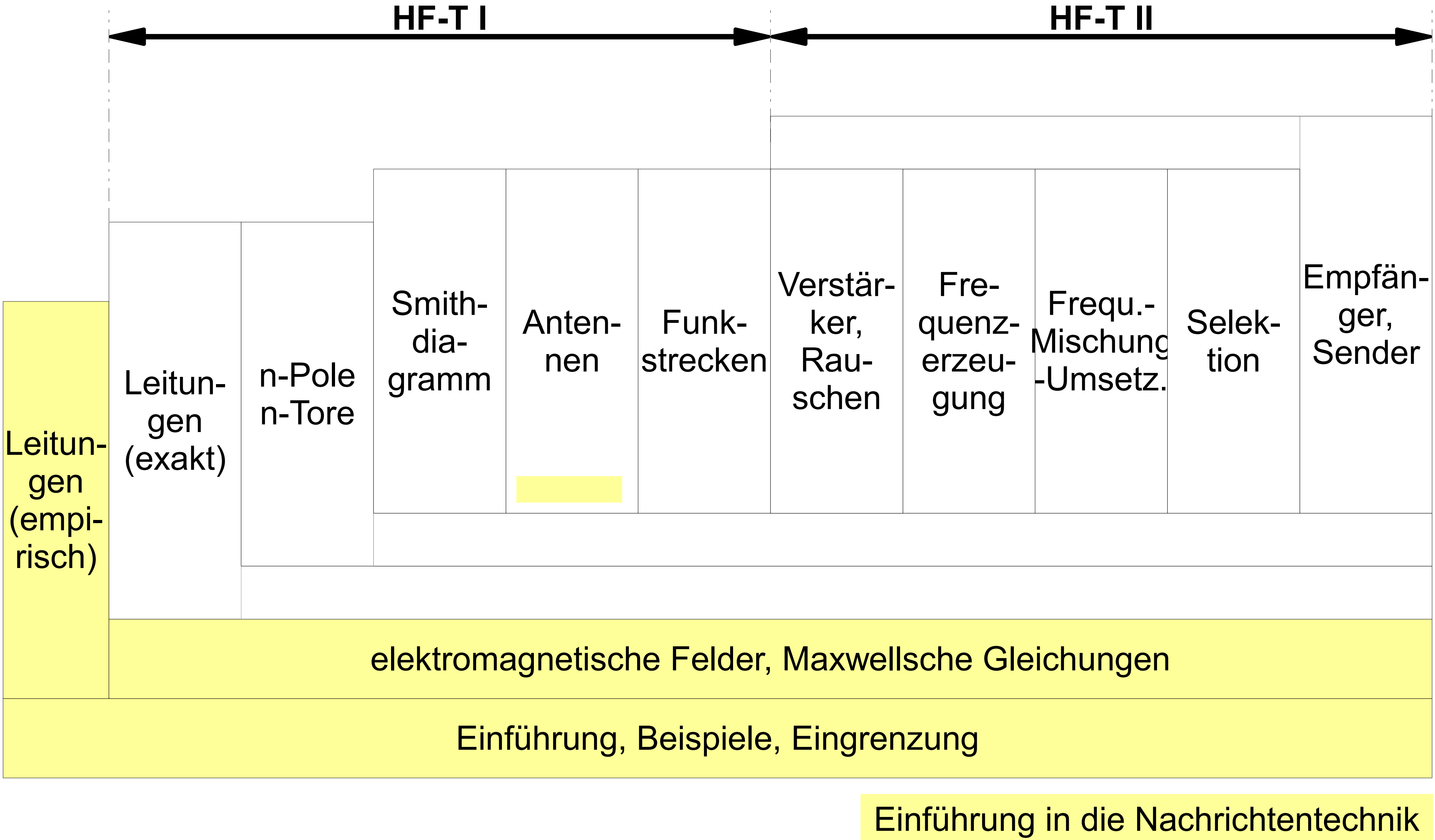
0 vorab ...
0.1 Voraussetzungen, Basis

- Mathematik, Physik – sowieso
- Elektrotechnik – Wechselstromtechnik besonders
- Signale und Systeme – Systemtheorie – spielt auch eine Rolle

- Einführung in die Nachrichtentechnik – ganz direkt

0 vorab ...

0.2 Struktur der Vorlesungsreihe



HF-Technik I

1 Start – Wie war das mit Funkwellen im Raum?
   1.1 Felder und Energieausbreitung
   1.2 Freiraumausbreitung

1 Wie war das mit Funkwellen im Raum?
1.1 Felder und Energieausbreitung (1)

„Ringelreihen der physikalischen Größen" **(bitte komplettieren!)**

$$\mathrm{rot}\ \vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\ \vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

J = 0 !!!

