

Praktikumversuch:

Frequenzganganalyse

1. Zielstellung

Experimentelle Ermittlung des Übertragungsverhaltens unbekannter Übertragungsglieder im Frequenzbereich (Ortskurve, Bode-Diagramm)

2. Grundlagen

Erregt man ein lineares System mit einer sinusförmigen Schwingung:

$$x_e = \hat{x}_e \cdot e^{j\omega t},$$

so ist der Ausgang dieses Systems ebenfalls eine sinusförmige Schwingung, die sich jedoch in Betrag und Phase von der Eingangsschwingung unterscheidet:

$$x_a = \hat{x}_a \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Bei jeder Frequenzänderung tritt ein Übergangsverhalten auf, nach dessen Abklingen definiert werden kann:

Der Frequenzgang als komplexe Funktion der Kreisfrequenz ω beschreibt das Verhältnis zwischen sinusförmigem Eingangs- und sinusförmigem Ausgangssignal eines linearen Übertragungsgliedes im eingeschwungenen Zustand:

$$G(j\omega) = \frac{x_a(j\omega)}{x_e(j\omega)} = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \cdot e^{j\varphi} = |G(j\omega)| \cdot e^{j\varphi}$$

Dabei sind

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e}(\omega)$$

der **Amplitudengang**, d. h. das frequenzabhängige Verhältnis der Ausgangs- zur Eingangsamplitude und

$$\varphi(\omega) = \arg G(j\omega) = \arctan \frac{\operatorname{Im} G(j\omega)}{\operatorname{Re} G(j\omega)}$$

der **Phasengang**, d.h. die frequenzabhängige Phasenverschiebung zwischen Ausgangs- und Eingangsschwingung.

Die graphische Darstellung des komplexen Frequenzganges $G(j\omega)$ erfolgt:

- in der komplexen Zahlenebene als **Ortskurve** mit der Kreisfrequenz ω als Parameter.

Vorteile dieser Darstellung: • einfache grafische Ermittlung,
• große Anschaulichkeit.

Nachteil: Jeder Punkt muss einzeln berechnet werden.

- im logarithmischen Maßstab (**Bode-Diagramm**):

$$\lg[G(j\omega)] = \lg \left[\frac{\hat{x}_a(\omega)}{\hat{x}_e(\omega)} \right] + \varphi(\omega) \cdot j \lg(e)$$

Der Logarithmus des Betrages des Frequenzganges als Funktion des Logarithmus der Kreisfrequenz ergibt die **Amplitudenkennlinie**; die Phasenverschiebung als Funktion des Logarithmus der Kreisfrequenz stellt die **Phasenkennlinie** dar.

Bei den meisten in der Praxis auftretenden Übertragungsgliedern handelt es sich um Phasenminimumsysteme, bei denen ein eindeutiger Zusammenhang zwischen dem Verlauf des Amplitudenganges und dem Phasengang besteht, so dass die Berechnung der Amplitudenkennlinie für die Charakterisierung des Übertragungsverhaltens ausreicht.

3. Analyse des Frequenzganges

Die Ermittlung des Frequenzganges kann auf theoretischem oder experimentellem Weg erfolgen. Bei dem theoretischen Weg ist das mathematische Modell (DGL, ÜF) Ausgangspunkt der Frequenzganganalyse, während die experimentelle Bestimmung mit folgender Messtechnik möglich ist:

- Erfassung der Schwingungsamplituden und der Phasenverschiebung von x_a zu x_e mittels Oszilloskop (Lissajous-Figuren)
- Spektrumanalysator/Signalanalyatoren
- Netzwerkanalysator.

4. Versuchsvorbereitung

Im Versuch erfolgt die experimentelle Ermittlung des Frequenzganges mittels Oszilloskop. Der Versuchsaufbau (s. Bild 1) besteht hierbei aus:

- Sinusgenerator,
- verschiedenen Übertragungsgliedern und
- Oszilloskop.

