Signal-

und

Systemtheorie

Signal- und Systemtheorie

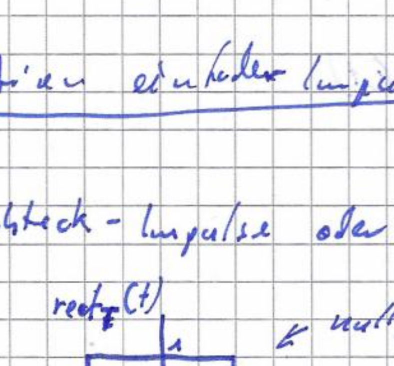
Lit.: - Frey, Bossert: Signal- und Systemtheorie
- Meyer: Grundlagen der Informationstechnik
- Kreß, Irmer: Angewandte Systemtheorie

mathematische Grundlagen wie z.B.

- Papula math. Formelsammlung
oder ähnliches

Definition einfacher Impulse:

- Rechteck-Impulse oder Rechteckfunktion



← nullpunktsymmetrisch zur Abszisse

T -> Impulsbreite

Sprungstellen: Funktionswert ist linearer Mittelwert aus links und rechtsseitiger ~~#~~ Amplitude

Def.: Rechteckimpulse

$$rect_T(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } |t| < \frac{T}{2} \\ \frac{1}{2} & \text{für } |t| = \frac{T}{2} \\ 0 & \text{für } |t| > \frac{T}{2} \end{cases}$$

Anwendung:

Kopplung der Funktion an ein Signal durch Multiplikation mit einer physikalischen Größe.

Rechtecksignal: $s(t) = s_0 \cdot \mathrm{rect}_T(t)$

Bsp.: idealer Spannungsimpulse

$s(t) = u(t)$

$S_0 = 3V$

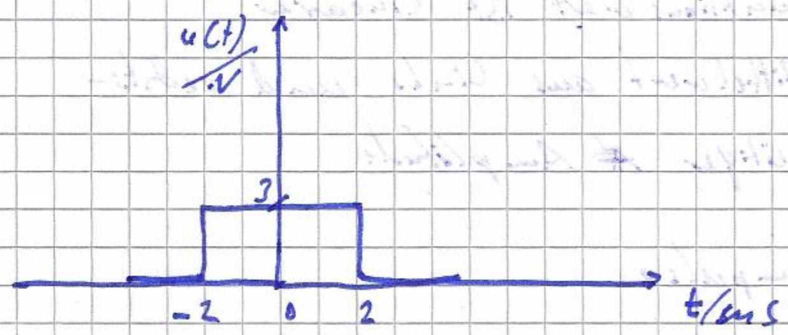
Rechteckbreite $T_0 = 4ms$

<u>Beschreibung: analytisch:</u>

$$u(t) = U_0 \cdot \mathrm{rect}_T(t)$$
$$u(t) = 3V \cdot \mathrm{rect}_{4ms}(t)$$

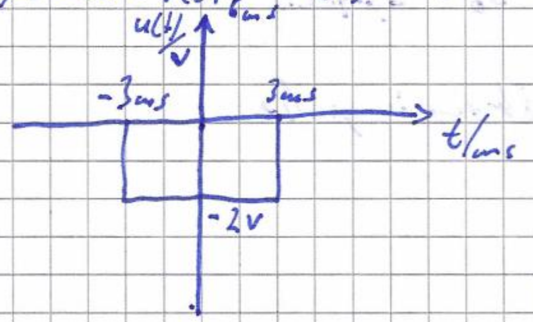
$$u(t) = \begin{cases} 3V & \text{für } |t| < 2ms \\ 1.5V & \text{für } |t| = 2ms \\ 0 & \text{für } |t| > 2ms \end{cases}$$

<u>Beschreibung grafisch:</u>

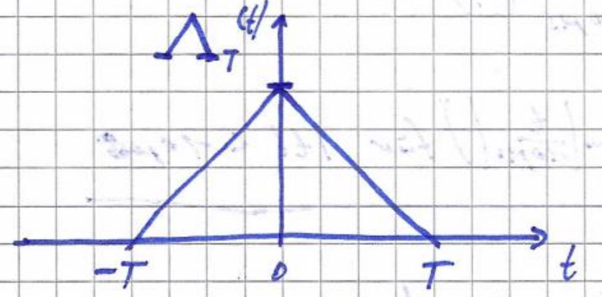


Bsp: (negativer Impuls)

$u(t) = -2V \cdot rect_{6ms}(t)$



Dreiecksimpuls



$2 \cdot T \rightarrow$ Gesamtperiodendauer

Definition Dreiecksimpuls:

$$\Lambda_T(t) = \begin{cases} 1 - \left|\frac{t}{T}\right| & \text{für } |t| < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

oder

$$\Lambda_T(t) = \begin{cases} 1 + \frac{t}{T} & \text{für } -T < t < 0 \\ 1 - \frac{t}{T} & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Kopplung an Signal

Dreiecksignal $s(t) = S_0 \cdot \Lambda_T(t)$

Bsp.: dreieckförmige Stromimpulse

$s(t) = i(t)$

$S_0 = I_0 = -5\,mA$

Dauer eine Dreiecksflanke $T_0 = 10\,\mu s$

Beschreibung analytisch

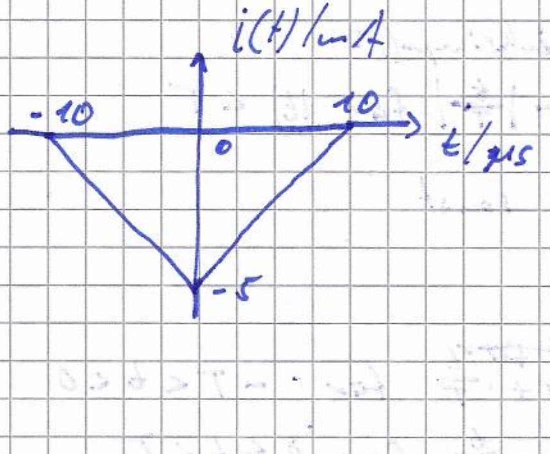
Beschreibung grafisch

$i(t) = I_0 \cdot \Lambda_{T_0}(t)$

$i(t) = -5\,mA \cdot \Lambda_{10\,\mu s}(t)$

$$i(t) = \begin{cases} -5\,mA \cdot \left(1 - \left|\frac{t}{10\,\mu s}\right|\right) & \text{für } |t| < 10\,\mu s \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$i(t) = -5\,mA + \left|\frac{1}{2}\frac{mA}{\mu s} \cdot t\right| \quad \text{für } |t| < 10\,\mu s$$



Anwendung elementarer Operationen auf

zeitliche Signalverläufe $s(t)$

a) Beeinflussung der Ordinate (senkrechte Achse)

