



FACH  
HOCH  
SCHULE  
JENA

## Regelungstechnik

Prof. Dr.-Ing. K.-D. Morgeneier

Fachbereich  
Elektrotechnik und  
Informationstechnik

- 1. Begriffe, Symbole, Mathematische Grundlagen**
  - 1.1. Begriffe nach DIN 19226
  - 1.2. Signalflußplan
  - 1.3. Symbole nach DIN 19227
  - 1.4. Schutzgrade nach DIN 40050
  - 1.5. Linearisierung
  - 1.6. Mathematische Grundlagen
    - 1.6.1. Direkte Lösung linearer Differentialgleichungen
    - 1.6.2. Sprungantwort und Übergangsfunktion
    - 1.6.3. Impulsantwort
  - 1.7. Lösung der Differentialgleichung mittels LAPLACE-Transformation
  - 1.8. Übertragungsfunktion, Pol-Nullstellen-Plan
  - 1.9. Frequenzgang **27**
    - 1.9.1. Ortskurve **28**
    - 1.9.2. Bode-Diagramm
    - 1.9.3. Wege zur Ermittlung des Frequenzganges
- 2. Lineare Übertragungsglieder**
  - 2.1. Elementare lineare Glieder (Grundglieder)
  - 2.2. Kennwertermittlung linearer Übertragungsglieder
    - 2.2.1. Kennwertermittlung aus  $h(t)$  für Regelstrecken mit Ausgleich
    - 2.2.2. Kennwertermittlung aus  $h(t)$  für Regelstrecken ohne Ausgleich
    - 2.2.3. Kennwertermittlung im Frequenzbereich
- 3. Regelalgorithmen und Regeleinrichtung**
  - 3.1. Regelalgorithmen für stetige Regler
  - 3.2. Aufbau stetiger analoger Regler
  - 3.3. Digitale Regler
  - 3.4. Unstetige Regeleinrichtungen
  - 3.5. Auswahl der Regler
- 4. Entwurf und Verhalten einschleifiger Regelkreise**
  - 4.1. Der einschleifige Regelkreis
  - 4.2. Stabilität von Regelkreisen
    - 4.2.1. Hurwitz-Kriterium
    - 4.2.2. Nyquist-Kriterium
    - 4.2.3. Zwei-Ortskurven-Verfahren
  - 4.3. Regelkreissynthese
    - 4.3.1. Kennwerte für das statische und dynamische Verhalten
    - 4.3.2. Optimierungskriterien
    - 4.3.3. Einstellregeln im Zeit- und Frequenzbereich
- 5. Erweiterte Regelungsstrukturen**
  - 5.1. Störgrößenaufschaltung
  - 5.2. Hilfsregelgrößenaufschaltung
  - 5.3. Hilfsstellgrößenaufschaltung
  - 5.4. Verhältnisregelung

## Empfehlung Studienliteratur

- /1/ Mann, H./Schiffelgen, H.: Einführung in die Regelungstechnik; Carl-Hanser-Verlag, München/Wien 1997
- /2/ Töpfer, H./Besch. P.: Grundlagen der Automatisierungstechnik Carl-Hanser-Verlag, 7. Auflage München/Wien 1990
- /3/ Reuter, M.: Regelungstechnik für Ingenieure; Vieweg-Verlag; Braunschweig/Wiesbaden 1991
- /4/ Xander, K./Enders, H.: Regelungstechnik mit elektronischen Bauelementen; Werner-Ingenieurtexte, 5. Auflage, Werner-Verlag, Düsseldorf 1993
- /5/ Föllinger, O.: Regelungstechnik; Hüthig-Verlag; Heidelberg 1992
- /6/ Braun, A.: Grundlagen der Regelungstechnik Fachbuchverlag Leipzig, 1. Auflage 2005
- /7/ Samal, E.; Becker, W.: Grundriß der praktischen Regelungstechnik; R.- Oldenbourg-Verlag; 19. Auflage, München/Wien 1996
- /8/ Merz, L./Jaschek, H.: Grundkurs der Regelungstechnik; R.-Oldenbourg-Verlag, 14. Auflage München/Wien 2003
- /9/ Dörrscheidt, F.; Latzel, W.: Grundlagen der Regelungstechnik B.G. Teubner-Verlag, 2. Auflage, Stuttgart 1993
- /10/ Orłowski, P.F.: Praktische Regelungstechnik Springer-Verlag, 4. Auflage, Berlin/Heidelberg 1994
- /11/ Gassmann, H.: Regelungstechnik - Ein praxisorientiertes Lehrbuch Verlag Harri Deutsch, Thun/Frankfurt M. 1997
- /12/ Philippsen, H.-W.: Einstieg in die Regelungstechnik Fachbuchverlag Leipzig, 1. Auflage 2004
- /13/ Gassmann, H.: Einführung in die Regelungstechnik, Band 1 Verlag Harri Deutsch, 2. Auflage, Frankfurt/M. 1993
- /14/ Friedrich, A.; Bernstein, H.: Workshop der Regelungstechnik Franzis-Verlag, Feldkirchen 1996
- /15/ Dörrscheidt, F.; Latzel, W.: Grundlagen der Regelungstechnik B.G. Teubner-Verlag, 2. Auflage Stuttgart/Leipzig 1993
- /16/ Weinmann, A.: Regelungen Band 1: Analyse und technischer Entwurf Springer-Verlag, 3. Auflage, Wien/New York 1994
- /17/ Gassmann, H.: Theorie der Regelungstechnik – Eine Einführung Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M. 1998

- /18/ Günther, M.: Kontinuierliche und zeitdiskrete Regelungen  
B.G. Teubner-Verlag, Stuttgart 1997
- /19/ Jörgl, H.P.: Repetitorium Regelungstechnik, Band I  
R. Oldenbourg-Verlag, München/Wien 1993
- /20/ Böttiger, A.: Regelungstechnik- Eine Einführung für Techniker und Ingenieure  
R.-Oldenbourg- Verlag, 3.Auflage, München/Wien 1998
- /21/ Bode, H.: MATLAB in der Regelungstechnik  
B.G. Teubner-Verlag, Stuttgart/Leipzig 1998
- /22/ Busch, P.: Elementare Regelungstechnik  
Vogel-Verlag, 3. Auflage, Würzburg 1995
- /23/ Ebel, T.: Regelungstechnik  
B.G. Teubner-Verlag, 6. Auflage, Stuttgart 1991
- /24/ Unger, J.: Einführung in die Regelungstechnik  
B. G. Teubner- Verlag, 3. Auflage, Stuttgart 2004
- /25/ Ebel, T.: Beispiele und Aufgaben zur Regelungstechnik  
B.G. Teubner-Verlag, 4. Auflage, Stuttgart 1991
- /26/ Jaschek, H./Schwinn, W.: Übungsaufgaben zum Grundkurs der Regelungstechnik  
R.-Oldenbourg-Verlag, München 1990
- /27/ Leonhard, W./Schnieder, E.: Aufgabensammlung zur Regelungstechnik;  
Vieweg-Verlag; Braunschweig/Wiesbaden 1987
- /28/ Becker, C.; Litz, L.; Siffling, G.: Regelungstechnik-Übungsbuch  
Hüthig-Verlag, Heidelberg 1993
- /29/ Lutz, H., Wendt, W.: Taschenbuch der Regelungstechnik  
Verlag Harri Deutsch, 3.Auflage, Thun/ Frankfurt 2000
- /30/ Große, N., Schorn, W.: Taschenbuch der praktischen Regelungstechnik  
Fachbuchverlag Leipzig 2006

### **Regelungstechnik**

Regelungstechnik: Wissenschaft von der gezielten Beeinflussung dynamischer Prozesse während des Prozeßablaufes (Prozeßstabilisierung) und von der Anwendung der hierbei entwickelten Methoden zur Systembeschreibung und -untersuchung. Sie ist die Grundlage der Automatisierung.

## **RT-Übungsbücher**

- /1/ Unbehauen, H.: Regelungstechnik-Aufgaben I  
Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 1992
- /2/ Weinmann, A.: Test- und Prüfungsaufgaben Regelungstechnik  
Springer-Verlag, Wien 1997
- /3/ Becker, C.; Litz, L.; Siffling, G.: Regelungstechnik-Übungsbuch  
Hüthig-Verlag, Heidelberg 1993
- /4/ Zakharian, S.: Automatisierungstechnik-Aufgaben  
Vieweg-Verlag, Braunschweig/Wiesbaden 1998
- /5/ Jörgl, H.P.: Repetitorium Regelungstechnik, Band 1  
Oldenbourg-Verlag, München/Wien 1993

## Übungen zur Regelungstechnik

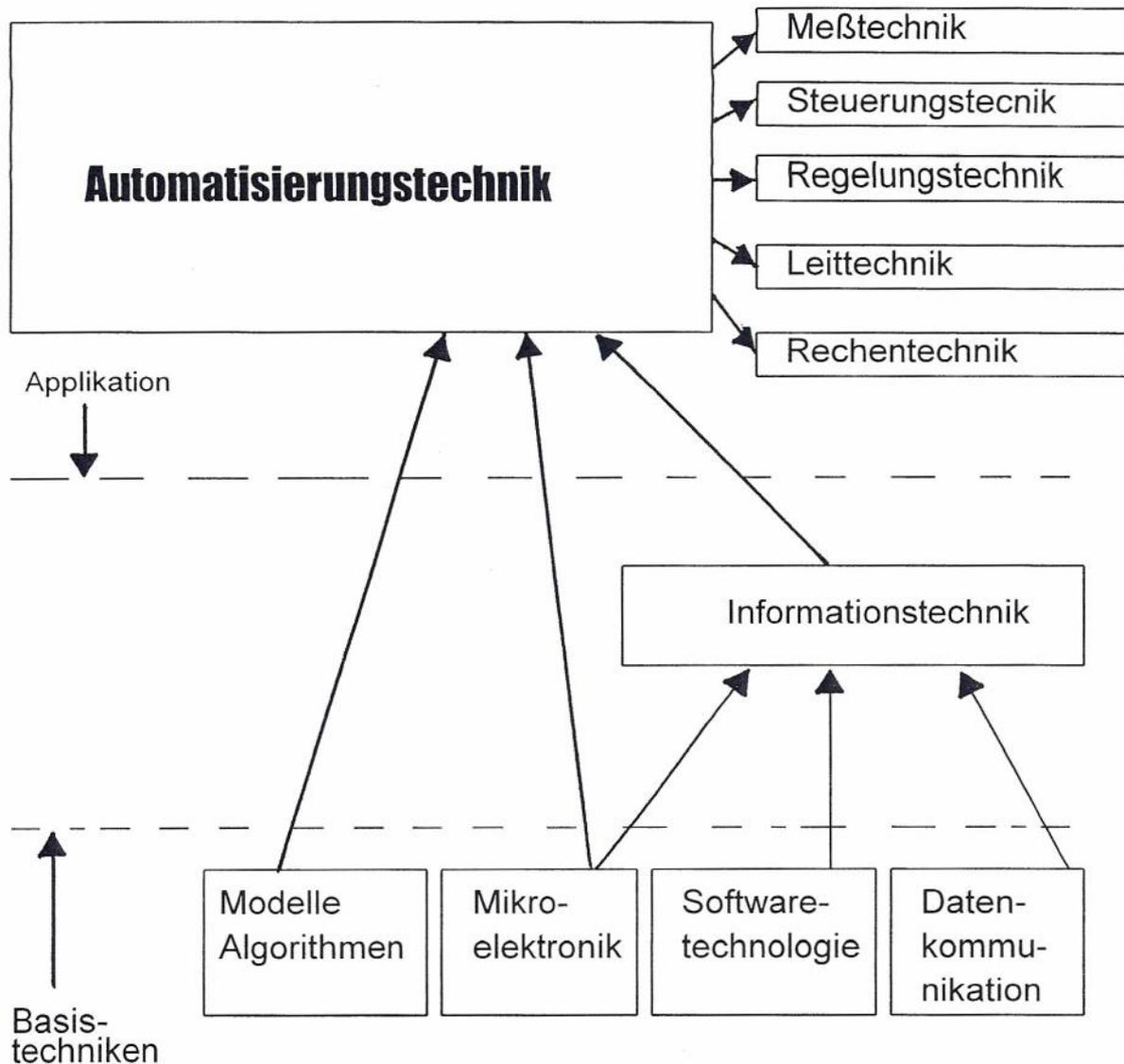
Aufgabensammlung unter: [www.et.fh-jena.de/labore/at/Aufgabensammlung/](http://www.et.fh-jena.de/labore/at/Aufgabensammlung/)

- 1. Übung:** 1.1.1 A1 – A3  
1.1.2 A1 – A3  
1.1.3 A3  
1.2.1 A1, A2  
1.2.2 A2
- 2. Übung:** 1.3 A1, A3  
1.4.1 A1 – A4
- 3. Übung:** 1.4.2 A1, A2 (nur  $h(t)$  aus Sprungantwort), A3, A5  
1.4.3 A1, A2, A4, A5
- 4. Übung:** 1.4.5 A1 – A3, A6  
2.2 A1
- 5. Übung:** 2.1 A1, A3, A4 (Korrektur:  $T_{50}=9,5s$ )  
3.2 A1, A4  
4.1 A1
- 6. Übung:** 4.1 A4  
4.2 A2, A3  
4.3 A1
- 7. Übung:** Reserve

## **Achtung!**

Dieses Lehrmaterial ist ausnahmslos für Lehrzwecke an der FH Jena/FB Elektrotechnik vorgesehen; Vervielfältigungen sind nur mit Genehmigung des Autors gestattet.