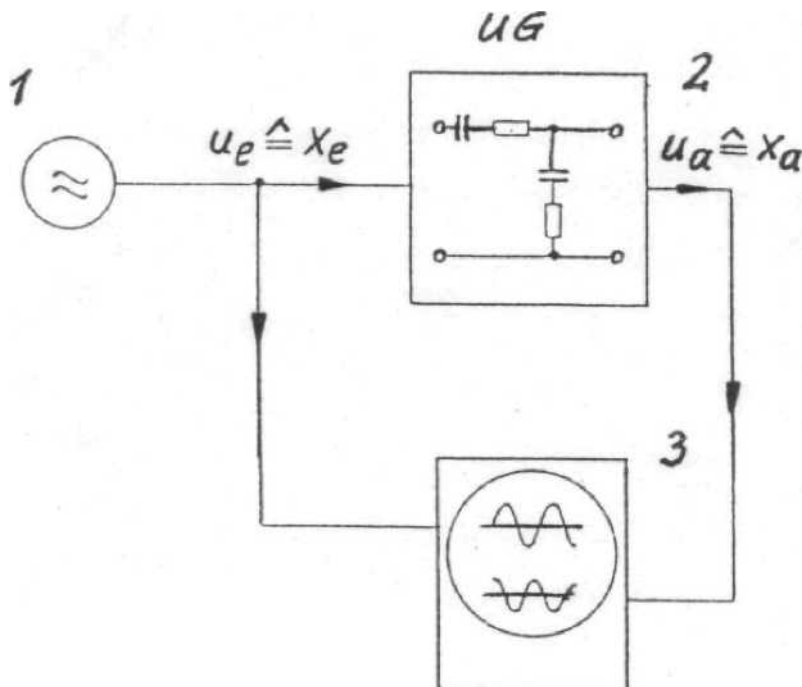


Bild 1: Messung des Frequenzganges

- Signalgenerator
- Unbekanntes Übertragungsglied
- Oszilloskop

Bei praktischen Messungen wird x_e auf der x-Achse und x_a auf der y-Achse des Oszillographenschirmes abgebildet und schrittweise die Frequenz geändert. Da x_e und x_a die gleiche Frequenz besitzen, entsteht auf dem Oszilloskopschirm eine Ellipse (s. Bild 2), die in extremen Fällen zu einem Kreis (bei $\varphi = 90^\circ$) oder zu einer Geraden ($\varphi = 0^\circ$) entarten kann.