1. Einfluss Signaloffset S_{offs}:

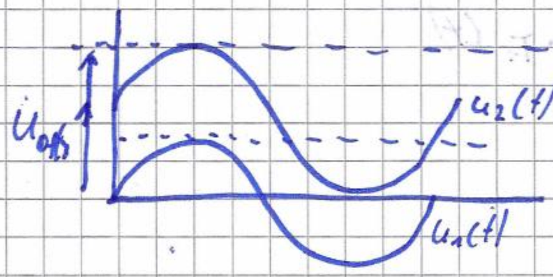
$$s_2(t) = s_1(t) + S_{offs}$$

Bsp.: Spannungssignalverlauf

$$u_1(t) = U_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t)$$

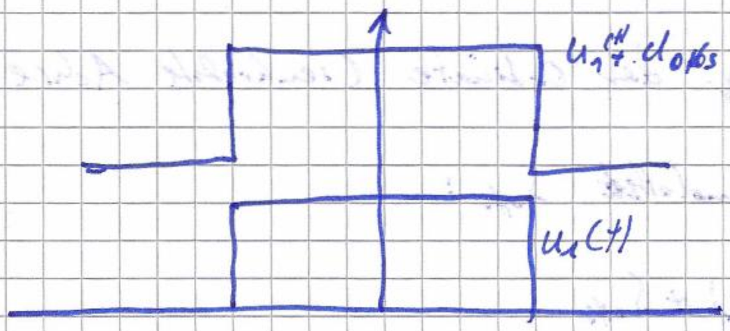
Offset U_{offs}

$$u_2(t) = U_1 \cdot \sin(2\pi \cdot f_1 \cdot t) + U_{offs}$$



Bsp: Spannungsimpuls mit Offset

$$u_2(t) = U_1 \cdot rect_T(t) + U_{offset}$$



2. Einfluss Skalierungsfaktor V: (Verstärkungsfaktor)

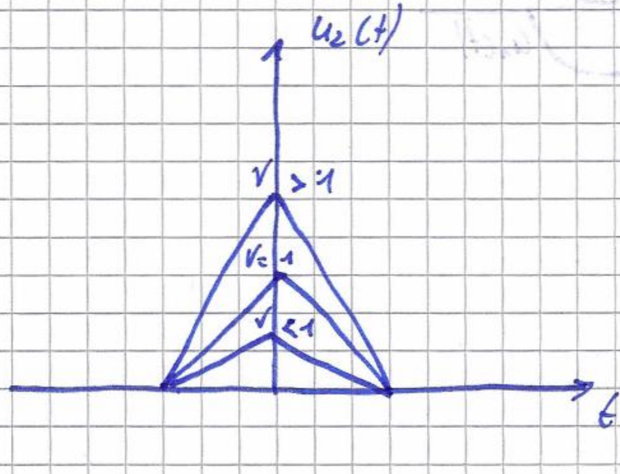
$$s_2(t) = V \cdot s_1(t) \quad \text{mit} \quad V \neq 0$$

Bsp: Spannungssignalverlauf

$$u_1(t) = U_1 \cdot \Delta_{T_1}(t)$$

mit Faktor

$$u_2(t) = V \cdot U_1 \cdot \Delta_{T_1}(t)$$



b) Beeinflussung Abszisse (waagerechte Achse)

1. Einfluss einer zeitlichen Verschiebung t_0

$s_2(t) = s_1(t - t_0)$

Zusammenfassung $t - t_0$ zu eine neuen Zeitbasis

$2V \cdot \cos\left[2\pi \cdot 10\,kHz \cdot (t - 3s)\right]$

$t - t_0 = \tau$

$s_2(t) = s_1(\tau)$ Ersetzung $t \to \tau$ in s_2 $\leadsto$ $t = \tau + t_0$

$\cancel{s_2}(t)$

$s_2(\tau + t_0) = s_1(\tau)$

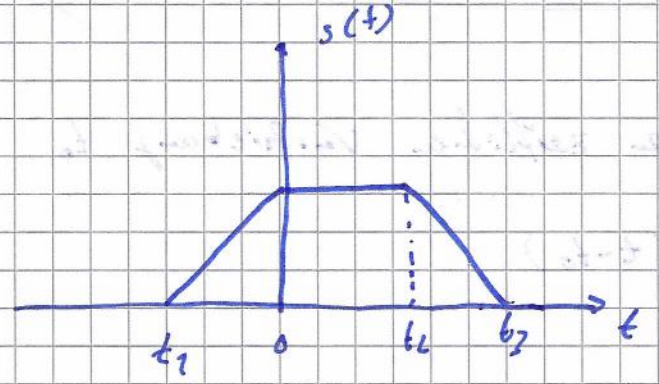
Ergebnis

- für $t_0 > 0$ ergeben sich für s_2 die gleichen Funktionswerte zu einem späteren Zeitpunkt (für $t_0 < 0$ früheren Zeitpunkt)

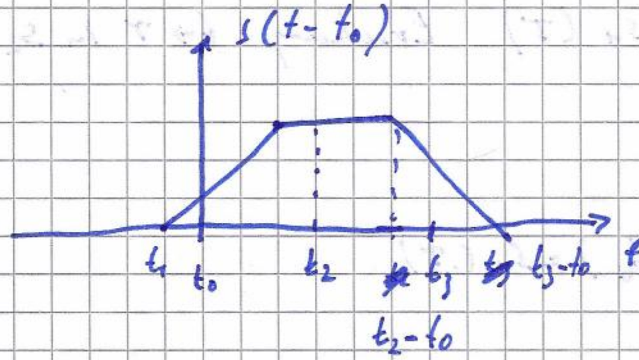
Schlussfolgerung:

- $s(t - t_0)$ mit $t_0 > 0$ verschiebt die Funktion $s(t)$ zu größeren Zeiten hin $\leadsto$ Verschiebung nach rechts, bedeutet eine Verzögerung
- $s(t - t_0)$ mit $t_0 < 0$ verschiebt die Funktion $s(t)$ zu kleineren Zeiten hin $\leadsto$ Verschiebung nach links, ~~das~~ bedeutet ein Voreilen

Bsp:



a) für $t_0 > 0$ (z.B. $s(t-5s)$)



2. Einfluss einer Negation des Argumentes t:

$s_2(t) = s_1(-t)$

mit der Zeitbasis $\tau = -t$

$s_2(t) = s_1(\tau)$ $\hookrightarrow$ $t = -\tau$

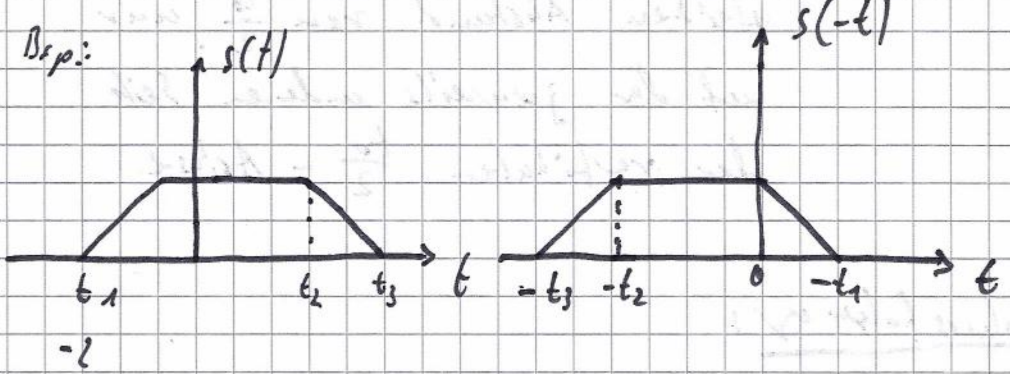
$\rightsquigarrow s_2(-\tau) = s_1(\tau)$

Ergebnis: für s_2 ergeben sich die gleichen Funktionswerte wie bei s_1 bei den negierten Zeitwerten

<u>Schlussfolgerung:</u>

- $s(-t)$ bedeutet eine Spiegelung der Funktion $s(t)$ an der Ordinate (senkrechte).