Ein Teil der Unterlagen ist aus den Büchern kopiert, die auf der Vorderseite als Studienliteratur angegeben sind.

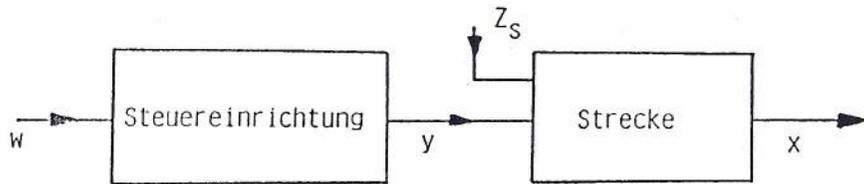


### Die drei großen "C":

- "Control": prozeßnahe Funktionen des Messens, Steuern, Regelns und Stellens sowie der übergeordneten Beobachtungsoperationen
- "Computer": Hardware- und Softwarelösungen incl. der entsprechenden Schnittstellen
- "Communication": schneller und zuverlässiger Informationsfluß zwischen den rechnergestützten Funktionen (=> zwischen den CA"X").

Steuern, Steuerung (DIN 19 226)

Die Steuerung ist der Vorgang in einem System, bei dem eine oder mehrere Größen als Eingangsgrößen andere Größen als Ausgangsgrößen auf Grund der dem System eigentümlichen Gesetzmäßigkeit beeinflussen.

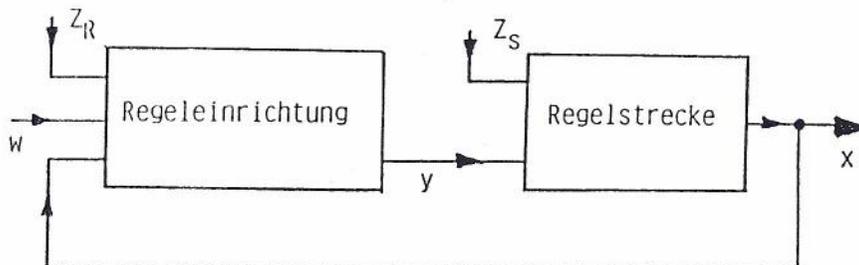


X Ausgangsgröße (Aufgabengröße)    W Eingangs- und Führungsgröße  
Y Stellgröße     $Z_S$  Störgröße

Kennzeichen für das Steuern ist der offene Wirkungsablauf über das einzelne Übertragungsglied oder die Steuerkette.

Regeln, Regelung (DIN 19 226)

Die Regelung ist ein Vorgang, bei dem eine Größe, die zu regelnde Größe (Regelgröße) fortlaufend erfaßt, mit einer anderen Größe, der Führungsgröße, verglichen und abhängig vom Ergebnis dieses Vergleichs im Sinne einer Angleichung an die Führungsgröße beeinflusst wird.



Regelkreis mit je einer Störgröße an Regeleinrichtung und Regelstrecke

x Regelgröße    W Führungsgröße  
y Stellgröße     $Z_R, Z_S$  Störgrößen

## Begriffe und Symbole der Regelungstechnik

Begriff	Symbol	Erläuterung
Eingangsgröße	$x_e$	Signal, das dem Eingang eines RKG zugeführt wird und häufig einen genau festgelegten zeitlichen Verlauf aufweist, um das dynamische Verhalten des RKG zu ermitteln.
Ausgangsgröße	$x_a$	Das vom RKG gelieferte und durch die Eingangsgröße ausgelöste Signal.
Sprungfunktion	$\hat{x}\sigma(t)$	Unstetiger Verlauf eines Signals, das für $t < 0$ null ist, für $t \geq 0$ auf den Wert $\hat{x}$ springt und diesen dann beibehält.
Einheitssprungfunktion	$\sigma(t)$	Sprungförmiges Signal vom Betrag eins.
Übergangsfunktion	$h(t)$	Das im allgemeinen zeitabhängige Verhältnis $x_a / \hat{x}_e$ , wenn $\hat{x}_e$ die Amplitude einer Sprungfunktion ist.
Sprungantwort	$x_a(t)$	Der Verlauf der Ausgangsgröße, wenn die Eingangsgröße Sprungcharakter hat. Die Sprungantwort ist identisch mit der Übergangsfunktion, wenn die Eingangsgröße eine Einheitssprungfunktion (= Sprungfunktion vom Betrag eins) ist.
Gewichtsfunktion	$g(t)$	Der Verlauf der Ausgangsgröße, wenn die Eingangsgröße ein Dirac-Impuls $\delta(t)$ ist.
Frequenzgang	$G(j\omega)$	Das von der Kreisfrequenz $\omega$ abhängige Verhältnis $x_a / x_e$ , wenn das Eingangssignal eine periodisch-harmonische Funktion ist. (Sonderfall der Übertragungsfunktion für $p = j\omega$ ).
Übertragungsfunktion	$G(p)$	Das von der komplexen Frequenz $p = -\delta + j\omega = \sigma + j\omega$ abhängige Verhältnis $x_a / x_e$ .
Amplitudengang	$\frac{ x_a }{ x_e }$	Der Betrag des (komplexen) Frequenzgangs bzw. das Verhältnis der Amplituden von Ausgangs- und Eingangssignal in Abhängigkeit von $\omega$ .
Logarithmischer Amplitudengang	$L(\omega)$	Der Ausdruck $20 \lg \frac{ x_a }{ x_e } = 20 \lg  G(j\omega) $ mit der Maßeinheit dB.
Phasengang	$\varphi(\omega)$	Der frequenzabhängige Verlauf des Phasenwinkels $\varphi$ . $\varphi$ bestimmt die Lage des Zeigers von $G(p)$ in der komplexen Ebene.
Bode-Diagramm	-	Die getrennte logarithmische bzw. halblogarithmische Darstellung des Amplituden- und Phasenverlaufs von $G(j\omega)$ in Abhängigkeit von der Kreisfrequenz $\omega$
Frequenzdekade	-	Frequenzintervall, dessen Grenzfrequenzen im Verhältnis 10 : 1 stehen.
Ortskurve	-	Die für verschiedene $\omega$ -Werte punktweise Auftragung des Frequenzgangs in der komplexen Ebene.
Übertragungsbeiwert	$K_S$ oder $K_P, K_I, K_D$	Proportionalitätsfaktor zwischen Ein- und Ausgangsgröße bei proportionalem, integralem oder differentiellem Zusammenhang.
P-Glied	-	Regelkreisglied (RKG), das die Gleichung $x_a = K_P x_e$ befolgt.
I-Glied	-	Regelkreisglied, das die Gleichung $x_a = K_I \int x_e dt$ befolgt.

D-Glied	-	Regelkreisglied, das die Gleichung $x_a = K_D dx_e / dt$ befolgt
RKG mit Ausgleich	-	RKG mit proportionalem Verhalten, dessen Ausgangsgröße bei einer Änderung der Eingangsgröße nach Durchlaufen des Übergangsbereiches einem festen Endwert (Beharrungszustand) zustrebt.
RKG ohne Ausgleich	-	RKG mit integralem Verhalten, dessen Ausgangsgröße sich bei einer Änderung der Eingangsgröße mit konstanter Geschwindigkeit ändert und keinen Beharrungszustand annimmt.
Dämpfungsgrad	D	Größe, die das Schwingverhalten eines Systems charakterisiert, für ungedämpfte Schwingungen den Wert Null und beim Verschwinden der Schwingungen den Wert Eins hat.
Kettenschaltung		Schaltung von RKGern, deren resultierender Frequenzgang das Produkt der Einzelfrequenzgänge darstellt.
Parallelschaltung von RKGern		Schaltung von RKGern, deren resultierender Frequenzgang die Summe bzw. Differenz der Einzelfrequenzgänge darstellt.
Kreisschaltung		Schaltung von RKGern mit umgekehrter Signalrichtung, so dass die Eingangsgröße des einen die Ausgangsgröße des andern ist. Geeignete Vorzeichenfestsetzung ( $\mp$ ) führt zu Gegen- bzw. Mitkopplung.
Verzögerungszeit	$T_i$	Das durch die zeitlichen Ableitungen von $x_a$ zum Ausdruck kommende träge Verhalten eines RKGs, demzufolge das Ausgangssignal einer spontanen unstetigen Änderung des Eingangssignals nicht unverzüglich folgen kann. Die Größe der Verzögerung drückt sich in der Zeitkonstanten $T_i$ ( $i = 1 \dots n$ ) aus.
Totzeit	$T_i$	Zeitintervall, nach dessen Ablauf die Ausgangsgröße eines RKGs mit Totzeit auf die Wirkung der Eingangsgröße zu reagieren beginnt.
Ausgleichszeit	$T_g$	Die Zeitdifferenz beim Wendetangentenverfahren, die durch die Schnittpunkte der Wendetangente mit der Abszisse und dem Wert des Beharrungszustandes bestimmt ist.
Verzugszeit	$T_u$	Wert der Zeit beim Wendetangentenverfahren, der vom Beginn einer nachweisbaren Änderung des Ausgangssignals bis zum Schnittpunkt der Wendetangente mit der Abszisse vergeht.
Anregelzeit	$T_{an}$	Zeitspanne, in der die Regelgröße nach einem Eingangsgrößenprung erstmalig in einen vorgegebenen Toleranzbereich eintritt.
Ausregelzeit	$T_{aus}$	Zeitspanne, in der die Regelgröße nach einem Sprung der Stör- oder Führungsgröße in einem vorgegebenen Toleranzbereich zum dauernden Verbleib eintritt.
Überschwingweite	$x_{\bar{u}}$ , $h_{\bar{u}}$ oder $M_p$	Größte vorübergehende Regelgrößenabweichung während des Übergangs von einem Beharrungszustand in einen neuen nach sprungförmiger Änderung der Eingangsgröße.
Regeldifferenz	$x_d$	Interne Größe der Regeleinrichtung, die an der Vergleichsstelle gebildet wird: $x_d = w - x$ (auch Regelfehler e).
Regelabweichung	$x_w$	Differenz zwischen Regelgröße und Führungsgröße: $x_w = x - w$

## Beispiel 1: Temperaturregelung eines Glühofens

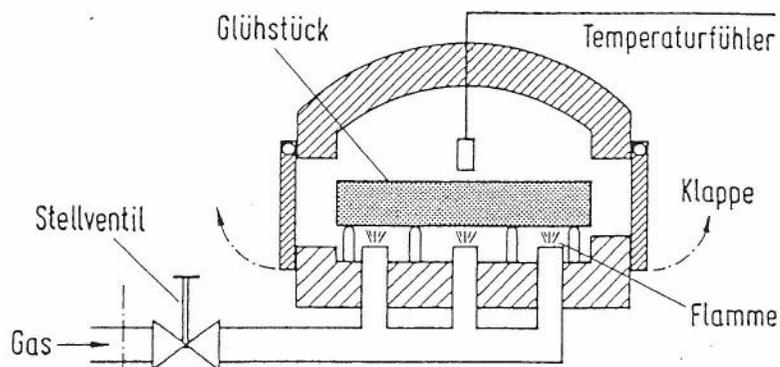


Bild 1: Anlagenschema (technologisches Schema)