1 zeitliche Änderung von $\vec{B}$ $\quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

2 verursacht Wirbel von $\vec{E}$ $\quad = \mathrm{rot}\ \vec{E}$

3 verursacht gleichsinnigen Wirbel von $\vec{D}$ $\quad \mathrm{rot}\ \vec{D} = \epsilon \cdot \mathrm{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \ldots$

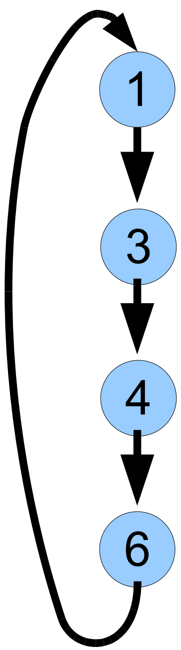
4 zeitliche Änderung von $\vec{D}$ $\quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

5 verursacht Wirbel von $\vec{H}$ $\quad = \mathrm{rot}\ \vec{H}$

6 verursacht gleichsinnigen Wirbel von $\vec{B}$ $\quad \mathrm{rot}\ \vec{B} = \mu \cdot \mathrm{rot}\ \vec{H} = \ldots \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

1.1 Felder und Energieausbreitung (2)

„Ringelreihen der physikalischen Größen“



zeitliche Änderung von $\vec{B}$ $\qquad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \ldots$

verursacht Wirbel von $\vec{D}$ $\qquad \mathrm{rot}\ \vec{D} = \epsilon \cdot \mathrm{rot}\ \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \ldots$

zeitliche Änderung von $\vec{D}$ $\qquad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \ldots$

verursacht Wirbel von $\vec{B}$ $\qquad \mathrm{rot}\ \vec{B} = \mu \cdot \mathrm{rot}\ \vec{H} = \ldots \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

zwei mal $\frac{\partial}{\partial t}$ in der Kette

<u>Welche zeitliche Funktion verschwindet nicht nach zwei- und mehrmaliger zeitlicher Ableitung?</u>

1.1 Felder und Energieausbreitung (3)

von den Maxwellschen Gleichungen zur Wellengleichung

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu\, \partial \vec{H}}{\partial t} \qquad \vec{B} = \mu\, \vec{H}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu\, \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{H})}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu\, \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \qquad \nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu\, \epsilon\, \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \vec{D} = \epsilon\, \vec{E}$$

$$\nabla\ \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu\, \epsilon\, \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \qquad \nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla\ \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \cdot \vec{A}$$

1.1 Felder und Energieausbreitung (4)

von den Maxwellschen Gleichungen zur Wellengleichung

$$\nabla \; \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu \; \epsilon \; \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu \; \epsilon \; \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\nabla^2 \cdot \vec{E} - \mu \; \epsilon \; \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0}$$

....

3 – dimensionale Wellengleichung
(verlustfreier Raum)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla \; \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \cdot \vec{A}$$

$$\vec{J} = 0 \, ; \quad \rho = 0 \rightarrow \; \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

1.2 Freiraumausbreitung

zur Wellenausbreitung

Die Feststellung zur harmonischen Anregung im Teil „Ringelreihen der physikalischen Größen“ deckt sich mit dem Erhalt der Wellengleichung auf der Seite zuvor.

Bei der Ausbreitung gleichmäßig in alle Richtungen (Kugelcharakteristik, Freiraum) verteilt sich die Leistung mit wachsender Entfernung von der Wellenquelle auf eine immer größere Kugeloberfläche.

$$P = P'_1 \cdot A_1 = P'_2 \cdot A_2$$

P'_i : Leistungsdichte beim Radius r_i

P : gesamte Leistung

A_i : Kugeloberfläche beim Radius r_i

$$\frac{P'_2}{P'_1} = \frac{\;}{\;} = \frac{\;}{\;}$$

Absorption = 0 angenommen!!!

Bei einer entlang einer <u>homogenen</u> Leitung geführten Welle bleibt die Fläche, durch die die Leistung geht, entlang der Leitung konstant.

Absorption = 0 angenommen!!!

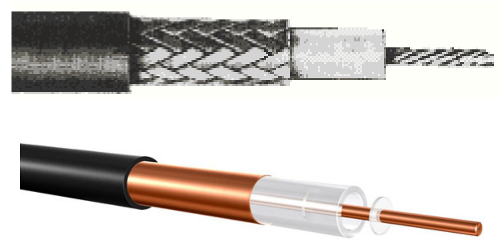
HF-Technik I

Leitungen – Gemeinsamkeiten mit der Freiraumausbreitung?

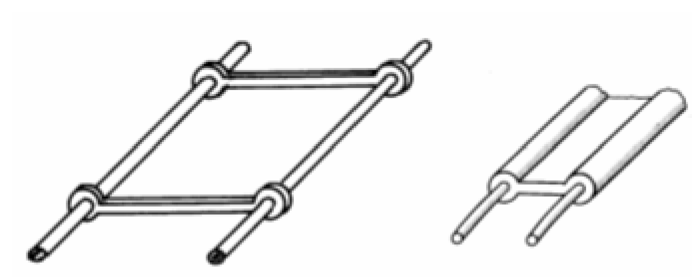
2.1 Das „Besondere“ an Leitungen
2.2 Telegraphengleichung – Was passiert auf Leitungen?
2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten – Reflexion und
 stehende Wellen
2.4 Normierte Welle und Leistungen auf Leitungen
2.5 Felder bei verschiedenen Bauformen von Leitungen
 - Rohre als HF-Leitung?
2.6 Leitungen als Transformatoren und Resonatoren
 - funktioniert das?

2 Leitungen – Gemeinsamkeiten mit der Freiraumausbr.?
2.1 Das „Besondere“ an Leitungen (1)

....