Bsp.:



3. Einfluss eines negierten und von t_0 verschobenen Argumentes t:

$s_2(t) = s_1(-t+t_0) = s_1(t_0-t)$

Bildung einer neuen Zeit~~konstante~~basis $\tau + \frac{t_0}{2}$

aus $t_0 - t$

$t_0 - t = \tau + \frac{t_0}{2}$

$\rightarrow s_2(t) = s_1(\tau + \frac{t_0}{2})$

neue Zeitbasis für s_2 $\quad t = t_0 - \tau - \frac{t_0}{2} = \frac{t_0}{2} - \tau$

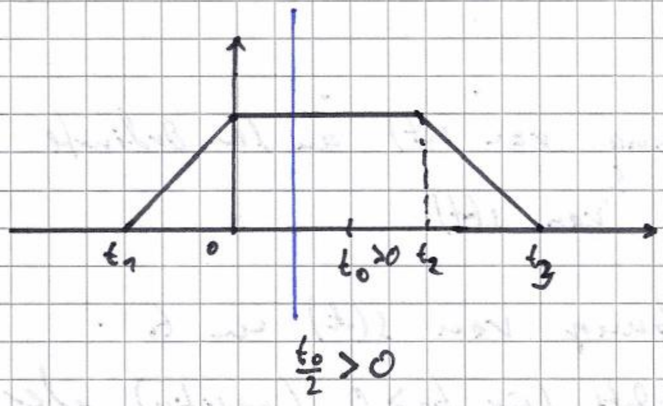
$\rightarrow s_2\left(\frac{t_0}{2} - \tau\right) = s_1\left(\frac{t_0}{2} + \tau\right)$

Ergebnis: für s_2 ergeben sich die gleichen Funktionswerte wie bei s_1 im gleichen Abstand von $\frac{t_0}{2}$ nur auf der jeweils anderen Seite der vertikalen $\frac{t_0}{2}$ - Achse

<u>Schlussfolgerung:</u>

- $s(t_0 - t)$ ergibt das an der vertikalen Achse $t_{Achse} = \frac{t_0}{2}$ gespiegelte Signal $s(t)$

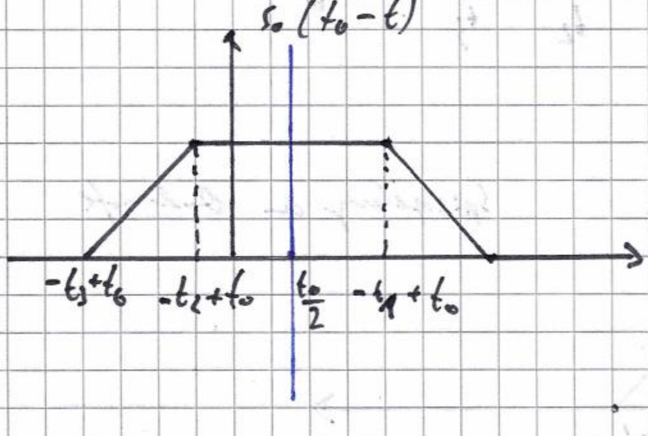
Bsp.:



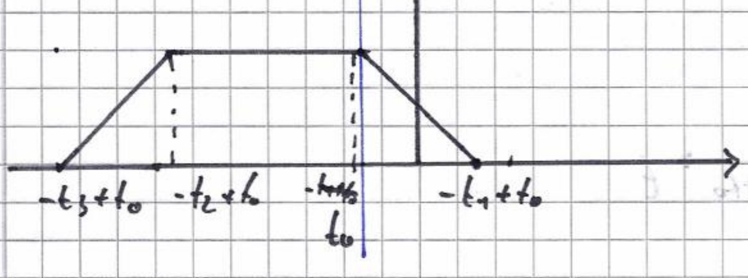
a) für $t_0 > 0$

(z.B. $s(\underbrace{5s}_{t_0} - t)$)

$\cancel{s_0(t_0 - t)}$



b) für $t_0 < 0$ (z.B. $s(\underbrace{-5s}_{t_0} - t)$)

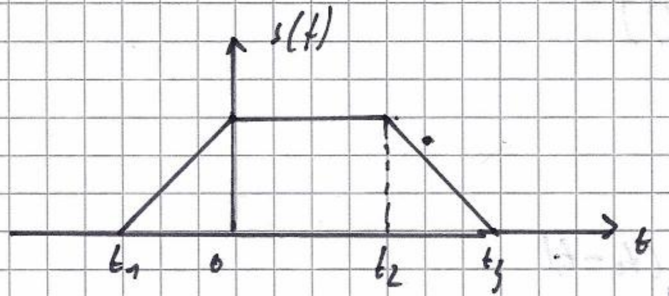


weitere Möglichkeit der Konstruktion von $s(t_0 - t)$ in 2 Schritten (Ausnutzung vorhandener Ordinate)

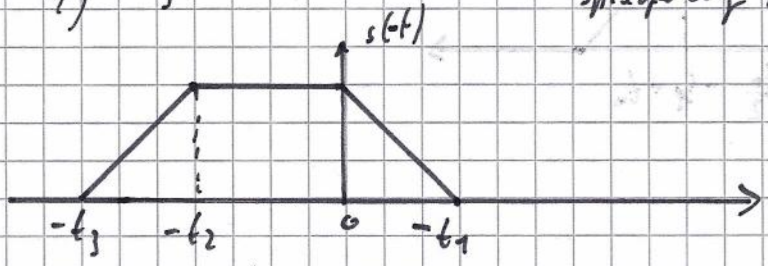
1) Spiegelung von $s(t)$ an der Ordinate zum Erhalt von $s(-t)$

2. Verschiebung von $s(-t)$ um t_0
   a) rechts für $t_0 > 0$ (positiv) oder
   b) links für $t_0 < 0$ (negativ) zum Erhalt von $s(t_0 - t)$

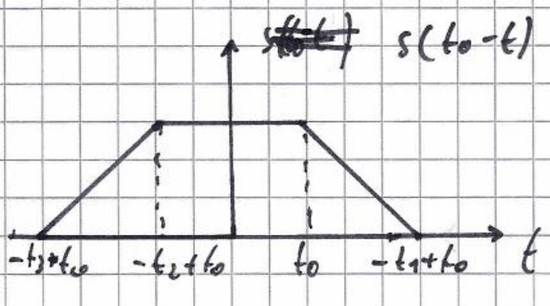
Bsp.:



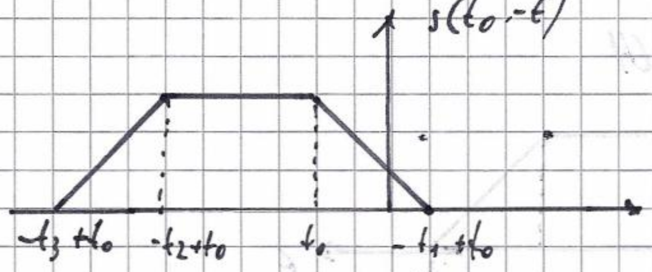
1) Spiegelung an Ordinate



2) a) für $t > 0$ Verschiebung



b) für $t_0 < 0$



4. Einfluss eines Skalierungsfaktors a:

$s_2(t) = s_1(a \cdot t)$ mit $a \neq 0$ und $a > 0$

neue Zeitbasis mit $\tau = a \cdot t$

$s_2(t) = s_1(\tau)$ neue Zeitbasis für s_2 $\quad t = \frac{\tau}{a}$

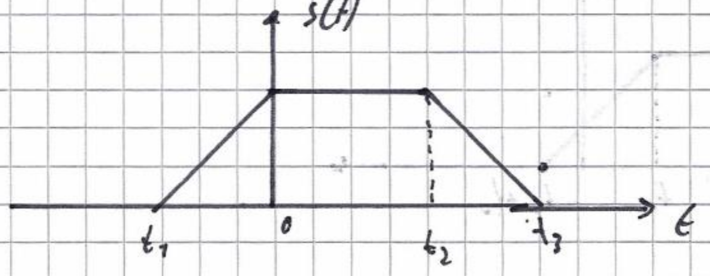
$s_2\left(\frac{\tau}{a}\right) = s_1(\tau)$