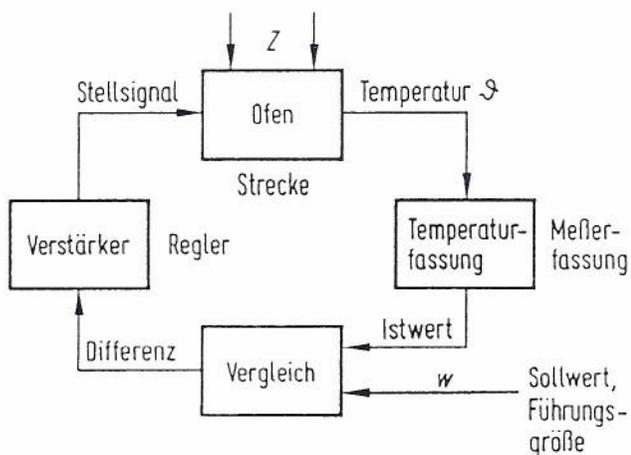


Bild 2: Regelkreisstruktur  
 Regelgröße: Temperatur  $\vartheta$  ( $\hat{=}$  Meßgröße)  
 Differenz: Regelabweichung  $x_w = x - w$  oder  
 Regeldifferenz  $x_d = w - x$  oder  
 (Regelfehler  $e = w - x$ )  
 Stellglied: Brenner  
 Regelstrecke: Glühofen  
 Meßglied: Temperaturfühler (z.B. Thermoelement)

## Beispiel 2: Drehzahlregelung

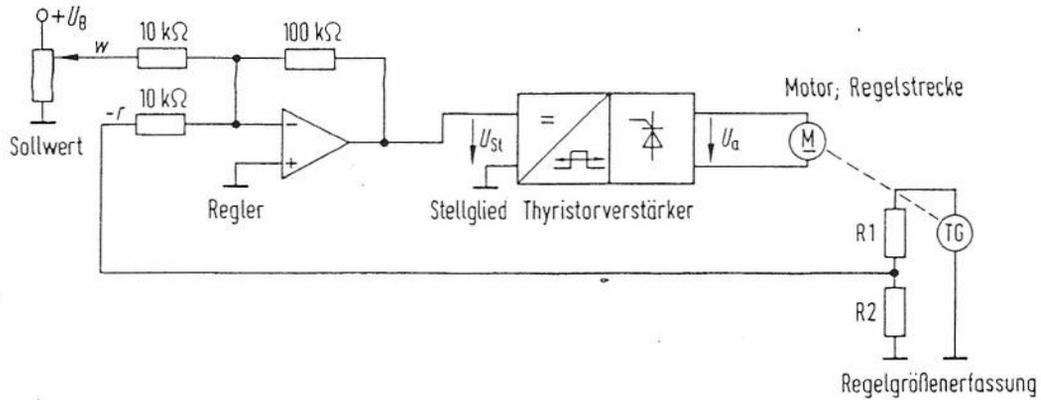


Bild 1: Baugliedplan  
 Regelgröße: Drehzahl  $n$   
 Stellglied: Thyristorsteller  
 Regelstrecke: Motor  
 Meßglied: Tachogenerator (TG)  
 Regler: beschalteter Verstärker (P-Regler)

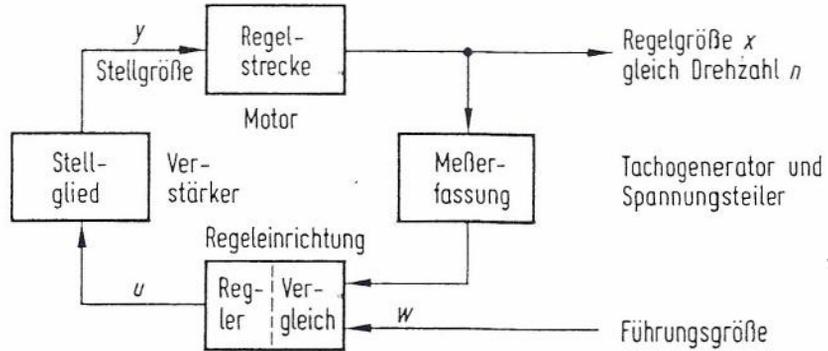
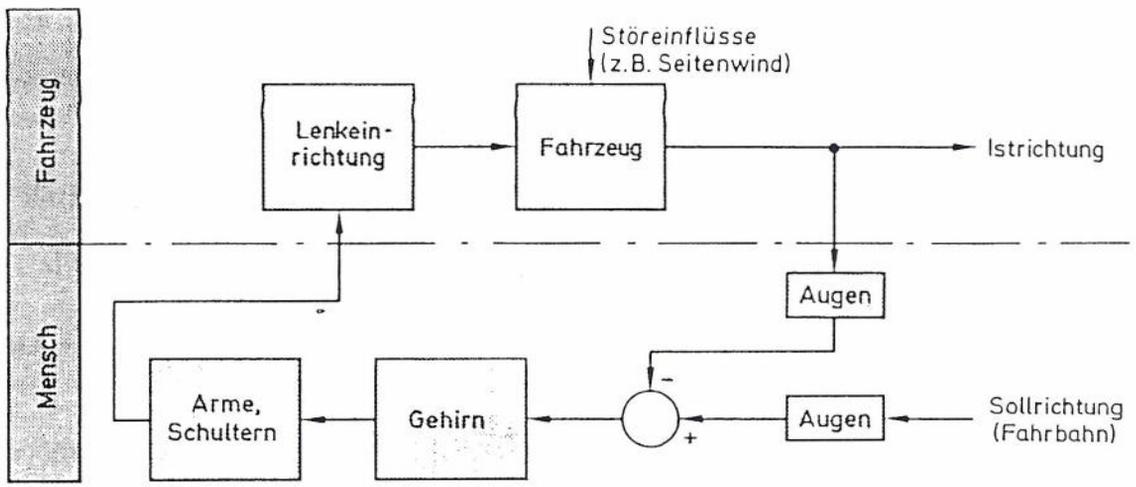


Bild 2: Regelkreisstruktur



## Tabelle

Die wichtigsten Regelgrößenarten in den verschiedenen Gebieten der Technik:

### *Mechanische Technik (Maschinenbau)*

	Einheit:
Kraft . . . . .	N (Newton) <sup>1)</sup>
Materialspannung, Druck . . . . .	N/m <sup>2</sup> , bar <sup>1)</sup>
Drehmoment . . . . .	Nm
Geschwindigkeit . . . . .	m/s
Drehzahl (besser Drehfrequenz) . . . . .	1/min, 1/s
Beschleunigung . . . . .	m/s <sup>2</sup>
Hub, Stand, Lage . . . . .	m, Grad

### *Elektrotechnik*

Spannung . . . . .	V
Strom . . . . .	A
Wirk- und Blindleistung . . . . .	W, Var
Phasenwinkel . . . . .	Grad
Frequenz . . . . .	Hz
Verstärkung . . . . .	Zahl

### *Verfahrenstechnik, Chemie*

Temperatur . . . . .	K (°C)
Druck . . . . .	N/m <sup>2</sup> , bar
Menge . . . . .	l, m <sup>3</sup> bzw. kg, t
Durchfluß, Massenstrom . . . . .	l/h, m <sup>3</sup> /h bzw. kg/h, t/h
Gemisch- oder Durchflußverhältnis . . . . .	%
Niveau . . . . .	m
Ionenkonzentration . . . . .	pH
elektrische Leitfähigkeit von Flüssigkeiten . . . . .	µS/cm
Lichtdurchlässigkeit . . . . .	%
Gaszusammensetzung . . . . .	Volum.-%
absolute und relative Feuchte . . . . .	g/m <sup>3</sup> bzw. %
Heizwert . . . . .	kJ/kg, kJ/m <sup>3</sup> <sup>2)</sup>

### *Beleuchtungstechnik*

Beleuchtungsstärke . . . . .	lx
------------------------------	----

### *Fahrzeugtechnik*

Geschwindigkeit . . . . .	m/s, km/h
Beschleunigung . . . . .	m/s <sup>2</sup>
Kurs . . . . .	Grad
Höhe . . . . .	m
Seitenlage . . . . .	Grad

<sup>1)</sup> Zur Umrechnung gilt: 1 N = 0,102 kp bzw. 1 kp = 9,81 N und 1 bar = 10<sup>5</sup> N/m<sup>2</sup> = 1,02 kp/cm<sup>2</sup>.

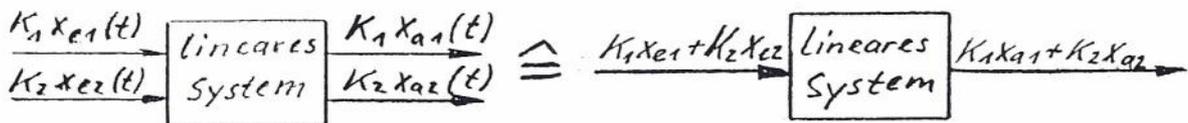
<sup>2)</sup> J = Joule (sprich Tschule). Zum Umrechnen in die überholte Kalorie (cal) gilt: 1 J = 1 Ws = 0,239 cal.

Übertragungsglied: Rückwirkungsfreies Glied mit mindestens einem Eingangs- und Ausgangssignal, das durch sein Übertragungsverhalten charakterisiert wird. Unterscheidung in:

- aktive/passive Ü.
- analoge/diskrete; kontinuierliche/disk.; stetige/unstetige Ü.
- lineare/nichtlineare Ü.

Signalflußplan: ( auch: Blockschaltbild, Signalflußbild, Signalflußdiagramm ) Sinnbildliche Darstellung der wirkungsmäßigen Zusammenhänge zwischen Übertragungsgliedern eines Systems, ihrer Kopplung, Signalverknüpfung, -umformung und -verarbeitung.

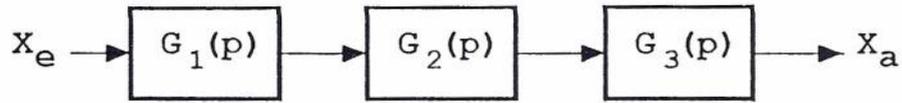
Linearität: Ein System heißt linear, wenn das Superpositionsprinzip ( Überlagerungsprinzip ) gilt:



Nach dem Superpositionsprinzip kann das Verhalten eines linearen Übertragungsgliedes untersucht werden, indem nacheinander die Abhängigkeit zwischen den einzelnen Eingangs- und Ausgangsgrößen untersucht wird, wobei jedesmal die restlichen Eingangsgrößen konstant zu halten sind.

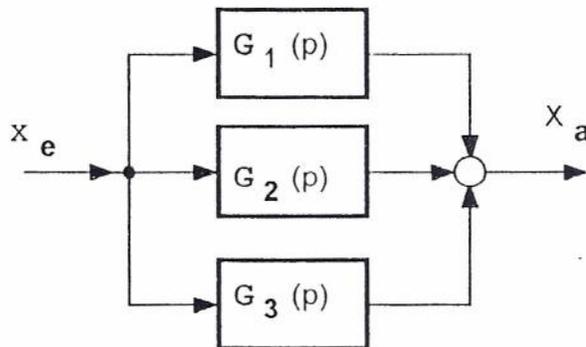
# Blockschaltbilder für Grundschaltungen

## 1. Reihenschaltung



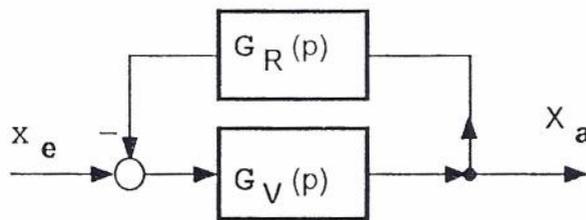
$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = G_1(p) * G_2(p) * G_3(p)$$

## 2. Parallelschaltung



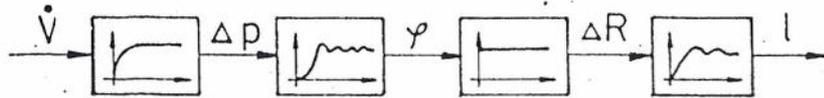
$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = G_1(p) + G_2(p) + G_3(p)$$

## 3. Rückkopplungsschaltung



$$G(p) = \frac{G_V(p)}{1 + G_V(p) * G_R(p)}$$

Blockschaltbild, Blockschaltplan, Blockdiagramm - funktionelle (sinnbildliche) Darstellung der wirkungsmäßigen Zusammenhänge zwischen den Signalen eines Systems oder einer Anzahl von aufeinander einwirkenden Systemen.  
 Beispiel: Durchflußmeßeinrichtung nach dem Wirkdruckverfahren (äquivalent Beispiel Baugliedplan)

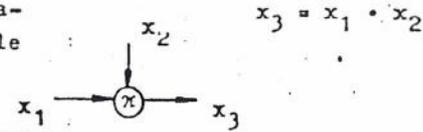


In die Blöcke wird das Übertragungsverhalten des jeweiligen Gliedes oder Gleichungen eingetragen, die bei stetig linearen Gliedern das dynamische Verhalten und bei unstetigen Gliedern das statische Verhalten charakterisieren.