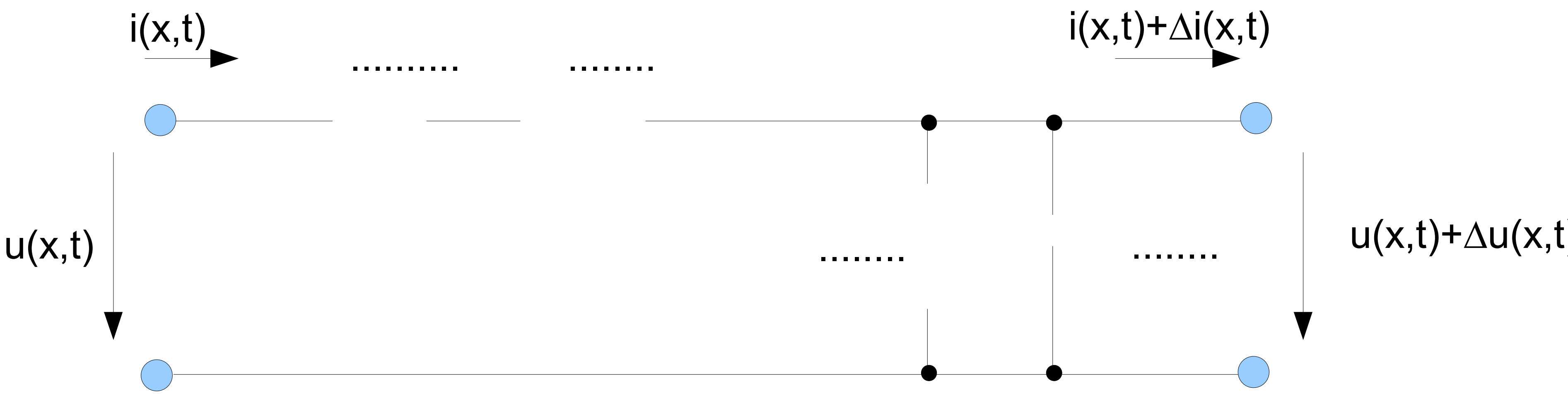

....



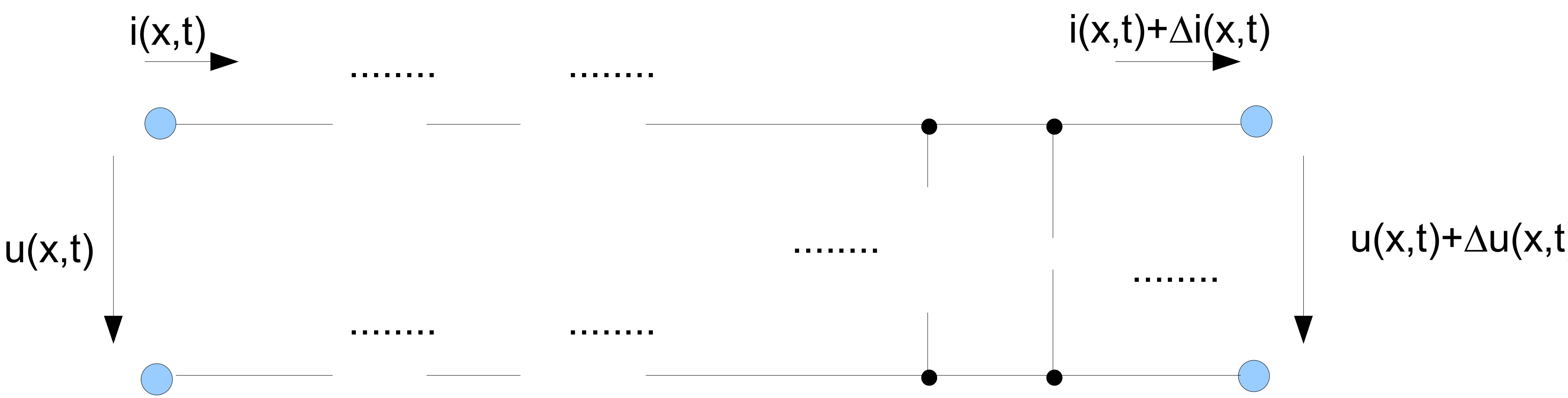

....

2.1 Das „Besondere“ an Leitungen (2)

Ersatzschaltbild 1



Ersatzschaltbild 2



2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (1)

Ziel ist Aussage über die **Ortsabhängig**keit der **zeitabhängig**en Größen i und u.

Behandlung im Frequenzbereich:

$$i(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet\, I(j\omega,x) \qquad\qquad u(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U(j\omega,x)$$

Ersatzschaltbild 1 wird verwendet.

$$U(j\omega,x)=\ldots$$

$$I(j\omega,x)=\ldots$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (2)

$$U(j\omega,x)=[R'\Delta x+j\omega L'\Delta x]\cdot I(j\omega,x)+U(j\omega,x)+\Delta U(j\omega,x)$$

$$I(j\omega,x)=[G'\Delta x+j\omega C'\Delta x]\cdot[U(j\omega,x)+\Delta U(j\omega,x)]+I(j\omega,x)+\Delta I(j\omega,x)$$

$$\Delta x\cdot\Delta U(j\omega,x)\,vernachlässigbar,\,weil\,...$$

$$-\frac{\Delta U(j\omega,x)}{\Delta x}=[R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x) \qquad (1)$$

$$-\frac{\Delta I(j\omega,x)}{\Delta x}=[G'+j\omega C']\cdot U(j\omega,x) \qquad (2)$$

Grenzwertübergang $\Delta x \rightarrow 0$: dx und (1) nach dx differenziert sowie (2) eingesetzt:

$$\frac{d^2U(j\omega,x)}{dx^2}=[R'+j\omega L']\cdot[G'+j\omega C']\cdot U(j\omega,x)$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (3)

$$\frac{d^2 U(j\omega, x)}{d x^2} = [R' + j\omega L'] \cdot [G' + j\omega C'] \cdot U(j\omega, x)$$