<u>Ergebnis:</u> für s_2 ergeben sich die gleichen Funktionswerte wie bei s_1, wenn die Zeitachse durch den Faktor a geteilt wird

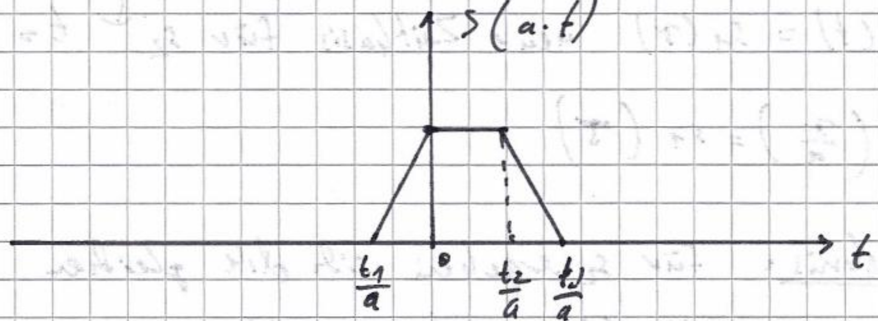
<u>Schlussfolgerung:</u>

- $s(a \cdot t)$ mit $a > 1$ bewirkt eine Verringerung der Abstände auf der Zeitachse:
- → Funktion $s(t)$ wird gestaucht.
- $s(a \cdot t)$ mit $0 < a < 1$ bewirkt eine Vergrößerung der Abstände auf der Zeitachse
  → Funktion $s(t)$ wird gestreckt (oder gedehnt).

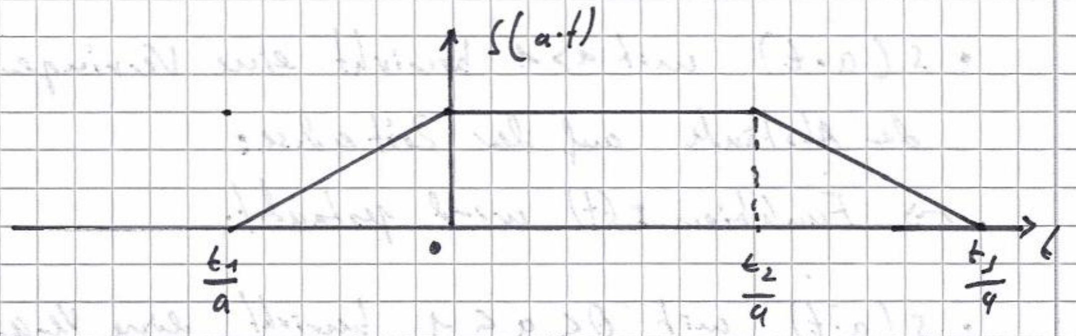
Bsp.:



a) für $a > 1$ (z.B. $s(2 \cdot t)$)



b) für $0 < a < 1$ (z.B. $s(0{,}5 \cdot t)$)



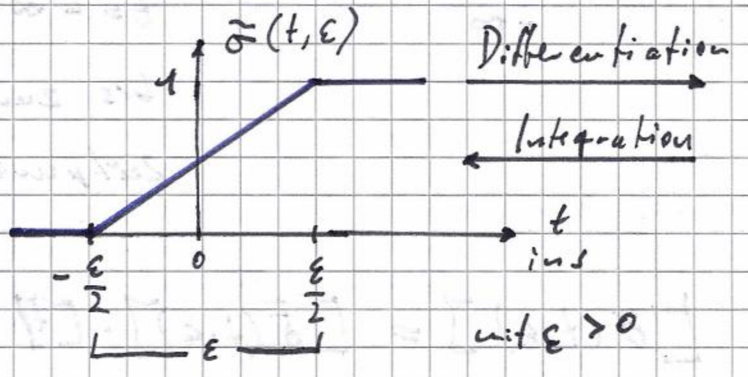
• Bei $a < 0$ ergibt sich zusätzlich noch eine Spiegelung an der Ordinate.

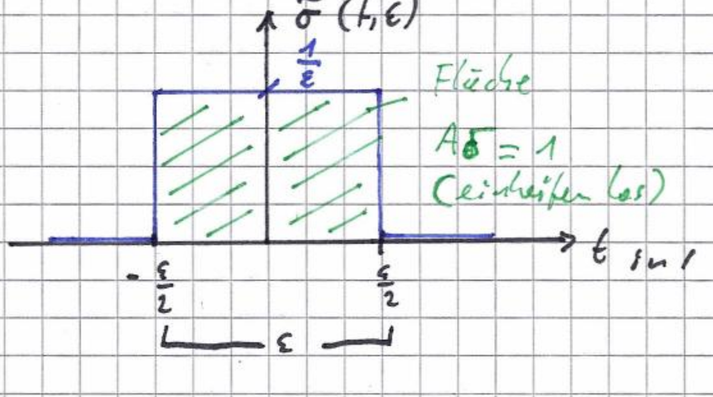
Einheitssprungfunktion und Deltaimpuls- bzw. Durchstoßfunktionen

- angenäherte Einheitssprungfunktion mit Geradenanstieg

Einheitssprung = Endwert des Sprunges = 1

angenäherte Einheitssprung Kennzeichen $\tilde{\sigma}(t,\varepsilon)$





$\tilde{\delta}(t,\varepsilon)$: Einheitsimpulsfunktion (δ: kleines Delta)

Einheitsimpuls = Fläche des Impulses $A_\delta = 1$

⇝ entspricht flächenmäßig dem Endwert der Einheitssprungfunktion mathematisch gilt:

$$\tilde{\delta}(t,\varepsilon) = \frac{d\tilde{\sigma}(t,\varepsilon)}{dt}$$

Differentiation bzw. Ableitung:

$$[\tilde{\delta}(t,\varepsilon)] = \frac{[\tilde{\sigma}(t,\varepsilon)]}{[t]} = s^{-1}$$

und

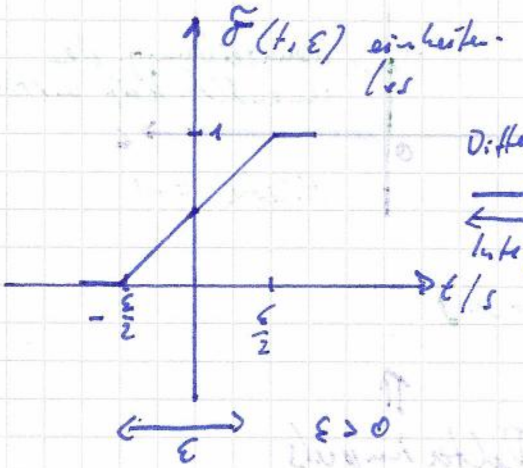
$$\tilde{\sigma}(t,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{t} \tilde{\delta}(t,\varepsilon)\, dt$$

Integration von $t = -\infty$ beginnend bis zum $\underbrace{\text{aktuellen}}_{\text{jeweils}}$ Zeitpunkt t

$$[\tilde{\sigma}(t,\varepsilon)] = [\tilde{\delta}(t,\varepsilon)] \cdot [t] = s^{-1} \cdot s = 1$$