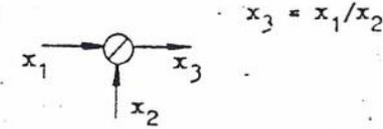
Grundelemente für die Darstellung in Blockschaltbildern

Bezeichnung	Symbol	Rechenoperation	Bemerkungen
Lineares Übertragungsglied		$x_a = K_p \cdot x_e$	$K_p$ - Übertragungsfaktor
Nichtlineares Übertragungsglied		$x_a = f(x_e)$	
Verzweigungsstelle		$x_1 = x_2 = x_3 = x_4$	Bei mehr als drei abgehenden Signalen werden mehrere Verzweigungsstellen benutzt
Additionsstelle		$x_3 = x_1 + x_2 - x_4$	Minuszeichen (in Pfeilrichtung gesehen) rechts vom Pfeil

Multiplikationsstelle

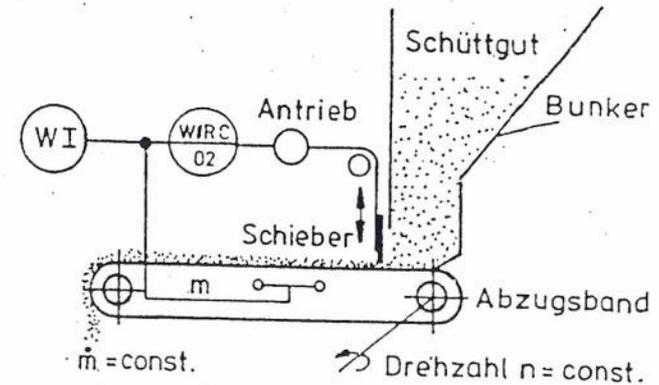


Divisionsstelle



Divisor ( $x_2$ ) und Quotient ( $x_3$ ) müssen beide rechts vom Bruchstrich liegen

Technologisches Schema: Funktionsschema technologischer Anlagen (Anlagenschema). Vereinfachte symbolische Darstellung einer zu automatisierenden Anlage (oder eines Prozesses) mit Angabe der MSR-Stellen zum Erkennen der Funktion der Automatisierungseinrichtungen. Auf gerätetechnischen Einzelheiten wird dabei nicht eingegangen; die MSR-Stellen werden durch Kennbuchstaben und Symbole dargestellt (entspr. TGL 14091/Blatt 01).



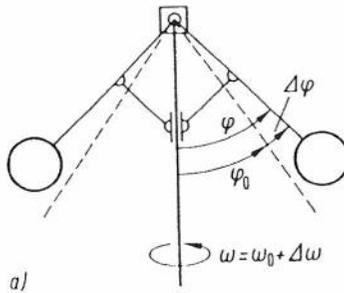
Technologisches Schema einer Dosierbandwaage mit eingetragenen MSR - Symbolen

**Beispiel:** Digitale Simulation des Fliehkraftpendels von Bild 2.2

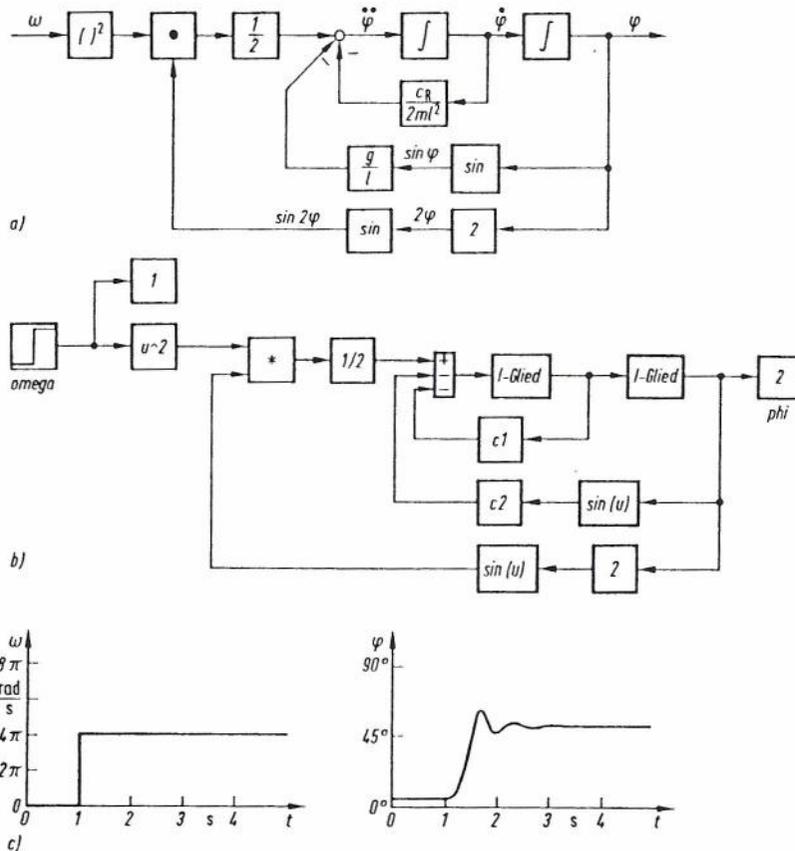
Ein mathematisches Modell des Übertragungsverhaltens zwischen der Drehzahl  $\omega$  und der Pendelauslenkung  $\varphi$  ist die folgende nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung (Herleitung in Abschn. 2.3.1)

$$\ddot{\varphi} = \frac{\omega^2}{2} \sin 2\varphi - \frac{g}{l} \sin \varphi - \frac{c_R}{2ml^2} \dot{\varphi}$$

Dabei ist  $l$  die Pendellänge,  $m$  die Pendelmasse,  $g$  die Erdbeschleunigung und  $c_R$  eine Reibungskonstante. Um das Modell als Wirkungsplan darzustellen (Bild 2.10a), zeichne man ein  $I$ -Glied mit der Ausgangsgröße  $\varphi$ , die zugleich Ausgangsgröße des mathematischen Modelles ist. Die Eingangsgröße des  $I$ -Gliedes ist  $\dot{\varphi}$ . Macht man die Eingangsgröße  $\dot{\varphi}$  des  $I$ -Gliedes zur Ausgangsgröße eines weiteren  $I$ -Gliedes, dann ist dessen Eingangsgröße  $\ddot{\varphi}$ . Wie  $\ddot{\varphi}$  zu berechnen ist, zeigt die gegebene Differentialgleichung: Die drei Summanden auf der rechten Seite sind im Wirkungsplan Bild 2.10a die drei Eingangsgrößen des Summiergliedes. Bild 2.10b ist der in ein grafisches Simulationsprogramm umgesetzte Wirkungsplan und Bild 2.10c zeigt ein Simulationsergebnis (Zahlenwerte:  $l = 10 \text{ cm}$ ,  $m = 0,5 \text{ kg}$ ,  $c_R = 0,05 \text{ Nms}$ ).



**Bild 2.2** Fliehkraftpendel



**Bild 2.10** Fliehkraftpendel

- a) Wirkungsplan
- b) Graphisches Simulationsprogramm in MATLAB/SIMULINK
- c) Simulationsergebnis

Beispiel aus Mann/Schiffelgen, S.24ff

**Tabellen zur Bildung der Kennbuchstabenkombination nach DIN 19227**

Tabelle 1. Erster Kennbuchstabe

Kennbuchstabe	Art der physikalischen Größe
D	Dichte
E	elektrische Größe
F	Durchfluß, Durchsatz
G	Abstand, Länge, Stellung
H	Handeingabe, Handeingriff
K	Zeit
L	Stand (auch von Trennschicht)
M	Feuchte
P	Druck
Q	Qualitätsgrößen
R	Strahlungsgrößen
S	Geschwindigkeit, Drehzahl, Frequenz
T	Temperatur
U	zusammengesetzte Größen
V	Viskosität
W	Gewichtskraft, Masse

Die Buchstaben N, O, X, Y sind frei verfügbar

Tabelle 2. Ergänzungsbuchstabe

Kennbuchstabe	Ergänzende Angaben zur Messung
D	Differenz
V	Verhältnis
J	(Abfragen, Scannen)*
Q	Integral, Summe

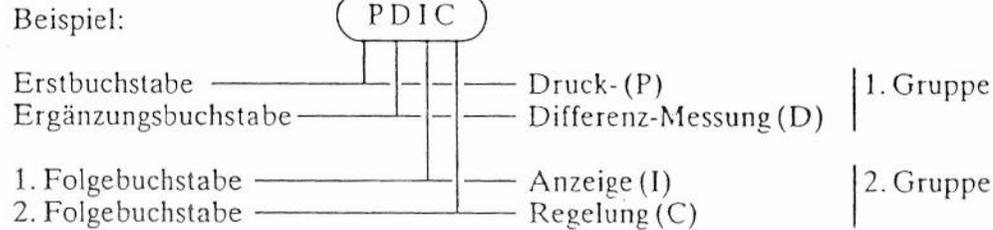
\* Nach ISO 3511/1

Tabelle 3. Folgebuchstaben

Kennbuchstabe	Folgebuchstaben zur Angabe der Verarbeitung
A	Grenzwertmeldung, Alarm
C	Regelung, Steuerung
E	Aufnehmerfunktion*)
I	Anzeige
O	Sichtzeichen, Ja/Nein-Aussage
R	Registrierung
S	Schalten
T	Meßumformerfunktion*)
V	Stellgerätefunktion*)
X	sonstige Funktion*)
Y	Rechenfunktion*)
Z	Noteingriff

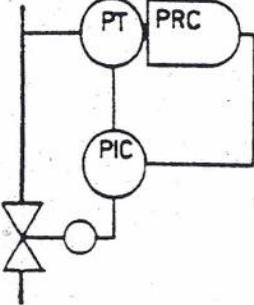
Reihenfolge mehrerer Funktionen  
O, I, R, C, S, Z, A  
\*) Ergänzungen nach DIN 19227/3

Beispiel:



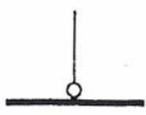
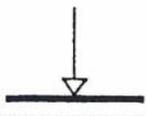
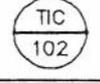
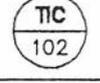
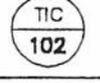
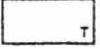
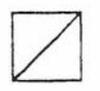
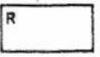
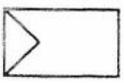
- 11 -

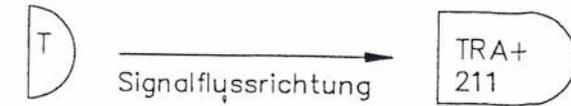
Bildzeichen der MSR-Technik in der Verfahrenstechnik nach DIN 19 227 Teil 1 (Auswahl)

Benennung	Bildzeichen	Bemerkungen	Benennung	Bildzeichen	Bemerkungen
MSR-Stelle örtlich		-	PR-Stellenkreis gestreckt		-
MSR-Stelle mit Übertragung in Meßwarte		-	PR-Stellenkreis	 oder 	bei ausschließlicher PR-Funktion
MSR-Stelle Langrund		für mehr als 3 Kennbuchstaben	PR-Stellenkreis mit Stellgerät		-
Stellantrieb allgemein		-	PR-Stellenkreis mit MSR-Stellenkreis		-
Stellantrieb mit Handverstellung		-	PR-Verbindung, Sollwertführung durch PR bei konventionellem Druck-Regelkreis		-
Handstellantrieb		entspricht ISO			
Stellgerät		Bildzeichen 353 nach DIN 30 600			