Lösungsansatz für DGL 2. Ordnung:

$$U(j\omega, x) = A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{\gamma x} \qquad \gamma = \alpha + j\beta \qquad (3)$$

$$\frac{d^2 U(j\omega, x)}{d x^2} = \gamma^2 \cdot A \cdot e^{-\gamma x} + \gamma^2 \cdot B \cdot e^{\gamma x} = \gamma^2 \cdot U(j\omega, x)$$

$$\gamma^2 = [R' + j\omega L'] \cdot [G' + j\omega C']$$

diverse Rechenschritte weiter sind α und β ermittelt:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}(R'G' - \omega^2 L'C') + \frac{1}{2}\sqrt{(R'^2 + \omega^2 L'^2)(G'^2 + \omega^2 C'^2)}}$$

$$\beta = \sqrt{-\frac{1}{2}(R'G' - \omega^2 L'C') + \frac{1}{2}\sqrt{(R'^2 + \omega^2 L'^2)(G'^2 + \omega^2 C'^2)}}$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (4)

Interpretation Gleichung (3), rechter Teil:

$$U(j\omega, x) = A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{\gamma x} \qquad \gamma = \alpha + j\beta$$

.... Sinus U .... Sinus U .... Anteil

Zu jedem Zeitpunkt t: ....

hinlaufender Sinus: .... entwickelt

rücklaufender Sinus: .... entwickelt

Mit fortschreitender Zeit ....

(Beispiel über Animation)

Welle:...

Bspl. La Ola

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (5)

$$U(j\omega,x) = A\cdot e^{-\gamma x} + B\cdot e^{\gamma x} \qquad (3)$$

Gleichung (3) nach dx:

$$-\frac{dU(j\omega,x)}{dx} = \gamma\cdot A\cdot e^{-\gamma x} - \gamma\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

Gleichung (1) mit Grenzwertübergang Δx → 0:

$$-\frac{dU(j\omega,x)}{dx} = [R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x)$$

$$[R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x) = \gamma\cdot A\cdot e^{-\gamma x} - \gamma\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

$$I(j\omega,x) = \frac{\gamma}{[R'+j\omega L']}\cdot A\cdot e^{-\gamma x} - \frac{\gamma}{[R'+j\omega L']}\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

.... Sinus I .... Sinus I

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (6)

$$\frac{\gamma}{[R'+j\omega L']} \;;\; \left(\frac{I}{U}\right)$$

Faktor, der I und U der hinlaufenden Welle verknüpft

Faktor, der I und U der rücklaufenden Welle verknüpft

$$Z_0=\sqrt{\frac{[R'+j\omega L']}{[G'+j\omega C']}}$$

→ sogenannter .... **Z_0**

$$U(j\omega,x)=A\cdot e^{-\gamma x}+B\cdot e^{\gamma x}$$
$$Z_0\cdot I(j\omega,x)=A\cdot e^{-\gamma x}-B\cdot e^{\gamma x}$$

darüber **A** und **B** ermitteln

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (7)

Vom Punkt auf der Leitung zur Ausdehnung der Leitung

Vom Wert an einer Stelle x → auf den Wert an anderen Stellen: Zusammenhang mit x!

Leitung mit Anfang bei **x=0** und Ende bei **x=l**, $\mathbf{U_l}$ und $\mathbf{I_l}$ am Ende (bei x=l),
daraus berechnet U=U(jω,x) und I=I(jω,x) „Was ist bei x, wenn U und I bei x=l bekannt?“

Warum Bezug auf Ende der Leitung?

$$U(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)+Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}+\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)-Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

$$I(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}+I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}-\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}-I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

Summe (x) = hinlaufender Sinus (l-x) + (-) rücklaufender Sinus (l-x)

(l-x) - ....

Was existiert bei x real? → Konsequenz

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (8)

zwischendurch: Rückkehr in den Zeitbereich:

$$i(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet I(j\omega,x) \qquad u(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet U(j\omega,x)$$

angewendet auf

$$U(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)+Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}+\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)-Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

$$I(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}+I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}-\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}-I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

ergibt je zwei sich überlagernde harmonische Zeitverläufe mit einer zeitlichen Verschiebung

denn: $u(t-t_0) \circ\!\!-\!\!\bullet U(j\omega)\cdot e^{-j\omega t_0}$ nur der harmonische Anteil

und: in γ steckt ω

$$t_0=\frac{1}{v}\cdot x$$

$$k=\frac{v}{c}$$

v – Phasengeschwindigkeit (.............................)

k – Verkürzungsfaktor
c - Lichtgeschwindigkeit

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (9)

genauere Betrachtung von γ (ermittelt über den Fall, das nur Wellen in einer Richtung vorhanden sind):

$$U_l(j\omega) = Z_0 I_l(j\omega) \quad \text{(nur hinlaufende Welle)}$$

$$\frac{U_l(j\omega)}{U(j\omega, x)} = e^{-\gamma(l-x)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{U(j\omega, x)}{U_l(j\omega)} = e^{\gamma(l-x)}$$

Übertragungsmaß — Dämpfung (-Übertragungsmaß)

$$\frac{U_l(j\omega)}{U_0(j\omega)} = e^{-\gamma l} = e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}$$

α: Dämpfungs<u>belag</u>; kilometrische Dämpfung
wegen e-Funktion eigentlich natürlicher Logarithmus ln
– Maßeinheit Neper / km, Np / km
heute in der Regel in dB / x m: 1 Np ≈ 8,686 dB

β: Phasen<u>belag</u>
bringt Verkürzungsfaktor

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (10)

Betrachtung zu Z_0:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{[R' + j\omega L']}{[G' + j\omega C']}}$$