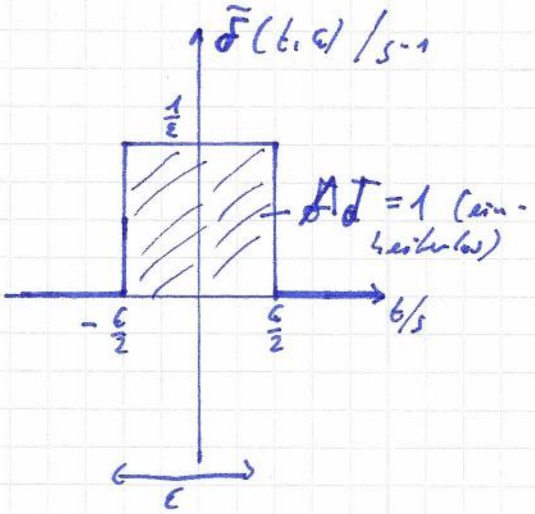
einheitenlos

angenäherte Einheitssprungfunktion — Einheitsimpulsfunktion



Differentiation $\longrightarrow$

$\longleftarrow$ Integration



$$\tilde{\sigma}(t,\varepsilon) = \int_{-\infty}^{t} \tilde{\delta}(t,\varepsilon)\, dt$$

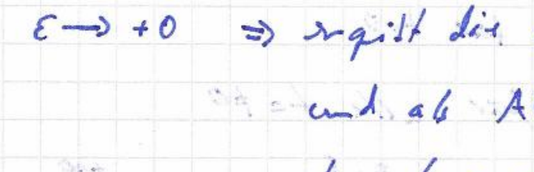
$$\tilde{\delta}(t,\varepsilon) = \frac{d\sigma(t,\varepsilon)}{dt}$$

Grenzfall: $\varepsilon \longrightarrow +0 \Rightarrow$ ergibt die Einheitssprungfunktion $\sigma(t)$ und als Ableitung die Deltaimpuls- oder Diracstoßfunktion $\delta(t)$

$$\rightarrow \quad \delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt}$$

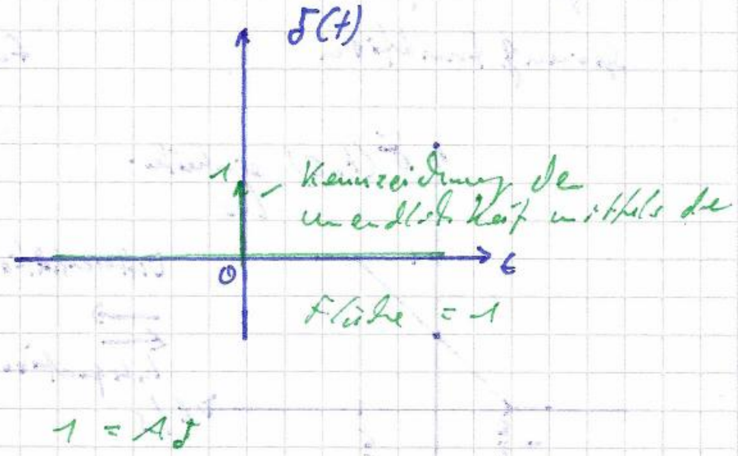
$$[\delta(t)] = 1\, s^{-1}$$

$$\rightarrow \quad \sigma(t) = \int_{-\infty}^{t} \delta(t)\cdot dt \quad [\sigma(t)] = \text{einheitenlos}$$



$\leftarrow$ Einheitssprungfunktion

↓ Differentiation ↑ Integration



⇑

Deltaimpuls

Funktionswerte:

$$\delta(t) = \begin{cases} +\infty & \text{für } t=0 \\ 0 & \text{für alle } t \neq 0 \end{cases}$$

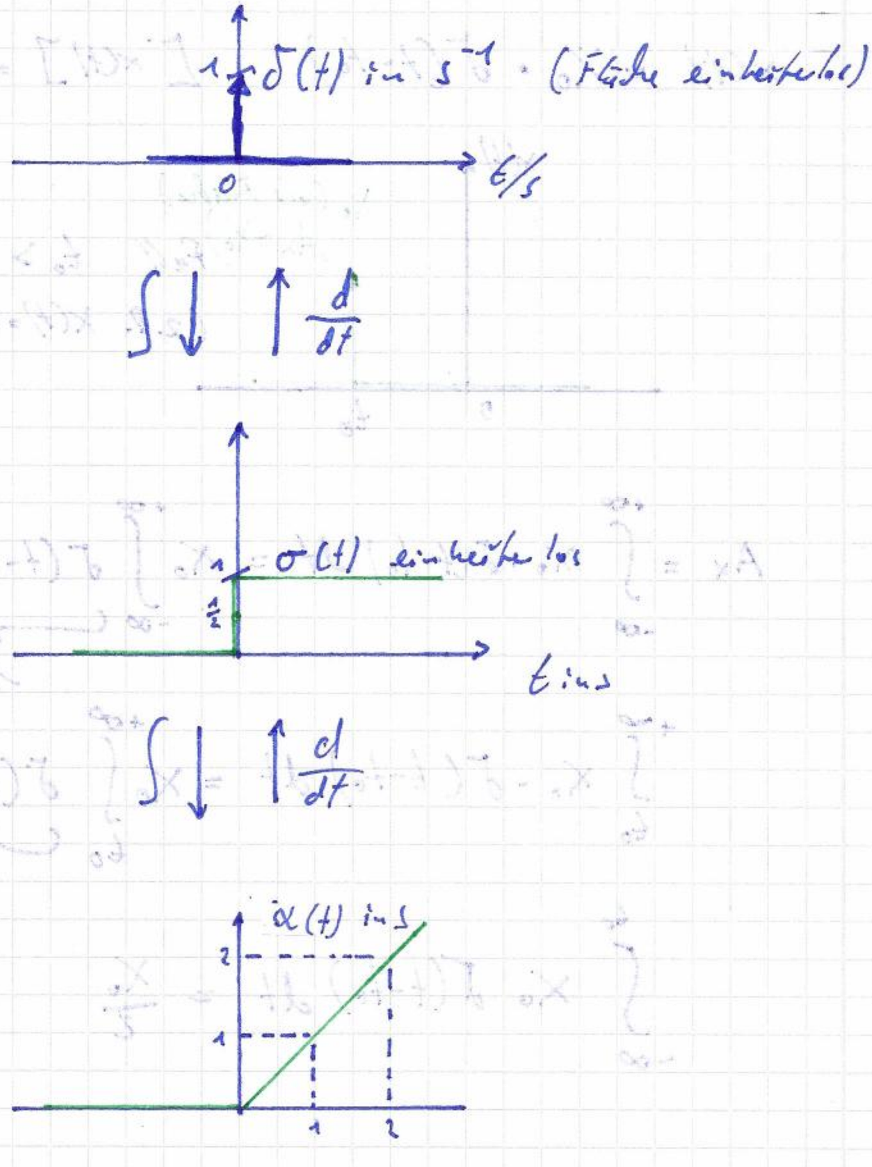
$$\text{Fläche } A_\delta = 1 = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{0-\frac{\varepsilon}{2}}^{0+\frac{\varepsilon}{2}} \delta(t)\, dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) \cdot dt$$

Zerteilung des Deltaimpulses (Halbiere) auf der Abszisse

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \int_{0}^{0+\frac{\varepsilon}{2}} \delta(t)\, dt = \int_{0}^{+\infty} \delta(t)\, dt = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot A_\delta$$

$$\lim_{\varepsilon \to +0} \int_{0-\frac{\varepsilon}{2}}^{0} \delta(t)\, dt = \int_{-\infty}^{0} \delta(t)\, dt = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} A_\delta$$

Deltaimpuls-, Einheitssprung- und Einheitsanstiegsfunktionen und deren Zusammenhang über Differentiation und Integration