- 111 -

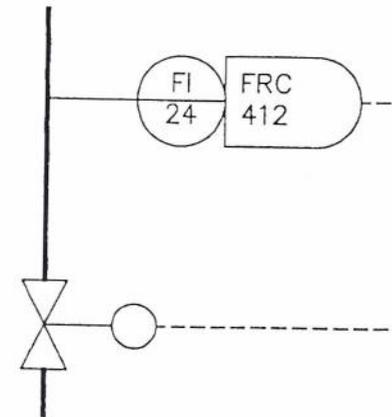
### Regelungstechnische Begriffe

Begriff	Zeichen oder Symbol	Erklärung
MSR	—	Messen, Steuern, Regeln
MSR-Stelle	—	Stelle, an der MSR-Funktionen ausgeführt werden
Meßort		Ort, an dem gemessen wird
Stellort		Ort, an dem auf die Anlage eingewirkt wird
MSR-Stellen-Kreis		gibt die Funktionen einer MSR-Stelle an
Ausgabeort Bedienort		Kennzeichnet den Ort, an dem sich die Ausgabe- und Bediengeräte befinden
Kennbuchstaben		Kennzeichnet die MSR-Funktion (TIC = Temperatur anzeigen und regeln)
MSR-Stellen-Nummer		Identifizierungsnummer der MSR-Stelle
Aufnehmer		Erfasst die zu messende Größe
Umformer		Formt ein Eingangssignal in ein damit eindeutig zusammenhängendes Ausgangssignal um
Ausgeber		z.B. Schreiber oder Anzeigegerät
Regler		Beeinflußt die Stellgröße so, daß die Regelgröße gleich der Führungsgröße gehalten wird
PR-Stellen-Kreis		Gibt die Prozeßrechnerfunktionen bezüglich einer MSR-Stelle an

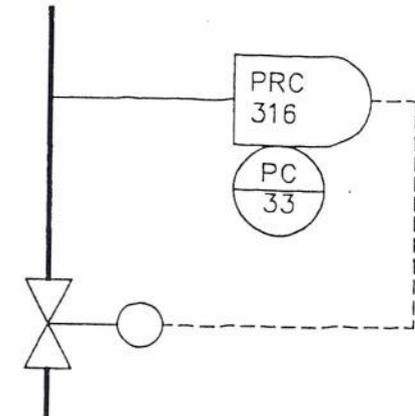


a)

b)

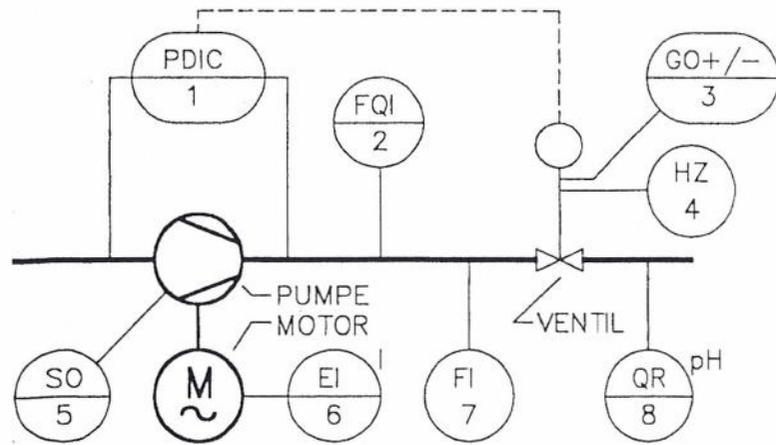


c)



d)

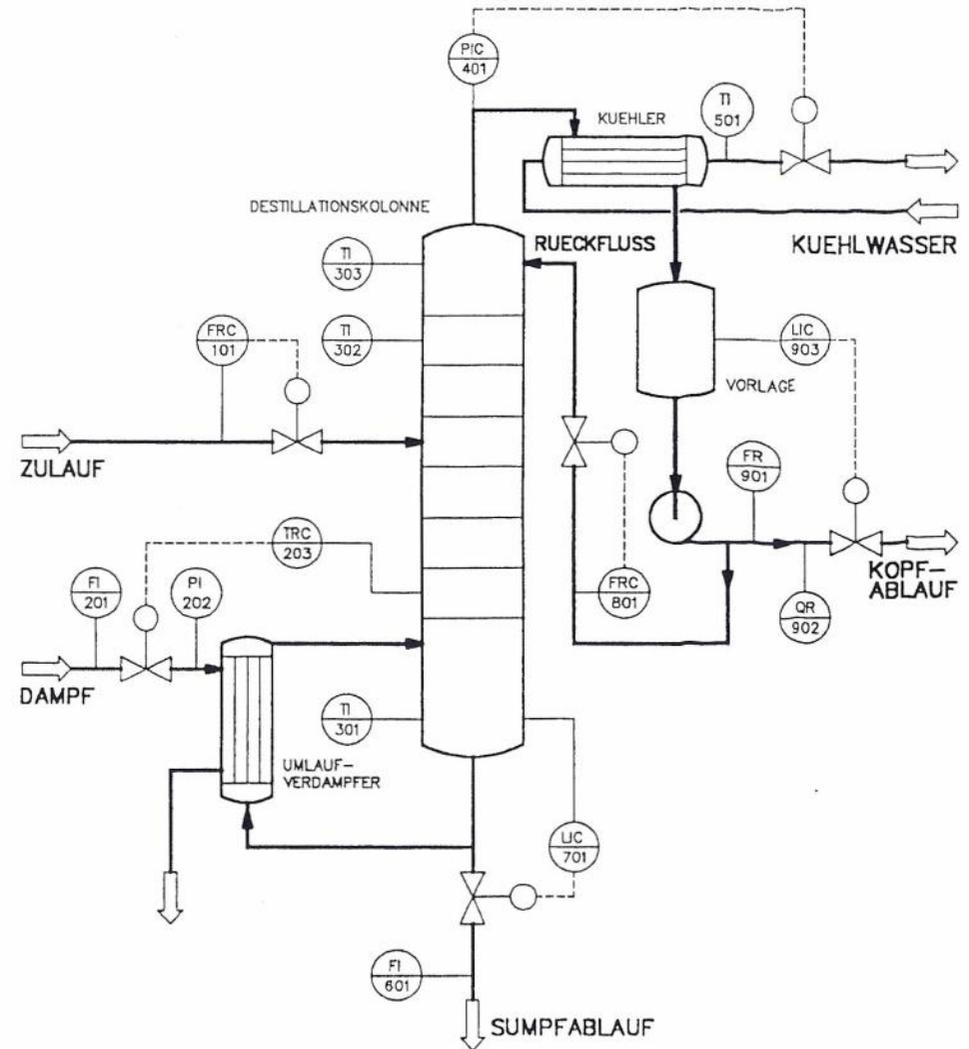
Darstellung von Prozeßrechnerfunktionen. a) Grundsymbol, PR-Stellen-Kreis mit Temperatursignal, b) gestreckter PR-Stellen-Kreis mit Temperaturregistrierung und Alarm, c) Durchflußanzeige in der Warte und Registrierung sowie Regelung durch Prozeßrechner, d) Druckregistrierung und -regelung durch Prozeßrechner mit 'back-up'-Regler.



Differenzdruckregelung, nähere Erläuterungen siehe Text.

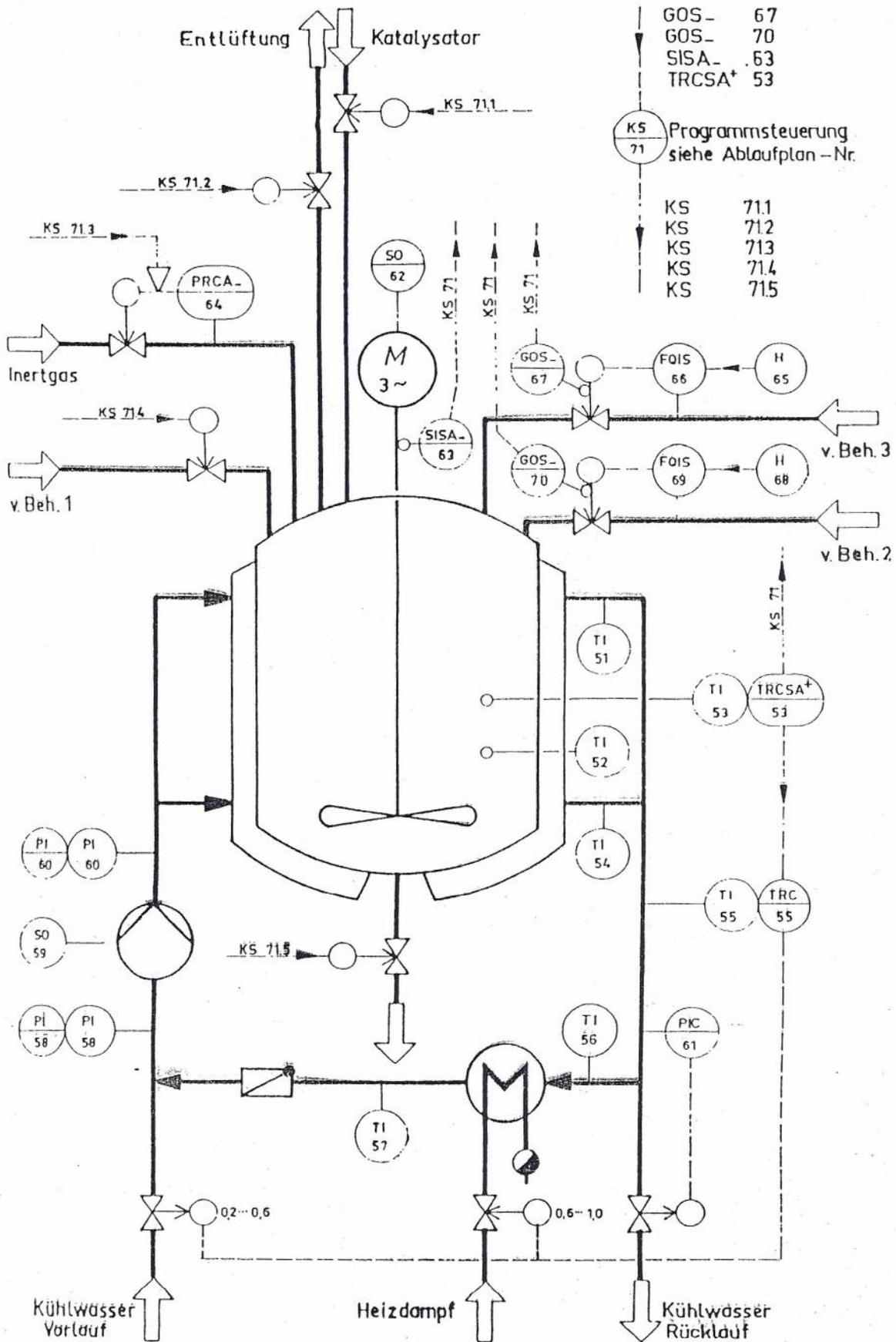
Pumpe, die von einem Drehstrommotor angetrieben wird, durch eine Rohrleitung mit einem Ventil gepumpt.

An der Meßstelle 5 (SO 5) wird die Drehzahl (S) der Pumpe überwacht und in der Warte (unterstrichen) wird durch Sichtzeichen angezeigt, ob die Pumpe läuft oder nicht (O). Der Strom des Elektromotors wird ebenfalls gemessen und in der Warte angezeigt (EI 6). Hierbei bedeutet E, daß es sich um eine elektrische Größe handelt, die angezeigt wird (I). Daß es sich um den Strom und nicht z.B. um die Spannung handelt, wird durch das Kurzzeichen für Strom (I) außerhalb des Kreises angegeben. Der Durchfluß (F) wird zum einen an der Anlage direkt angezeigt (FI 7, nicht unterstrichen), andererseits (FQI 2) aufsummiert (Ergänzungsbuchstabe Q) und somit in der Warte als Menge angezeigt. Der MSR-Stellen-Kreis mit der MSR-Stellen-Nummer 1 (PDIC1) stellt dar, daß der Differenzdruck über die Pumpe (PD) ebenfalls in der Warte angezeigt und über das Ventil geregelt wird (C). Die Stellung des Ventils (Auf, Mittelstellung, Zu) wird in der Warte durch Sichtzeichen kenntlich gemacht (GO+/- 3). Das Ventil kann vor Ort im Notfall von Hand verstellt werden (HZ 4). Schließlich wird der pH-Wert (der Säuregrad) der Flüssigkeit bestimmt und in der Warte registriert (QR 8, Zusatz pH).