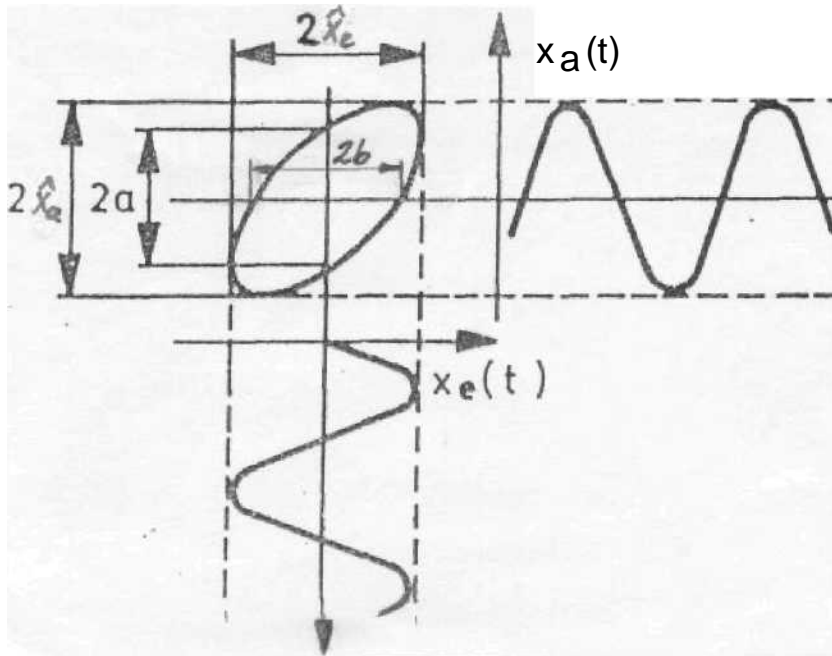


Bild 2: Oszilloskopbild

Der Lichtpunkt befindet sich immer dann genau auf der x_a -Achse, wenn

$$x_e(t) = \hat{x}_e \cdot \sin \omega t = 0$$

d.h., wenn $t = k \cdot \pi$ ($k = 0, 1, 2, \dots$) wird. Damit ist aber wegen

$$\begin{aligned} x_a(t) &= \pm \hat{x}_a \cdot \sin(\omega t + \varphi) \\ &= \pm \hat{x}_a \cdot (\sin \omega t \cdot \cos \varphi + \cos \omega t \cdot \sin \varphi) \\ &= \pm \hat{x}_a \cdot \sin \varphi = \pm a \end{aligned}$$

$$|\sin \varphi| = \frac{a}{\hat{x}_a} = \frac{2 \cdot a}{2 \cdot \hat{x}_a}$$

Nach Bild 2 entnimmt man also dem Oszilloskopbild für jede eingestellte Frequenz die Größen $2 \cdot \hat{x}_e$, $2 \cdot \hat{x}_a$ und $2 \cdot a$ und erhält:

$$|G(j\omega)| = \frac{2 \cdot \hat{x}_a}{2 \cdot \hat{x}_e} \quad \text{sowie} \quad |\sin \varphi| = \frac{2 \cdot a}{2 \cdot \hat{x}_a} = \frac{2 \cdot b}{2 \cdot \hat{x}_e}$$

Für den Versuch ist eine Auswertetabelle mit folgendem Kopf vorzubereiten:

f [Hz]	$\omega = 2\pi f$ [s^{-1}]	$2 \hat{x}_e$ [V]	$2 \hat{x}_a$ [V]	2a [V]	G(ω)	20lg G(ω)	sin ϕ	ϕ [°]
--------	--------------------------------	-------------------	-------------------	--------	---------------	---------------------	------------	------------

Weiterhin sind mitzubringen: Taschenrechner, Polarkoordinatenpapier und halblogarithmisch geteiltes Papier.

5. Versuchsdurchführung

Für den Frequenzbereich* $10^1 s^{-1} < \omega < 10^5 s^{-1}$ sind die Amplituden- und Phasenkennlinie des komplexen Frequenzganges und die Ortskurve zu ermitteln. Unter Verwendung der in der Vorlesung ausgegebenen Verläufe des Frequenzganges ist das Übertragungsverhalten des jeweils untersuchten Übertragungsgliedes quantitativ zu bestimmen (\rightarrow Bestimmung der Kennwerte und Angabe der Frequenzganggleichung).

*: Falls das Übertragungsglied Nr. 7 untersucht werden soll, ist die Messung im Frequenzbereich $10^2 s^{-1} < \omega < 10^6 s^{-1}$ durchzuführen !

6. Versuchsauswertung

Am Ende des Versuchs sind vorzulegen:

- Amplituden- und Phasenkennlinie
- Kennwerte des Frequenzganges
- Frequenzganggleichung
- Ortskurve

7. Literatur

- [1] Mann, H.; Schiffelgen, H.: „Einführung in die Regelungstechnik“, Carl-Hanser-Verlag, 8. Auflage, München 2000
- [2] Orłowski, P.F.: „Praktische Regelungstechnik“, Springer-Verlag, 4. Auflage, Berlin/Heidelberg 1994
- [3] Reuter, M.: „Regelungstechnik für Ingenieure“, F. Vieweg-Verlag, 9. Auflage, Wiesbaden 1994