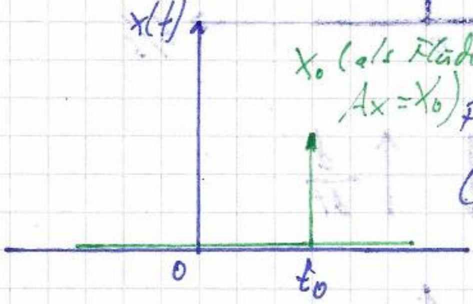


Anwendung $\delta(t)$, $\sigma(t)$, $\alpha(t)$ in Verbindung mit physikalischen Größen

größenbehafteter Deltaimpuls

$X_0 \Rightarrow$ physikalische Größe (z.B. 5V, 3mA)

$x(t) = X_0 \cdot \delta(t-t_0)$ $\quad [x(t)] = [X_0] \cdot s^{-1}$



Fall $t_0 > 0$
(z.B. $x(t) = 5V \cdot \delta(t-2s)\, s^{-1}$)

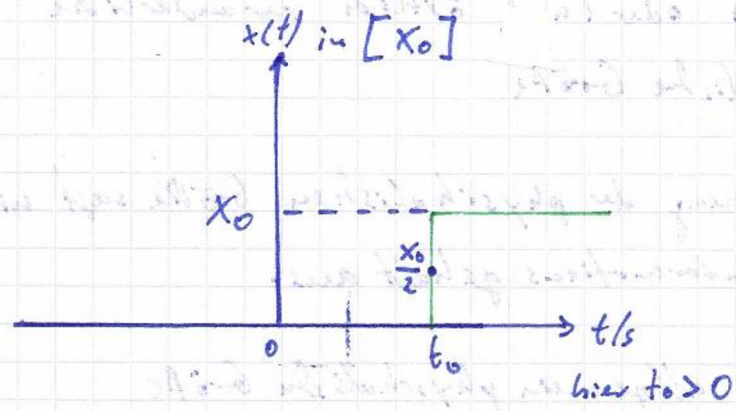
$$A_x = \int_{-\infty}^{+\infty} X_0 \cdot \delta(t-t_0)\,dt = X_0 \underbrace{\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-t_0)\,dt}_{1} = X_0$$

$$\int_{t_0}^{+\infty} X_0 \cdot \delta(t-t_0)\,dt = X_0 \underbrace{\int_{t_0}^{+\infty} \delta(t-t_0)\,dt}_{\frac{1}{2}} = \frac{X_0}{2}$$

$$\int_{-\infty}^{t_0} X_0\, \delta(t-t_0)\,dt = \frac{X_0}{2}$$

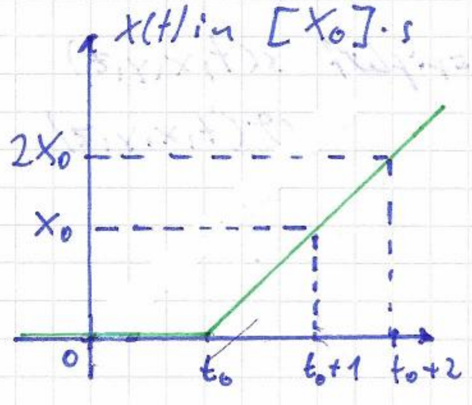
größenbehafteter Einheitssprung

$x(t) = X_0 \cdot \sigma(t - t_0)$



größenbehaftete Einheitsanstiegsfunktion

$x(t) = X_0 \cdot \alpha(t - t_0)$ $\qquad [x(t)] = [X_0] \cdot s$



Signale

Begriff des Signals

- zeitlich oder / und örtlich veränderliche physikalische Größe

- Veränderung der physikalischen Größe sagt nichts über Informationsgehalt aus.

allgemein physikalische Größe

$s(t)$ — $\vartheta(t)$

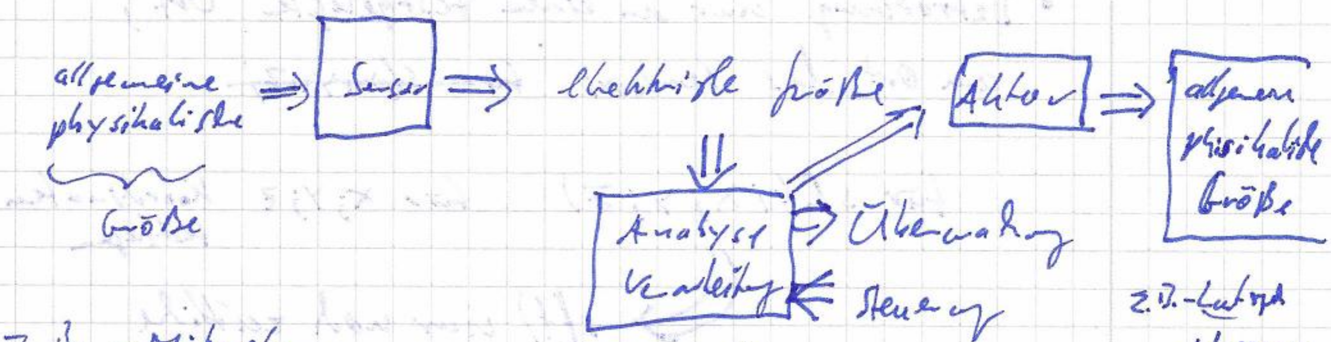
$u(t)$ $i(t)$ $p(t)$

bei örtlicher Abhängigkeit $\Rightarrow s(x, y, z)$

zeitliche und örtliche Abhängigkeit $s(t, x, y, z)$

$\vartheta(t, x, y, z)$

Elektrische Signalverarbeitung.



z.B. - Mikrofon

- Thermoelement
- Fotodiode, Fotowiderstand
- Bildsensor
- Drucksensor (Piezosensor)
- ~~Längen~~ Längensensor
- Drehzahlsensor

(Speichern / Rücklesen (auch nicht-elektrisch möglich))

z.B. - Lautsprecher
- Heizung
- LED, Lampe
- Bildschirm
- Piezoaktor
- Motor
- Zugmagnet

Mehrdimensionale Signale

z.B. - Standbild mit 2 Dimensionen $s(x,y)$

- Stereotonverfahren

Verarbeitung:

- getrennte Verarbeitung jeder Signale (Dimension)

z.B. Stereoton

$X_R - \boxed{\text{System}} - Y_R$

$X_L - \boxed{\text{System}} - Y_L$

Veranschaulichung der Betrachtungsweise von Signalen

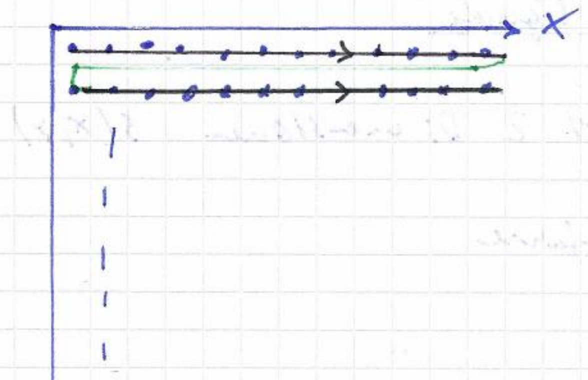
- Betrachtung nur an einem festgelegten Ort, am Ort des Sensors ~~für $s(x;y;z)$~~

für $s(t;x;y;z)$ für $x;y;z$ Koordinaten festlegen

$\Rightarrow$ $s(t)$ nur noch zeitliche Abhängigkeit

Bilder: Zurückführung der örtlichen Abhängigkeit $s(x;y)$ bzw. $s(x;y;t)$ (Bewegtbild) auf eine zeitliche Abhängigkeit durch Zeilensprungverfahren.