MSR-Einrichtungen einer Destillationskolonne (nach W. Peinke)

Anwendungsbeispiel Rührkessel-Reaktor



GOS- 67  
 GOS- 70  
 SISA- 63  
 TRCSA+ 53

KS 71 Programmsteuerung  
 siehe Ablaufplan-Nr.

- KS 711
- KS 712
- KS 713
- KS 714
- KS 715

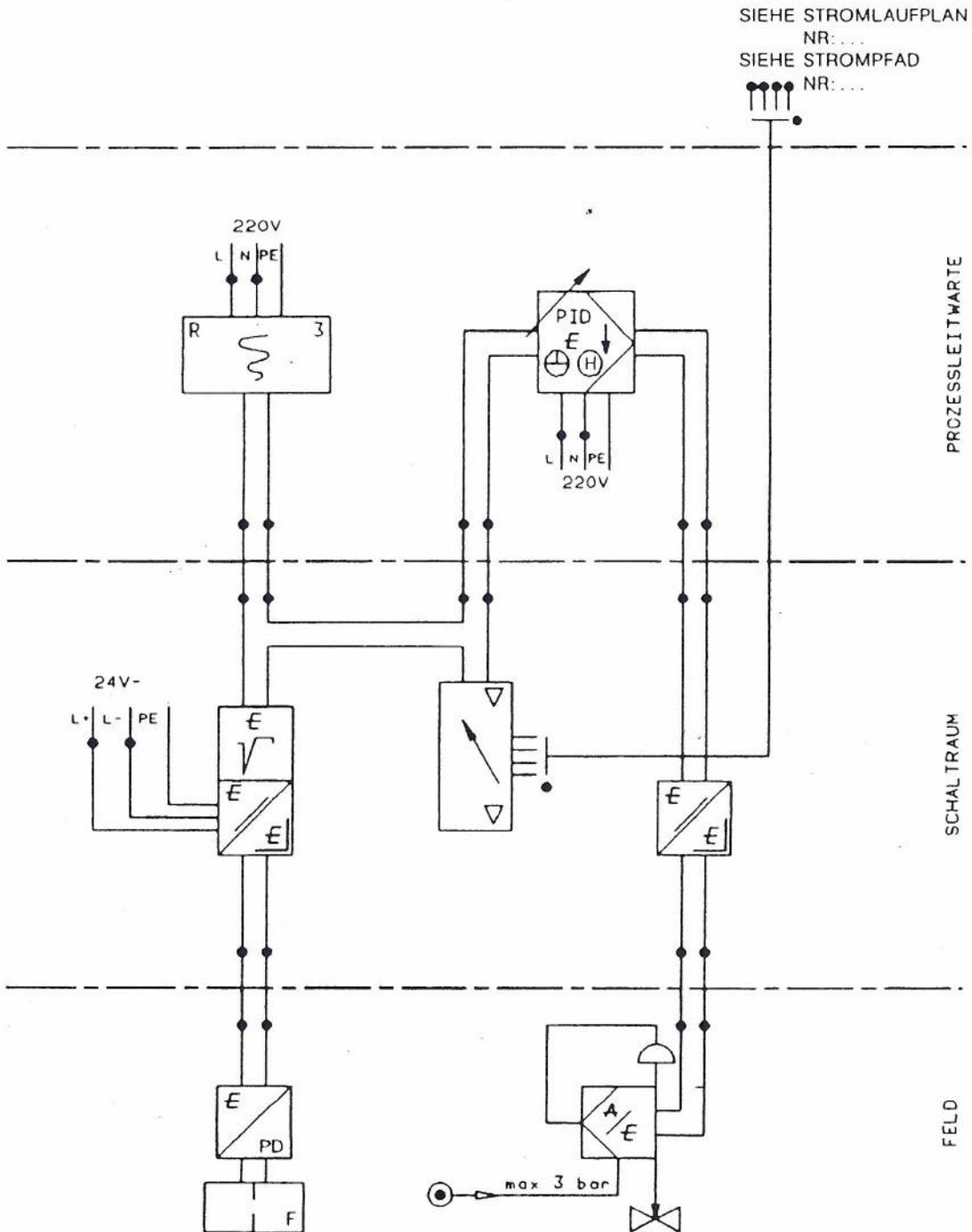
Lfd. Nr.	Funktionskennzeichen	Medium Meßgröße Meßort	Meßsignal Meßbereich	Meßwertgeber Hersteller Gerät/Typ	Empfangs			Meßwertverarbeitung												Bemerkungen									
					ort			Regel.		Anzeiger				Schreiber				Zähler			Grenzw.				Meldeanlage				
					1	2	3	4	6	7	1	2	3	4	1	2	3	4	1		2	3	4	6	7	1	2	3	4
1	FIS-OC F9.03	3F50001 Durchflußmessung Ablauf	4-20mA 0-2000m <sup>3</sup> /h	E+H PVH500	X	X	X	X	X										X										24V DC 1 Impuls/m <sup>3</sup> DN 500
2	FIQ FA.4.01	3F50801 Schmutzwasser Durchflußmessung Schmutzwasserablauf	4-20mA 0-280m <sup>3</sup> /h	E+H PVH500	X	X	X	X	X										X										24V DC 1 Impuls/m <sup>3</sup> DN 500
3	FIQ F9.06	3F50701 Spülwasser Durchflußmessung Spülwasserleitung	4-20mA 0-3000m <sup>3</sup> /h	E+H PVH500	X	X	X	X	X										X										24V DC 1 Impuls/m <sup>3</sup> DN 500
4	LCS+ F1.01	3L50101 Rohwasser Niveau Filter 1	4-20mA 0-0.15m	kap. Stabsonde Multicap DC11 FMC 671Z, E+H	X	X	X												X									HAW 26ZZ HAW 26Z E+H 2-polig	
5	LCS+ F2.01	3L50201 Rohwasser Niveau Filter 2	4-20mA 0-0.15m	kap. Stabsonde Multicap DC11 FMC 671Z, E+H	X	X	X												X									HAW 26ZZ HAW 26Z E+H 2-polig	
6	LS-A++ F1.02	3L50102 Rohwasser Grenzwert Filter 1		Dreistabsonde 11363 FTW 470Z, E+H	X	X				X	X								X						X	X		HAW 26Z E+H 3-polig	
7	LS-A++ F2.02	3L50202 Rohwasser Grenzwert Filter 2		Dreistabsonde 11363 FTW 470Z, E+H	X	X				X	X								X						X	X		HAW 26Z E+H 3-polig	
8	PSA- F1.10.1	3P50101 Filter Druckgrenzwert Filter 1		Haenni 5003	X	X				X	X								X						X	X		Magnet- springkontakt 1 Wechsler	
9	PSA- F2.10.1	3P50201 Filter Druckgrenzwert Filter 2		Haenni 5003	X	X				X	X								X						X	X		Magnet- springkontakt 1 Wechsler	
10	LS+A- F9.04	3L50001 Filter Grenzwert Spülwasserspeicher		Dreistabsonde 11363 FTW 470Z, E+H	X	X				X	X								X									HAW 26Z E+H 3-polig	
Bemerkungen :		1 = vor Ort 2 = Schaltanlage 3 = örtl. Warterraum 4 = Zentr. Warte 6 = Hardware 7 = Software																											
WABAG GRUPPE DEUTSCHE BABCOCK		Kunde: Abwasserverband Stockacher Aach			MEBSTELLENLISTE												Z.-Nr.												
		Auftrag-Nr.: 0221.66.01			Anlage: Kläranlage Bodman												Blatt 01												
		Revision:																											

-13-

# Beispiel für einen Regelkreis als Geräteschema

Seite 20 DIN 19 227 Teil 2

Beispiel 2:  
EMSR-Stellenplan FRCA 002, Durchflußregelung (elektrisch)



IP-Schutzarten (IP: Internat. Protection)  
(DIN 40050)

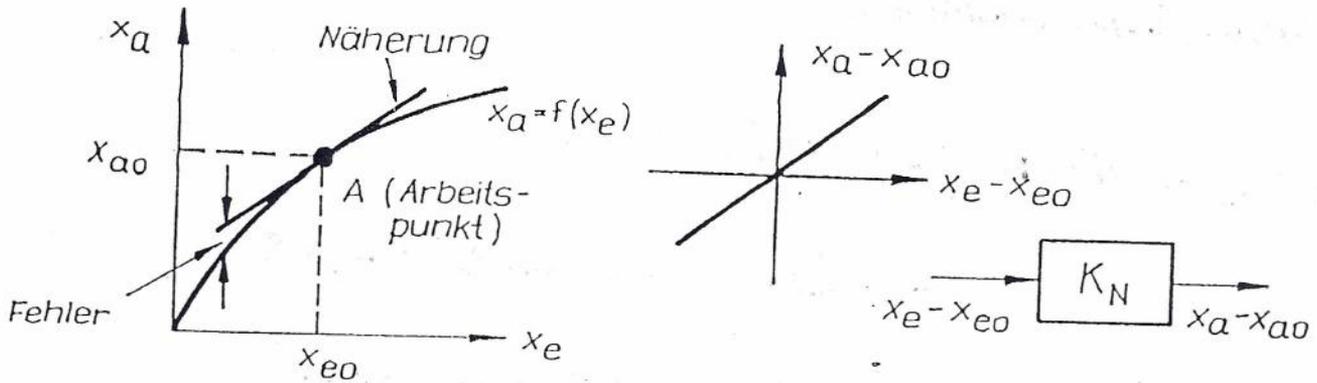
**So werden die Kennziffern zusammengesetzt:**

Ziffer	erste Stelle (Feste Körper)
0	kein besonderer Schutz
1	kein Eindringen von großen Fremdkörpern größer 50 mm Durchmesser möglich
2	kein Eindringen von mittelgroßen Fremdkörpern größer 12 mm Durchmesser möglich
3	kein Eindringen von kleinen Fremdkörpern größer 2.5 mm Durchmesser möglich
4	kein Eindringen von kornförmigen Fremdkörpern größer 1 mm Durchmesser möglich
5	Schutz gegen schädliche Staubablagerung
6	Vollständiger Schutz gegen Eindringen von Staub
7	-
8	-

	zweite Stelle (Wasser)
0	kein besonderer Schutz
1	Schutz gegen senkrecht fallendes Tropfwasser
2	Schutz gegen bis 15° schräganfallendes Tropfwasser
3	Schutz gegen Sprühwasser bis 60° Schräge
4	Schutz gegen Spritzwasser aus allen Richtungen
5	Schutz gegen Strahlwasser aus allen Richtungen
6	Schutz gegen schwere See
7	Bei kurzzeitigem Eintauchen darf kein Wasser in schädlicher Menge eintreten
8	Dauerndes Untertauchen bei bestimmtem Druck

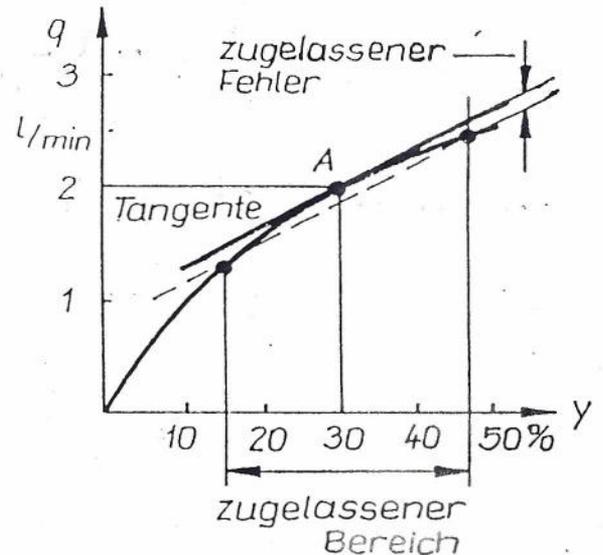
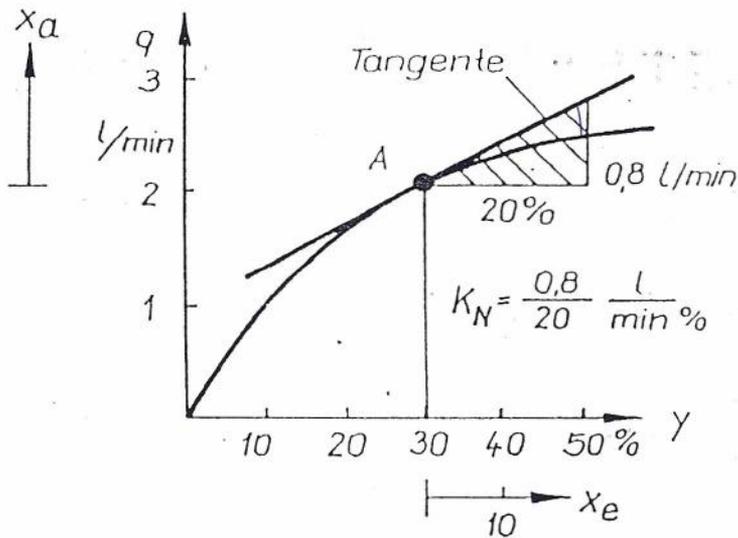
Beispiel: IP54 ; IP65