Beispiel: DA 2 x 0,8 mm

$R' \approx 73\ \Omega$ / km; $L' \approx 0{,}7$ mH / km; $G' \approx 0$ mS / km; $C' \approx 42$ nF / km

(Bei höheren Frequenzen steigen R' und G' an.)

f / kHz	R' * km/Ohm	| ω L' | * km/Ohm	1/G' / (km*Ohm)	1/| ω C' | / (km*Ohm)
1	73	4,4	1,5 G	3789,4
2	73	8,8	1,5 G	1894,7
10	73	43,98	1,5 G	378,94
50	73	219,91	1,5 G	75,79
100	73	439,82	1,5 G	37,89

Bitte beachten:
R' steigt bei höheren Frequenzen an
1/G' fällt bei höheren Frequenzen ab

<u>anhand einfacher Ersatzschaltung:</u>

sehr kleine f: Reihenwiderstand

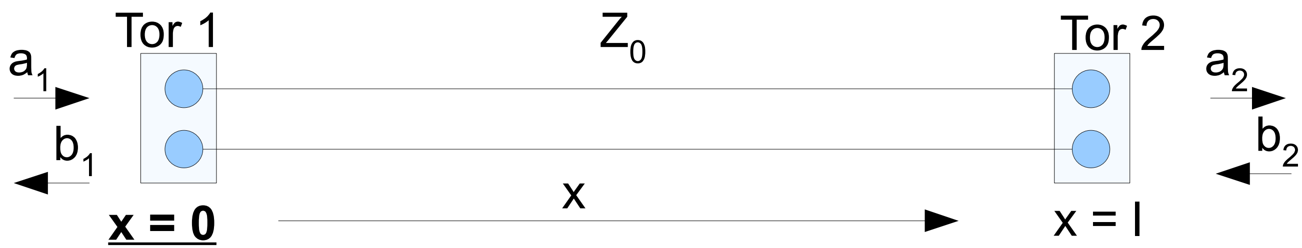
kleine f: ....-Charakter

große f: ....-Charakter

große f: $Z_0 \approx \sqrt{\frac{[\quad\quad]}{[\quad\quad]}} = \sqrt{\frac{\quad}{\quad}}$

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (1)

- Betrachtung für eine verlustfreie Leitung → α = 0 → ungedämpfte Welle
- Leitung mit Z_0 und der Länge l als Zweitor



Normierte Größen werden in der Literatur teilweise durch kleine Buchstaben dargestellt. Das hat dann nichts mit dem Zeitbereich zu tun. Der Einfachheit halber wird jetzt so verfahren:

$$u(j\omega, x) = \tilde{U}(j\omega, x) = \qquad\qquad z(j\omega, x) = \tilde{Z}(j\omega, x) =$$

$$i(j\omega, x) = \tilde{I}(j\omega, x) =$$

(Herleitung)

damit:

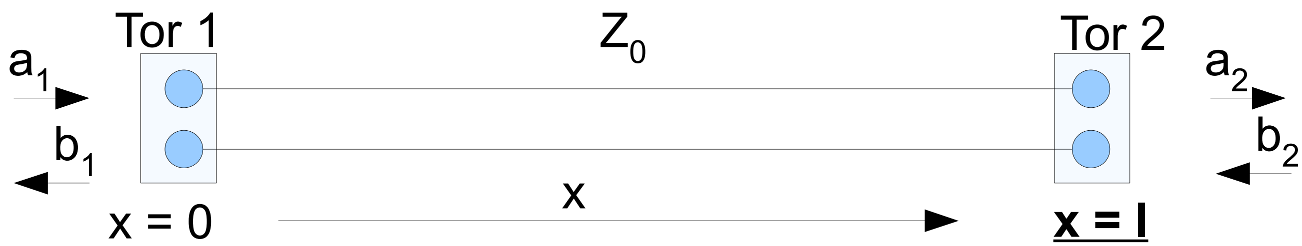
$$u(j\omega, x) = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} + b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

$$i(j\omega, x) = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} - b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

Bezugspunkt ist x=...

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (2)

oder:



$$u(j\omega,x)=a(j\omega,l)\cdot e^{-j\omega\frac{x-l}{v}}+b(j\omega,l)\cdot e^{j\omega\frac{x-l}{v}}$$
$$i(j\omega,x)=a(j\omega,l)\cdot e^{-j\omega\frac{x-l}{v}}-b(j\omega,l)\cdot e^{j\omega\frac{x-l}{v}}$$

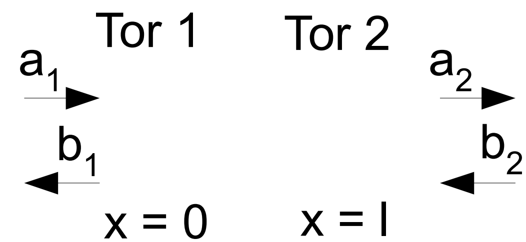
Bezugspunkt ist x=...