Bsp. Bild:



$$s(x,y) \rightarrow s(t_{start} \leq t \leq t_{end})$$

Bewegtbild $s(x,y,t) \rightarrow s(t_{start} \leq t \leq t_{end}, t)$

$\hookrightarrow$ $\underline{\underline{s(t)}}$

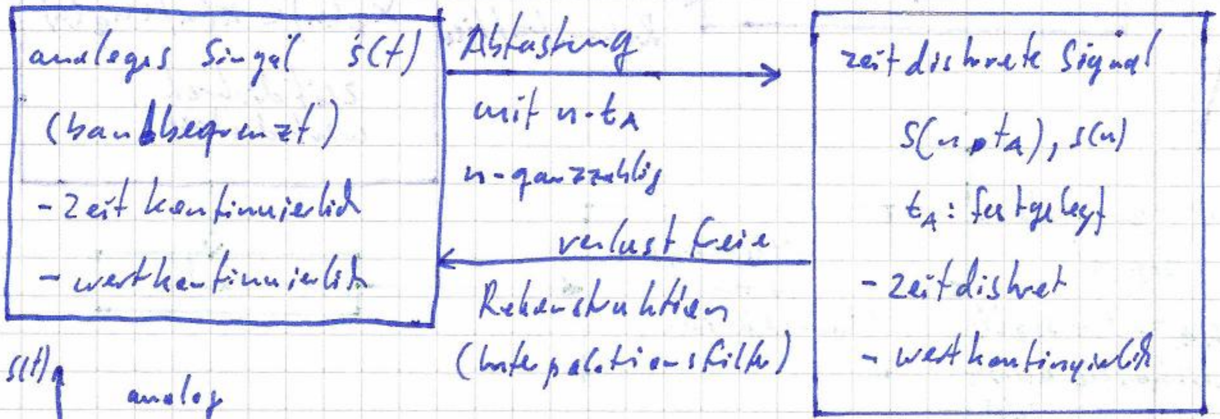
in der praktischen Realisierung:

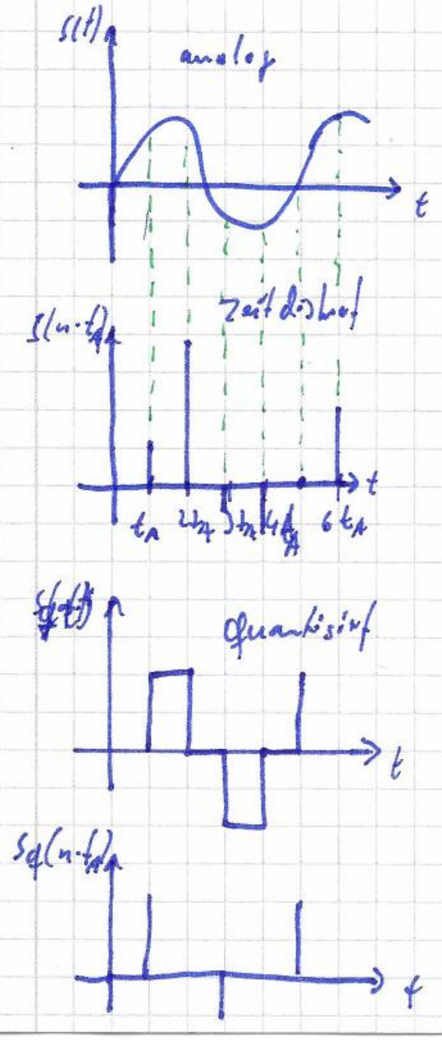
- alle Signale in zeitlich veränderliche Größe gewandelt und verarbeitet

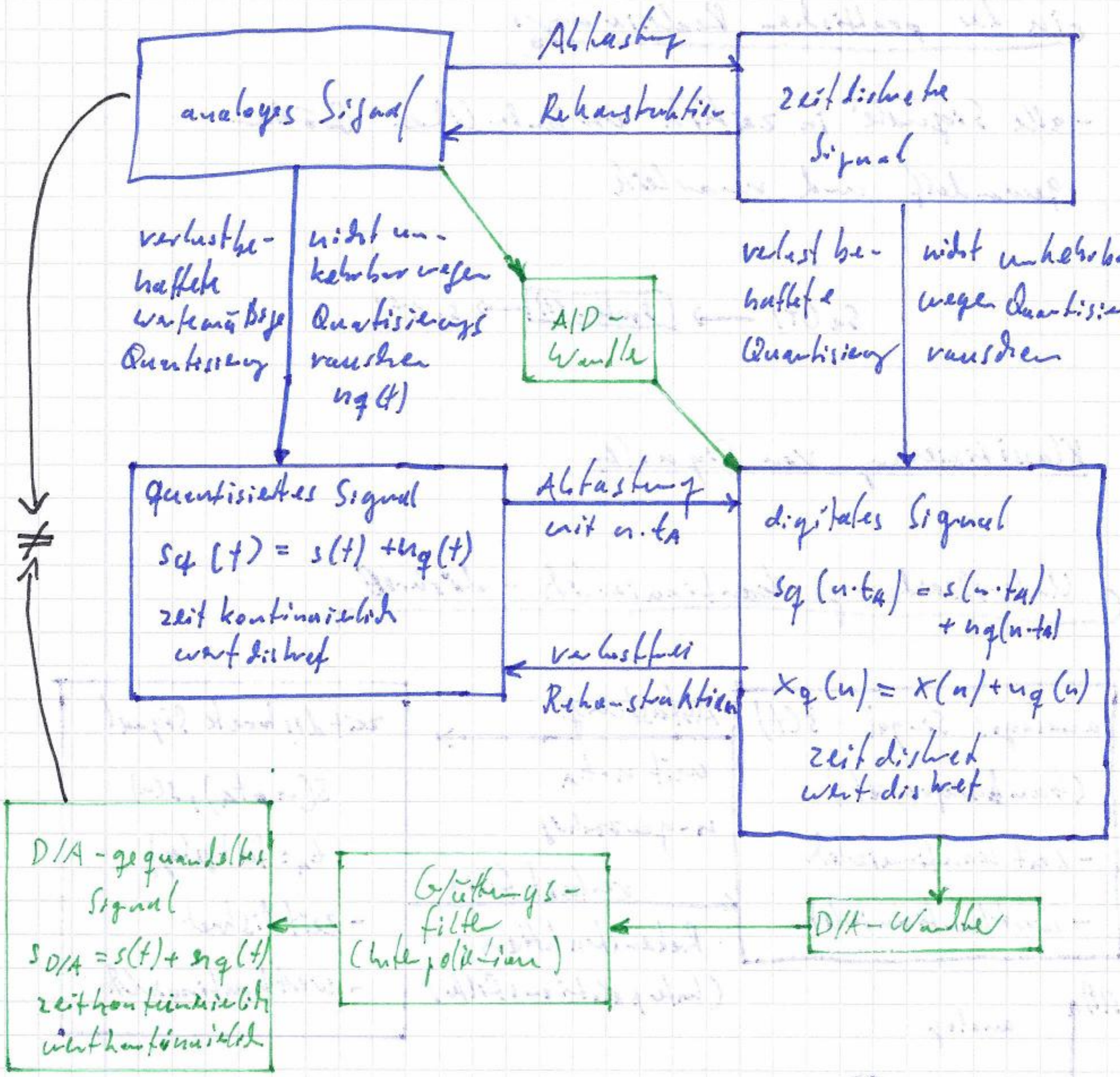
$s_1(t) \longrightarrow \boxed{\text{System } (t)} \longrightarrow s_2(t)$