# Linearisierung



Zum Verfahren der Tangentlinearisierung einer Kennlinie

## Beispiel: Ventilkenlinie

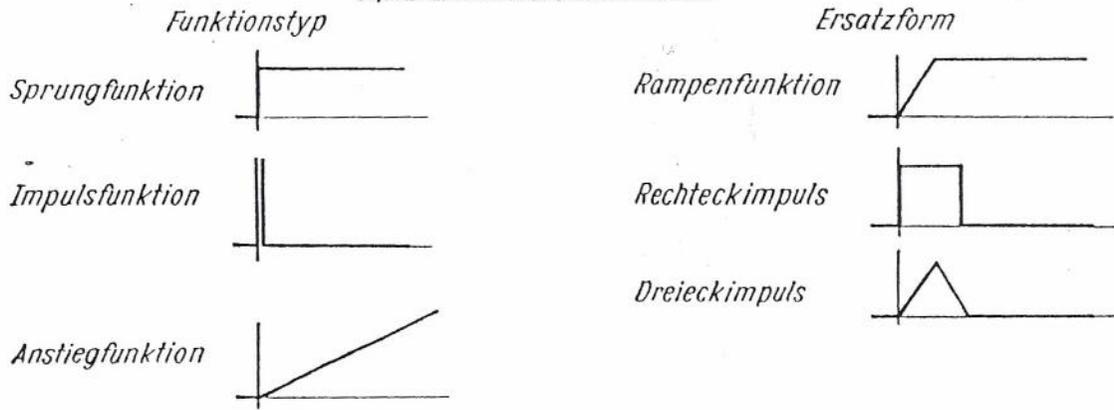


$q$  - Durchfluss in  $\frac{\text{l}}{\text{min}}$   
 $y$  - Stellgröße in  $\%$   
 Arbeitspunkt:  $y_0 = 30\%$ ,  $q_0 = 2 \text{ l/min}$

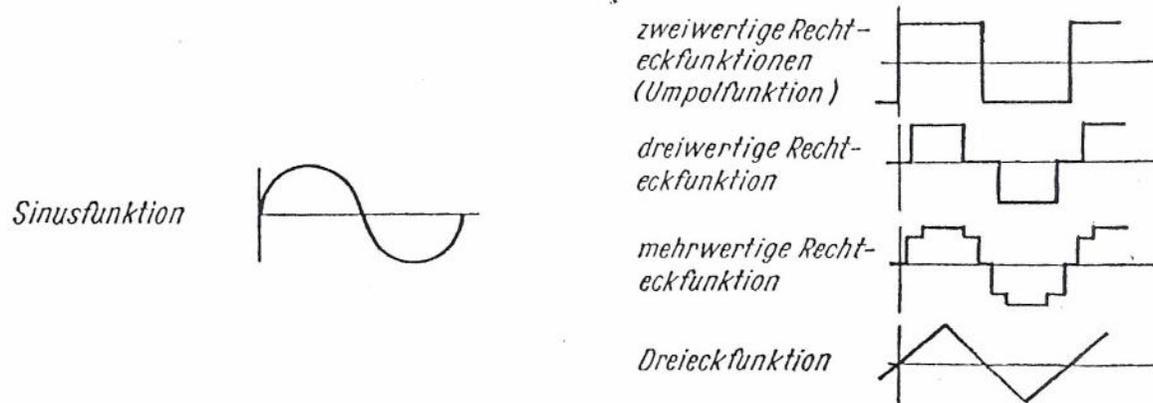


# Störfunktionen (Testsignale)

## Aperiodische Testfunktionen

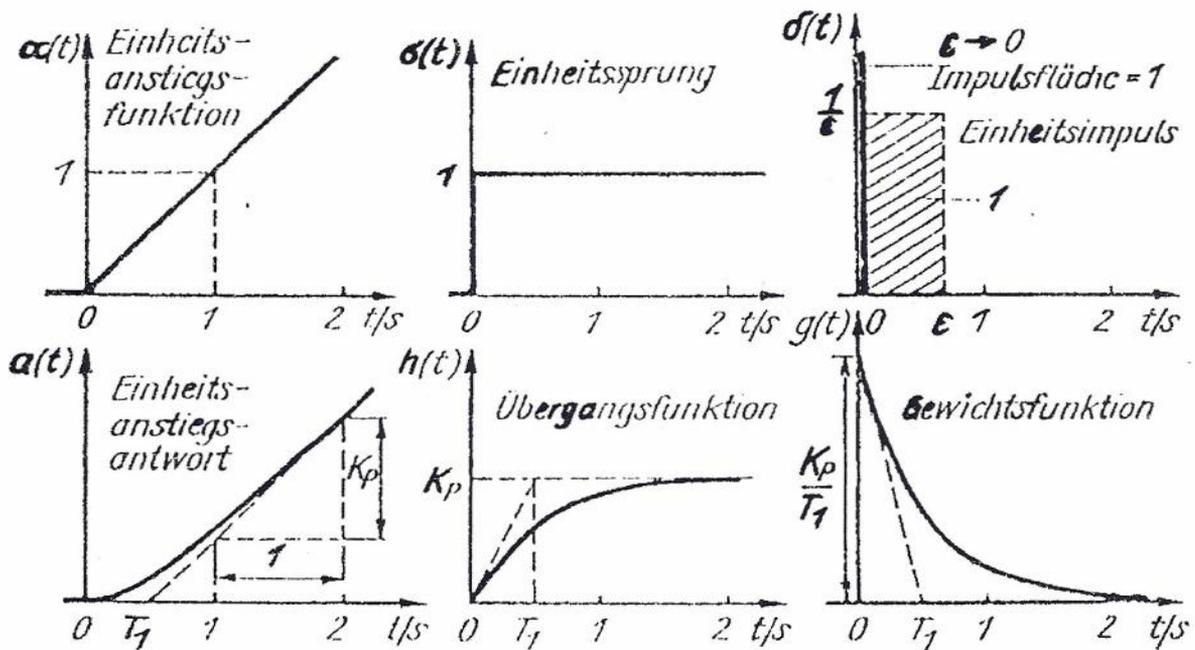


## Periodische Testfunktionen



## Einheitseingangs- und -ausgangsfunktion

$$\alpha(t) = \frac{X_e(t)}{c} = \begin{cases} 0 & \forall t \leq 0 \\ t & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad \alpha(t) = \frac{X_e(t)}{X_{e0}} = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ 1 & \forall t \geq 0 \end{cases} \quad \delta(t) = \frac{X_e(t)}{A} = \begin{cases} 0 & \forall t < 0 \\ \infty & \forall t = 0 \\ 0 & \forall t > 0 \end{cases}$$



$$\alpha(t) = \frac{X_a}{c}$$

$$h(t) = \frac{X_a(t)}{X_{e0}}$$

$$g(t) = \frac{X_a(t)}{A}$$

$$\sigma(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

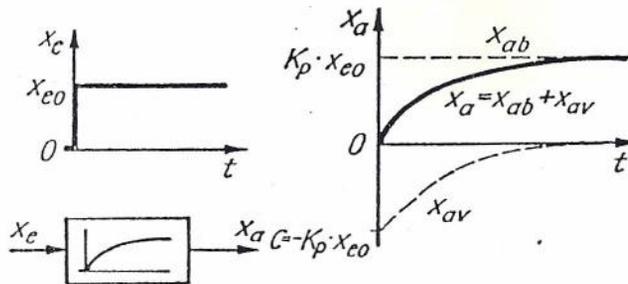
$$h(t) = \frac{d\alpha(t)}{dt}$$

$$\delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt} = \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$$

$$g(t) = \frac{dh(t)}{dt} = \frac{d^2\alpha(t)}{dt^2}$$

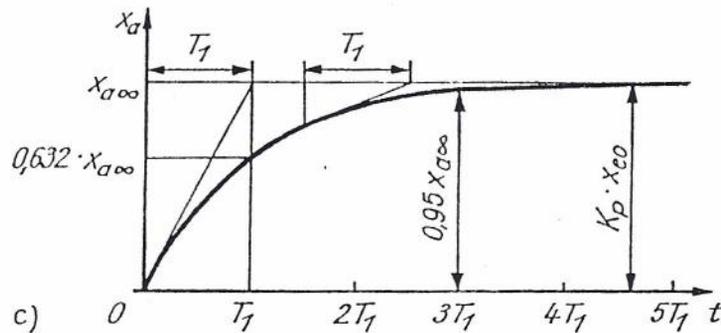
Sprungantwort  $PT_1$ -Glied

$$\dot{x}_a = \frac{K_p x_{c0}}{T_1} e^{-t/T_1}$$



a)

$$b) x_a(t) = K_p x_{c0} (1 - e^{-\frac{t}{T_1}})$$



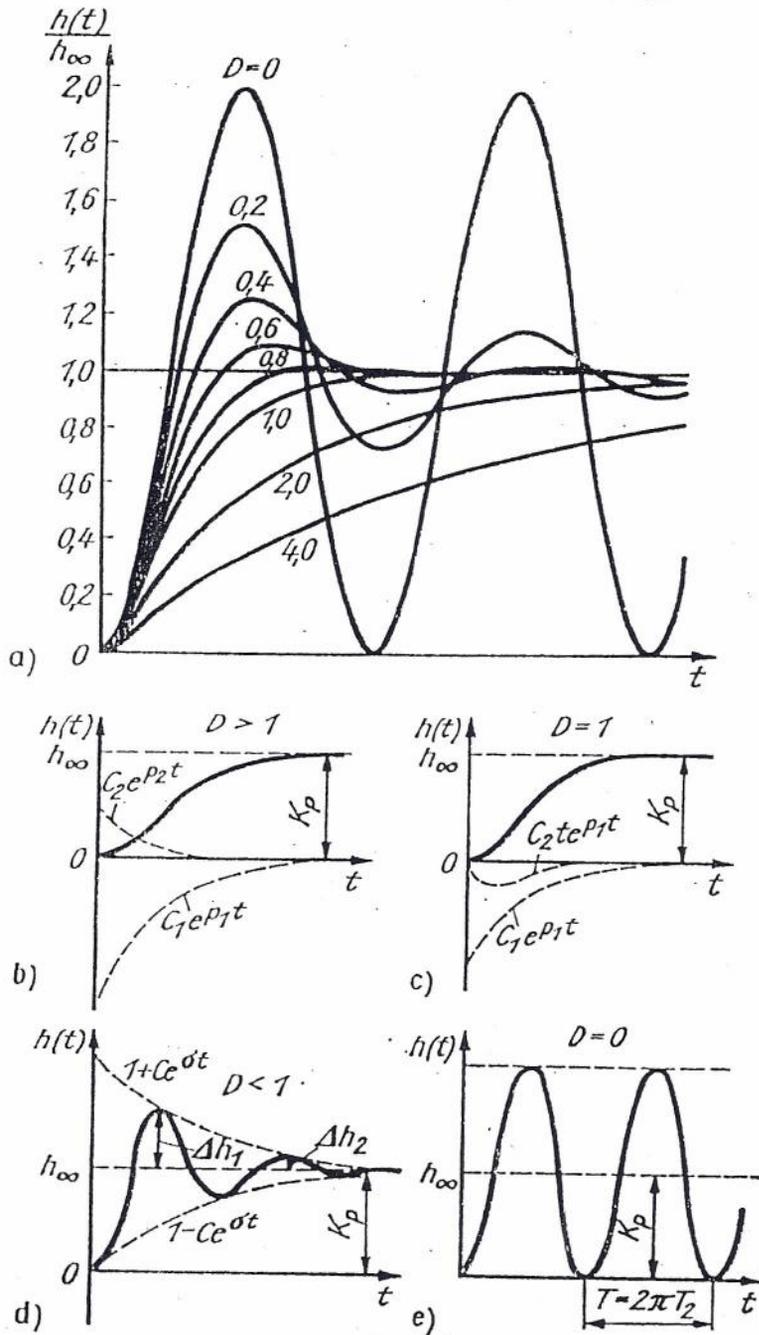
c)