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (3)

In Vorbereitung auf nachfolgende Operationen werden einige Umwandlungen und und Äquivalenzen angewendet:

$$a_1(j\omega) = a(j\omega, 0) = a(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{0}{v}}$$

$$a_2(j\omega) = a(j\omega, l) = a(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{l}{v}}$$



$$b_1(j\omega) = b(j\omega, 0) =$$

$$b_2(j\omega) = b(j\omega, l) =$$

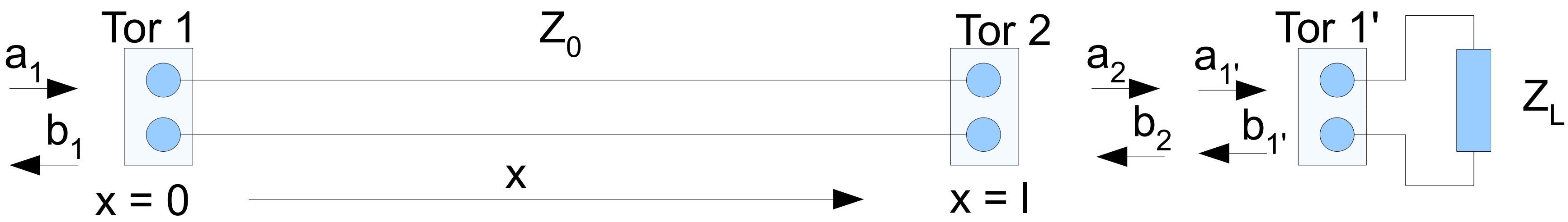
u(x) und i(x) ermittelt aus den Wellen am Tor 1:

$$u(j\omega, x) = \qquad = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} + b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

$$i(j\omega, x) = \qquad = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} - b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (4)

Ein **komplexer Widerstand** (hier als Lastwiderstand) Z_L kann **als Eintor** beschrieben werden:



Um Verwechslungen mit der Leitung vorzubeugen, bekommt dieses Tor hier die Nummer 1'.
Bei der Zusammenschaltung gilt:

$$a_{1'} = a_2 \quad b_2 = b_{1'} \quad u_2 = u_{1'} \quad i_2 = i_{1'}$$

Die Werte am Tor 1' können mit der Verknüpfung durch Z_L beschrieben werden:

$$Z_L = \frac{U_{1'}(j\omega, l)}{I_{1'}(j\omega, l)} \qquad Z_L = \frac{U(j\omega, l)}{I(j\omega, l)} =$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \qquad = z_L$$

auch darstellbar als auf den Wellenwiderstand Z_0 normierter Lastwiderstand Z_L

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (5)

$$\frac{Z_L}{Z_0} = z_L = \frac{a(j\omega,l)+b(j\omega,l)}{a(j\omega,l)-b(j\omega,l)}$$

$$b(j\omega,l) = a(j\omega,l)\cdot$$

Über Z_L bzw. z_L sind a und b verknüpft.
Das ist auch die Verknüpfung von a_2 mit b_2.

Da Z_L komplex ist, gibt es zwischen a und b eine Phasenverschiebung.
Nur im Fall, daß Z_L reell ist, gibt es keine Phasenverschiebung oder eine um 180º.
Die Phasenverschiebung von 180º entsteht, wenn ....

$$\frac{b(j\omega,l)}{a(j\omega,l)} = \qquad\qquad = \Gamma$$

komplexer ....

und mit z_L geschrieben:

$$\frac{b(j\omega,l)}{a(j\omega,l)} = \frac{z_L-1}{z_L+1} = \Gamma = \frac{1-y_L}{1+y_L}$$

Im Sonderfall von $Z_L = Z_0$ wird b = 0. Das ist die ....

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (6)

$$\Gamma = \frac{b(j\omega, l)}{a(j\omega, l)} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

komplexer Reflexionsfaktor

$$|\Gamma| = \frac{|b(j\omega, l)|}{|a(j\omega, l)|} = \frac{|Z_L - Z_0|}{|Z_L + Z_0|} = G$$

....

....

(praktische Bedeutung von G!)

SWR – Stehwellenverhältnis

$$SWR = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{U_{hin} + U_{rück}}{U_{hin} - U_{rück}}$$

SWR – ....

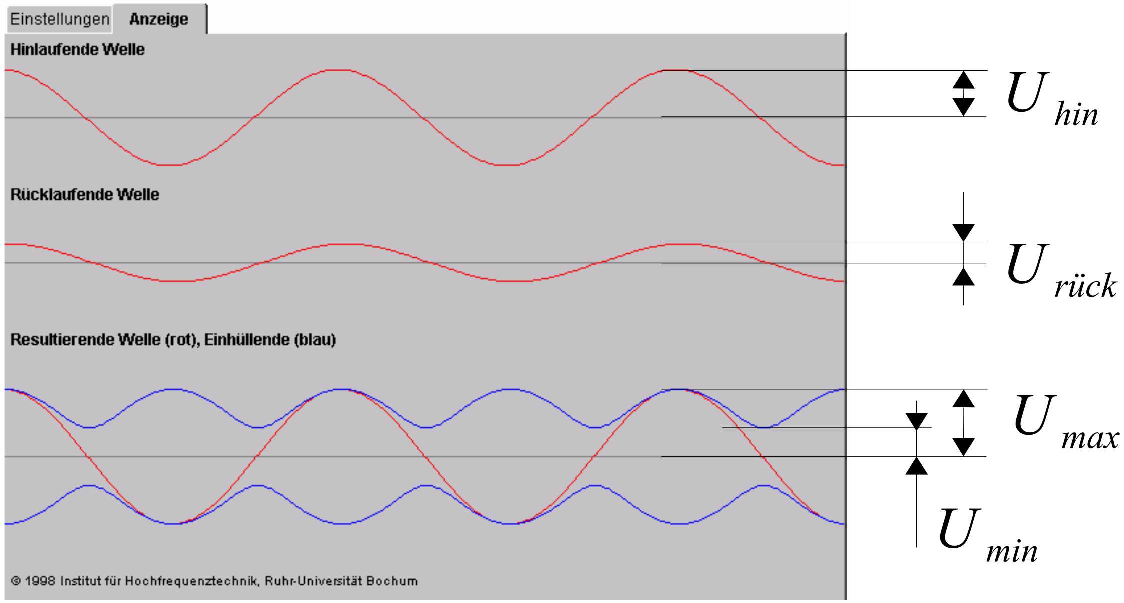
Stehwellenverhältnis

(praktische Bedeutung des SWR!)