Klassifizierung von Signalen

Unterscheidung kontinuierlich - diskret







Abtastung
Rekonstruktion
analoges Signal
zeitdiskrete Signal
verlustbehaftete wertemäßige Quantisierung
nicht umkehrbar wegen Quantisierungsrauschen nq(t)
A/D-Wandler
verlustbehaftete Quantisierung
nicht umkehrbar wegen Quantisierungsrauschen
quantisiertes Signal
$s_q(t) = s(t) + n_q(t)$
zeitkontinuierlich
wertdiskret
Abtastung mit n·tA
digitales Signal
$s_q(n \cdot t_A) = s(n \cdot t_A) + n_q(n \cdot t_A)$
$x_q(n) = x(n) + n_q(n)$
zeitdiskret
wertdiskret
verlustfreie Rekonstruktion
≠
D/A-Wandler
Glättungsfilter (Interpolation)
D/A-gewandeltes Signal
$s_{D/A} = s(t) + n_q(t)$
zeitkontinuierlich
wertkontinuierlich

Klassifizierung von Signalen

Signalunterscheidung: Energiesignal oder Leistungssignal

Signal

- Energiesignal
  - zeitlich begrenztes Signal
    - z.B. • Rechteckimpuls
    - • Dreieckimpuls aber ohne Gleichanteil
  - Signal mit abklingender Amplitude auf Null
    - z.B. • abklingender Exponentialimpuls (Entladekurve)
    - • $\frac{\sin(x)}{x}$ Verlauf
  - Signal mit sehr großen (auch ungleichmäßig langen) Pausezeiten
    - z.B. • Burst-Signal
    - Ethernet-Signal
- Leistungssignal
  - • zeitlich unbegrenztes Signal, welches nicht auf Null abklingt
    - z.B. • Sinus,
    - ~~• Gleichspannung~~
    - • Rauschen
    - • periodische Rechteckfolge
    - • ein beliebiges mit einem Gleichanteil behaftetes Signal

Energie und Leistung

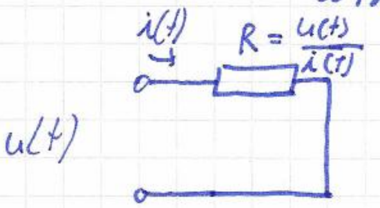
Energie gibt an wieviel Energie in eine andere Energie gewandelt wurde.

Leistung beschreibt die Energieumwandlungsgeschwindigkeit.

Energiewandlung aus der Elektroenergie

Elektroenergie $\longrightarrow$ $\boxed{\text{Energiewandler}}$ $\longrightarrow$ Wärmeenergie

z.B. ohmscher Widerstand

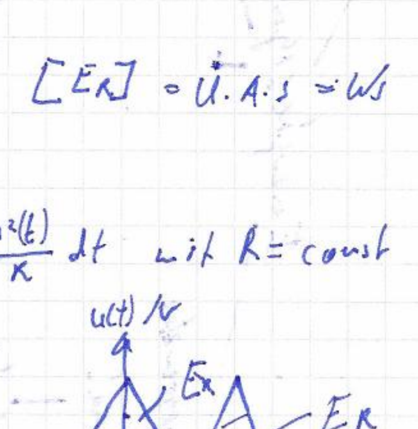


- gesamte im Zeitraum zwischen $-\infty < t < +\infty$ gewandelte Energiemenge E_R (oder W_R) am ohmschen Verbraucher:

$$E_R = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) \cdot i(t)\, dt \qquad [E_R] = V \cdot A \cdot s = Ws$$

mit $i(t) = \frac{u(t)}{R}$ $\rightarrow$ $E_R = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u^2(t)}{R}\, dt$ mit $R = const$

$$E_R = \frac{1}{R} \int_{-\infty}^{+\infty} u^2(t)\, dt$$



Momentan Leistung zu einem Zeitpunkt t_1:

$$P_R(t_1) = u(t_1) \cdot i(t_1) \qquad [P_R(t_1)] = W = VA$$

• mittlere Leistung

$$P_R = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) \cdot i(t)\, dt$$

($T \to$ bestimmte Zeit (wird bei Periode durch)

$$P_R = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u(t) \cdot i(t)\, dt \qquad \Big| \; i(t) = \frac{u(t)}{R}$$

$$= \frac{1}{R} \cdot \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u^2(t)\, dt$$

Spezialfall periodisch:

Integration über ganzzahlige Vielfache der Periode

$$P_R = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{n \cdot t_p} \int_{t_1}^{t_1+nt_p} u^2(t)\, dt$$

Spezialfall $U(t) = U_0 = \text{konst}$

$$P_R = \frac{1}{R} U_0^2$$

Signalenergie und Signalleistung zur statistische Charakterisierung (elektrischer, analoger und digitaler Signale)

Problem: - Energie und Leistung ist immer von dem speziellen Energiewandler abhängig.

Ziel: - Energiewandler unabhängige Energie- und Leistungsbeschreibung

Lösung: Verwendung eines systemtheoretischen Widerstandes von $R = 1$ als gedachten Energiewandler.

Es wird also alles auf einen Normwiderstand von $R = 1$ bezogen.

Berechnung der Signalenergie E_u aus dem Spannungsverlauf $u(t)$

→ ist ein Signalparameter von Energiesignalen
- auch bezeichnet als: Impulsenergie E oder
- Impulsmoment 2. Ordnung m_{i2}.

$$E_u = m_{i2} = \int_{-\infty}^{\infty} u^2(t)\,dt \qquad [E_u] = [m_{i2}] = V^2 s$$

Deutung des Zahlenwertes:

Zahlenwert entspricht für einen Spannungseinheit in V und eine Zeiteinheit in s dem an einem Widerstand von 1Ω in Wärme umgesetzten Energiebetrag in Wattsekunde.

Reale Energieumsatz bei Verwendung eines beliebigen Widerstandes R.

Entnormierung

$$E_R = \frac{E_u}{R} \qquad [E_R] = \frac{V^2 s\ A}{V} = Ws$$

Zeitdiskrete Signale

- ermöglicht Signalenergie vergleiche von Zahlenfolgen

$$E_x = m_{2e} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x_{(q)}^2(k)$$

Quantisierung (wertdiskret oder nicht wertdiskret)

$[E_x]$ = einheitenlos

Berechnung der mittleren Signalleistung (P_u) aus dem Spannungsverlauf $u(t)$

- ist ein Signalleistungsparameter von Leistungssignalen

auch: Gesamtsignalleistung P oder
auch quadratischer Mittelwert $\overline{u^2}$
oder gewöhnliches Moment 2. Ordnung

$$P_u = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} u^2(t)\, dt = \overline{u^2} = m_2$$

$[P_u] = V^2$

Deutung des Zahlenwertes:

- entspricht für eine Spannungseinheit in Volt die an einem Widerstand von 1Ω umgesetzten Leistung in Watt.

realer Leistungsumsatz mit realem Widerstand R, Entnormierung: P_R

$$P_R = P_u \cdot \frac{1}{R} \qquad [P_R] = V^2 \cdot \frac{A}{V} = VA = W$$

periodischen Spannungsverlauf:

$$P_u = \frac{1}{n \cdot t_p} \cdot \int_{t_1}^{t_1+t_p} u_p^2(t)\, dt$$

konstante Spannung U_0^2:

$$P_u = U_0^2$$

Zeitdiskrete Signale $x_{(q)}(k)$

allgemein nicht periodisch:

$$P_x = \overline{x^2} = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=k_1}^{k_1+N-1} x_{(q)}^2(k)$$

Anzahl Werte die verwendet werden

N = Abtastwerteanzahl

k_1 = beliebiger Abtastwert (Startwert)