U ↔ $\underline{Z}$(x)

I ↔ $\underline{Z}$(x)

Diskussion!!!



Quelle Grafik:
Institut für Hochfrequenztechnik,
Ruhr-Universität Bochum

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (7)

$$SWR = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{U_{hin} + U_{rück}}{U_{hin} - U_{rück}}$$

Das SWR wird nur aus den Beträgen der Amplituden ermittelt. Die Lage der Minima und Maxima spielt keine Rolle. Phasenbeziehungen werden nicht berücksichtigt.
Das SWR hat **einen Betrag**, aber **keinen Winkelwert**.

Bei $U_{rück}$ = 0 wird SWR = 1. Das ist der Fall der .... Da der Betrag der Amplitude der Spannung auf einer Leitung relativ einfach zu bestimmen ist, war das SWR schon früh eine beliebte Größe, um die Abweichung von der idealen Anpassung quantitativ erfassen zu können, wenn auch ohne Erfassung eines komplexen Charakters des Abschlußwiderstands.

$$u_{(h|r)}(j\omega, x) = \tilde{U}_{(h|r)}(j\omega, x) = \frac{U_{(h|r)}(j\omega, x)}{\sqrt{Z_0}}$$

$$SWR = \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{u_{hin} + u_{rück}}{u_{hin} - u_{rück}} = \frac{|a| + |b|}{|a| - |b|} \qquad |b| = G \cdot |a|$$

$$SWR = \frac{1+G}{1-G} \qquad G = \frac{SWR - 1}{SWR + 1}$$

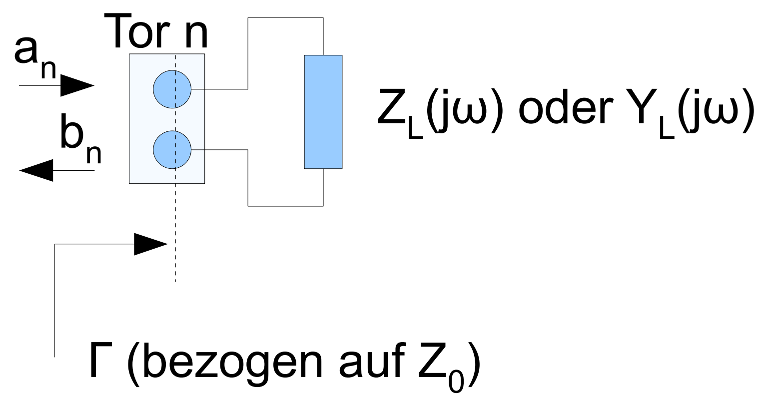
(Beispiele)

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (8)

Im Bezug auf einen Referenzwiderstand Z_0 kann jeder komplexe Widerstand Z (und jeder komplexe Leitwert Y) auch als komplexer Reflexionsfaktor Γ dargestellt werden.
Z_0 kann dabei auch auch der Wellenwiderstand einer Leitung sein.

Bei bekanntem (oder festgelegtem) Z_0 sind Z und Γ jeweils ineinander umrechenbar.

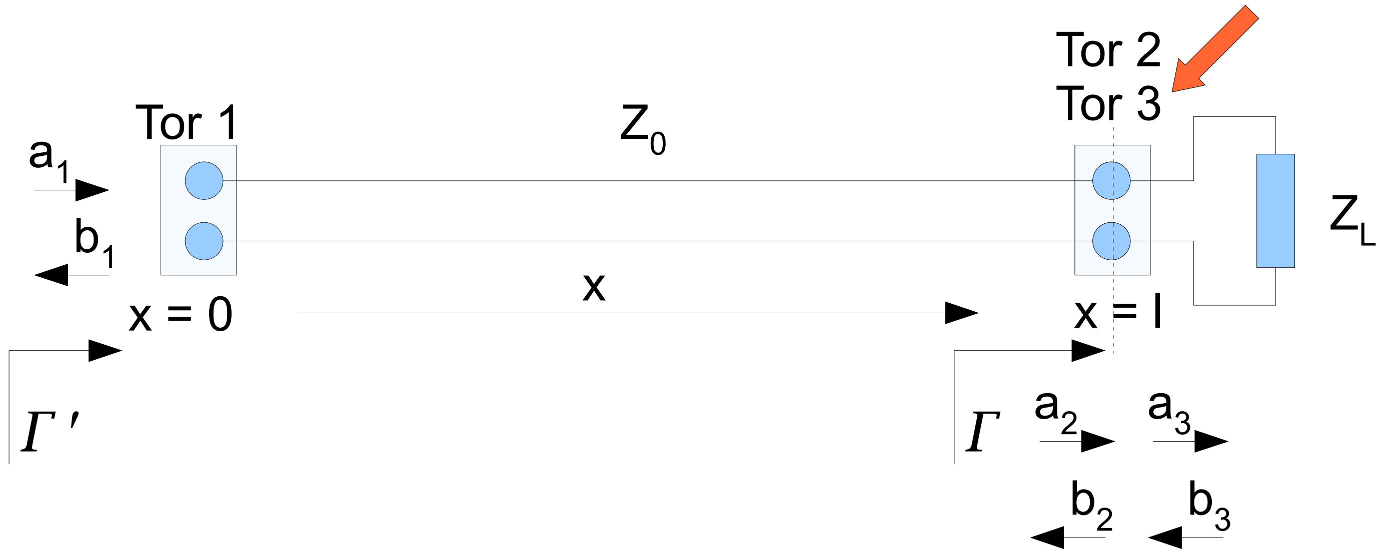
$$b_n(j\omega) = \Gamma \cdot a_n(j\omega)$$



soweit die Beschreibung des Leitungsabschlusses und nun ...
die Beschreibung der Leitung zusammen mit dem Abschluß

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (9)

die Beschreibung der Leitung zusammen mit dem Abschluß



$$a_3 = a_2$$
$$b_2 = b_3$$
$$u_2 = u_3$$
$$i_2 = i_3$$

Γ ist der Reflexionsfaktor am Lastwiderstand und
Γ ' der Reflexionsfaktor, der am Leitungs<u>eingang</u> erscheint!!!

$$a_2(j\omega) = a_1(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{l}{v}} \qquad a_3(j\omega) =$$

$$b_3(j\omega) = \qquad b_2(j\omega) = \qquad b_1(j\omega) = b_2(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{l}{v}}$$

umgekehrte Richtung wie bisher: b2 ist der Basiswert

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (10)

aus diesen Formeln ergibt sich:

$$\Gamma' = \qquad\qquad mit \quad v = k \cdot c \quad v : Phasengeschwindigkeit$$

Der <u>Reflexionsfaktor am Eingang</u> der Leitung hängt vom .... der Leitung und der .... im Bezug auf die jeweilige .... ab.

Leitungen, deren elektrischen Längen sich um .... unterscheiden, zeigen am Eingang den selben Reflexionsfaktor Γ '.

(Veranschaulichung über Distanz für Welle)

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (11)

$$\Gamma' = \Gamma \cdot e^{-j\omega 2\frac{l}{v}} = \Gamma \cdot e^{-j2\beta l}$$

$$|\Gamma'| = G' = |\Gamma| = G$$

Der Betrag des Reflexionsfaktors ändert sich nicht, nur der Winkel.
Aber bitte <u>nicht vergessen</u>, das gilt nur für die vorausgesetzte <u>verlustlose</u> Leitung.

Bei einer verlustbehafteten Leitung werden sowohl die hinlaufende als auch die rücklaufende Welle gedämpft. Allein dadurch wird das Verhältnis der rücklaufenden zur hinlaufenden Welle mit zunehmender Leitungslänge immer kleiner und der Betrag des Reflexionsfaktors am Leitungseingang ....

$$\Gamma' = \Gamma \cdot e^{-2l(a+j\frac{\omega}{v})} = \Gamma \cdot e^{-2lj\frac{\omega}{v}} \cdot e^{-2la}$$

$$|\Gamma'| = G' = |\Gamma| \cdot e^{-2la} = G \cdot e^{-2la}$$

(Diskussion der Formel)

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (12)

aus Γ ' kann die Eingangsimpedanz Z_1 der mit Z_L abgeschlossenen Leitung ermittelt werden:

$$Z_1(j\omega) = Z_0 \cdot \frac{1+\Gamma'}{1-\Gamma'} = Z_0 \cdot \frac{1+\Gamma \cdot e^{-j\omega 2\frac{l}{v}}}{1-\Gamma \cdot e^{-j\omega 2\frac{l}{v}}}$$

$$Z_1(j\omega) = Z_0 \cdot \frac{z_L + j \cdot \tan(\beta l)}{1 + j\, z_L \tan(\beta l)} \qquad \beta = \frac{\omega}{v}$$

Der komplexe Lastwiderstand wird auf eine scheinbare Impedanz am Leitungseingang transformiert.

Obige Formel gilt für die verlustlose Leitung. Bei einer realen Leitung mit geringen Verlusten bei der interessierenden Frequenz kann auch oft so gerechnet werden.

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (13)

Diskussion der Formel – Betrachtung von speziellen Fällen:

$$Z_1(j\omega) = Z_0 \cdot \frac{z_L + j \cdot \tan(\beta l)}{1 + j z_L \tan(\beta l)}$$

Die Periodizität von tan ist ..... Das bedeutet, daß elektrisch unterschiedlich lange Leitungen, deren elektrische Längen sich um ..... unterscheiden, immer die selbe Eingangsimpedanz zeigen.

$\mathrm{mit}\ \beta l = n \cdot \pi \ , n = 1,2,3,...$ $\qquad Z_1(j\omega) \approx Z_0 \cdot z_L$ (Bild!)

Leitungen mit einer elektrischen Länge von einem <u>ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge</u> zeigen am Eingang eine Impedanz gleich der Lastimpedanz.

(Bild!)

$\mathrm{mit}\ \beta l = n \cdot \pi / 2 \ , n = 1,3,5,...$ $\qquad Z_1(j\omega) \approx Z_0 / z_L$

Leitungen mit einer elektrischen Länge von einem <u>ungeradzahligen Vielfachen von λ/4</u> zeigen am Eingang eine Impedanz gleich Z_0 / z_L, d. h., Z_L wird „symmetrisch zu Z_0 auf die andere Seite“ transformiert (normierte Impedanz wird zur normierten Admitanz). Das paßt auch zu den Verläufen einer am Ausgang offenen oder kurzgeschlossenen Leitung.

wird fortgesetzt