$\frac{t}{T_1}$	0	1	1,2	2	3	4
$\frac{x_a}{x_{a\infty}}$	0	0,632	0,699	0,865	0,950	0,982

$\approx 63\%$     $\approx 70\%$     $\approx 95\%$     $\approx 98\%$

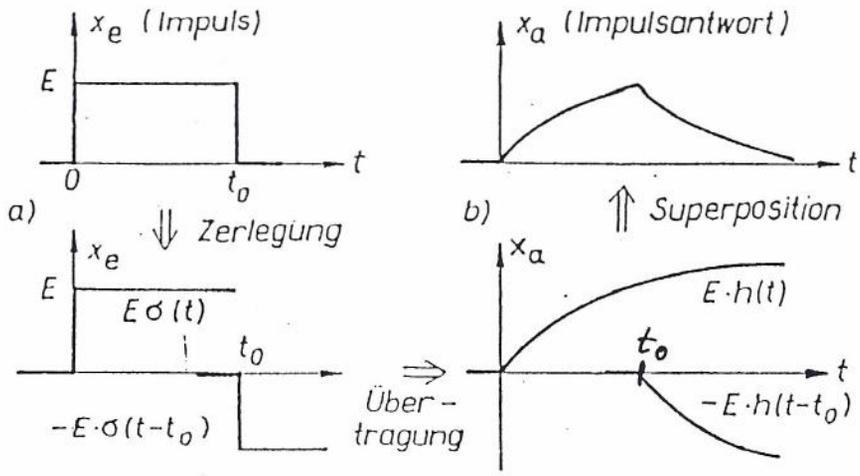
Nach  $t = T_1$  ist etwa 63% des Endwerts erreicht.

$T_{95}$ -Zeit

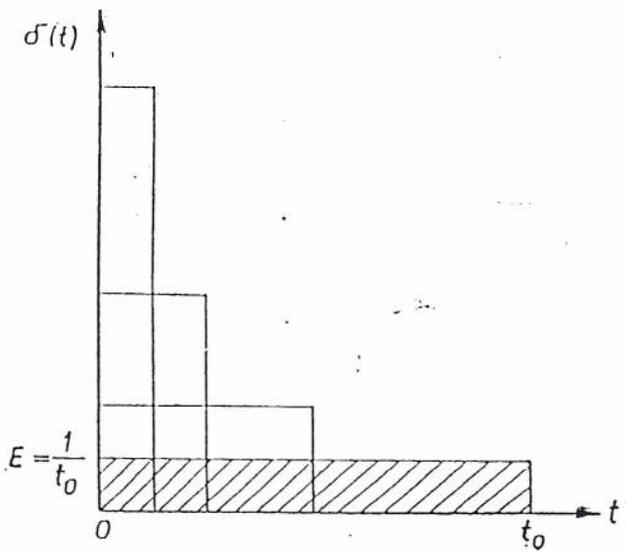


Übergangsfunktionen eines PT2-Gliedes

a)  $h(t)/h_s$  in Abhängigkeit vom Dämpfungsgrad  $D$ ; b) bis e)  
Lösungsanteile  $x = x_b + x_v$  bei unterschiedlichen Dämpfungsgraden



Der Rechteckimpuls kann als Summe zweier Sprungfunktionen aufgefaßt werden. Die Impulsantwort läßt sich dann mittels des Superpositionsprinzips berechnen.



Die Stoßfunktion als Grenzwert von Rechteckimpulsen der Stärke 1

# Laplace-Transformation

## Rechenregeln

### Linearitätssätze

$$Af(t) \circ \bullet AF(p)$$

Multiplikation mit einem konstanten Faktor und

$$f_1(t) + f_2(t) + \dots + f_n(t) \circ \bullet F_1(p) + F_2(p) + \dots + F_n(p)$$

Überlagerungssatz gelten im Zeit- und Bildbereich

$$f(at - t_1) \circ \bullet \frac{1}{a} e^{-t_1 p} F\left(\frac{p}{a}\right)$$

Lineare Substitution im Oberbereich:  
 $a > 0$ , reell,  $t_1 > 0$

$$\text{für } a = 1; t_1 > 0$$

Verschiebungssatz

$$\text{für } a \neq 1; t_1 = 0$$

Ähnlichkeitssatz

$$F(ap + b) \circ \bullet \frac{1}{a} e^{-\frac{b}{a}t} f\left(\frac{t}{a}\right)$$

Lineare Substitution im Unterbereich:  
 $a > 0$

$$\text{für } a \neq 1; b = 0$$

Ähnlichkeitssatz

$$\text{für } a = 1; b \neq 0$$

Dämpfungssatz

### Differentiationssatz

$$f(t) \circ \bullet F(p)$$

$$f'(t) \circ \bullet pF(p) - f(+0)$$

$$f''(t) \circ \bullet p^2 F(p) - pf(+0) - f'(+0)$$

$$f^{(n)}(t) \circ \bullet p^n F(p) - p^{n-1}f(+0) - p^{n-2}f'(+0) - \dots - pf^{(n-2)}(+0) - f^{(n-1)}(+0) \quad \text{usw.}$$

$$\frac{df(t)}{dt} = f'(t); \quad \frac{d^2f(t)}{dt^2} = f''(t)$$

vereinfacht sich zu

$$f(t) \circ \bullet F(p)$$

wenn sämtliche Anfangswerte der Zeitfunktion gleich Null sind

$$f'(t) \circ \bullet pF(p)$$

$$f''(t) \circ \bullet p^2 F(p)$$

$$f^{(n)}(t) \circ \bullet p^n F(p)$$

Der Differentiation im Zeitbereich entspricht dann nur eine Multiplikation der Bildfunktion mit  $p$

### Integrationssatz

$$\int_0^t f(t) dt \circ \bullet \frac{1}{p} F(p)$$

Der Integration im Zeitbereich entspricht die Division der zugehörigen Bildfunktion durch  $p$

### Grenzwertsätze

$\lim_{t \rightarrow +0} h(t) = \lim_{p \rightarrow +\infty} G(p) = \lim_{\omega \rightarrow +\infty} F(j\omega)$  Im Augenblick der Eingabe eines Sprungsignals (Einschaltung) verhält sich ein lineares System so, als sei das Eingangssignal eine Sinusschwingung von unendlich großer Frequenz

$\lim_{t \rightarrow +\infty} h(t) = \lim_{p \rightarrow +0} G(p) = \lim_{\omega \rightarrow +0} F(j\omega)$  Im stationären Zustand ( $t \rightarrow \infty$ ) verhält sich ein lineares und stabiles System so, als habe das Eingangssignal die Frequenz 0. Dieser zweite Grenzwertsatz gilt nur für stabile Systeme

## Korrespondenzen der Laplace-Transformation

Funktion	Oberbereich Zeitbereich $f(t) (t \geq 0)$	Unterbereich Bildbereich $F(p)$
Nadelimpuls	$\delta(t)$	1
Einheitssprung	$1(t)$	$\frac{1}{p}$
Exponentialfunktion	$\frac{t^{n-1} e^{p_0 t}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{(p - p_0)^n}$
Ungedämpfte, harmonische Schwingung	$\sin \omega_0 t$	$\frac{\omega_0}{p^2 + \omega_0^2}$
	$\cos \omega_0 t$	$\frac{p}{p^2 + \omega_0^2}$
Einige Ableitungen aus obigen Korrespondenzen	$e^{p_0 t}$	$\frac{1}{p - p_0}$
	$e^{-p_0 t}$	$\frac{1}{p + p_0}$
	$t$	$\frac{1}{p^2}$
	$t^2$	$\frac{2}{p^3}$

- 23 -

Tafel 6. Tabellen zu LAPLACE-Transformationen

Nr.	Bildbereich	Originalbereich
1	1	$\delta(t)$
2	$\frac{1}{p}$	1 für $\operatorname{Re} p > 0$
3	$\frac{1}{p^2}$	$t$ für $\operatorname{Re} p > 0$
4	$\frac{1}{p^n}$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$ für $\operatorname{Re} p > 0$
5	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
6	$\frac{1}{p \sqrt{p}}$	$2 \sqrt{\frac{t}{\pi}}$
7	$\frac{1}{p-a}$	$e^{at}$ für $\operatorname{Re} p > \operatorname{Re} a$
8	$\frac{1}{ap+1}$	$\frac{1}{a} e^{-t/a}$
9	$\frac{1}{p(p-a)}$	$\frac{1}{a} (e^{at} - 1)$
10	$\frac{1}{p^2(p-a)}$	$\frac{1}{a^2} (e^{at} - at - 1)$
11	$\frac{1}{p(p-a)^2}$	$\frac{1}{a^2} [1 + (at-1)e^{at}]$
12	$\frac{1}{p(ap+1)}$	$1 - e^{-t/a}$
13	$\frac{1}{p(p-a)(p-b)}$	$\frac{1}{ab} \left( 1 + \frac{b e^{at} - a e^{bt}}{a-b} \right)$
14	$\frac{1}{p(ap+1)(bp+1)}$	$1 + \frac{a e^{-t/a} - b e^{-t/b}}{b-a}$
15	$\frac{1}{p^2(ap+1)}$	$a e^{-t/a} + t - a$
16	$\frac{1}{(p-a)^2}$	$t e^{at}$
17	$\frac{1}{(p-\alpha)^3}$	$\frac{1}{2} t^2 e^{\alpha t}$
18	$\frac{a}{p^2 + \alpha^2}$	$\sin at$

Tafel 6 (Fortsetzung)

Nr.	Bildbereich	Originalbereich
19	$\frac{a}{p^2 - a^2}$	$\frac{1}{2} (e^{at} - e^{-at}) = \sinh at$
20	$\frac{a^2}{p(p^2 + a^2)}$	$1 - \cos at$
21	$\frac{2a^2}{p(p^2 + 4a^2)}$	$\sin^2 at$
22	$\frac{a^2}{p^2(p^2 + a^2)}$	$t - \frac{1}{a} \sin at$
23	$\frac{a^4}{p(p^2 + a^2)^2}$	$1 - \cos at - \frac{at}{2} \sin at$
24	$\frac{1}{(1+ap)^2}$	$\frac{1}{a^2} t e^{-t/a}$
25	$\frac{1}{(ap+1)^3}$	$\frac{1}{2a^3} t^2 e^{-t/a}$
26	$\frac{1}{p(ap+1)^2}$	$1 - \frac{a+t}{a} e^{-t/a}$
27	$\frac{1}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{e^{at} - e^{bt}}{a-b}$
28	$\frac{1}{(ap+1)(bp+1)}$	$\frac{e^{-t/a} - e^{-t/b}}{a-b}$
29	$\frac{1}{p^2 + \alpha p + \beta}$ für $\frac{1}{4} \alpha^2 - \beta > 0$	$\frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - \beta}} \sinh \sqrt{\frac{\alpha^2}{4} - \beta} t$
30	$\frac{1}{p^2 + \alpha p + \beta}$ für $\frac{1}{4} \alpha^2 - \beta < 0$	$\frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}} \sin \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}} t$
31	$\frac{1}{\sqrt{p+a}}$	$\frac{e^{-at}}{\sqrt{\pi t}}$
32	$\frac{p}{p^2 + a^2}$	$\cos at$
33	$\frac{p}{p^2 - a^2}$	$\frac{1}{2} (e^{at} + e^{-at}) = \cosh at$
34	$\frac{bp+c}{p^2 + a^2}$	$b \cos at + \frac{c}{a} \sin at$
35	$\frac{bp+c}{p(p-a)}$	$-\frac{c}{a} + \left( b + \frac{c}{a} \right) e^{at}$

-24-

Tafel 6 (Fortsetzung)

Nr.	Bildbereich	Originalbereich
36	$\frac{p}{(p-a)^2}$	$(1+at)e^{at}$
37	$\frac{p}{(p-a)^2}$	$\left(t + \frac{1}{2}at^2\right)e^{at}$
38	$\frac{bp+c}{(p-a)^2}$	$[b+(ab+c)t]e^{at}$
39	$\frac{p}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{ae^{at}-be^{bt}}{a-b}$
40	$\frac{p+c}{p^2+\alpha p+\beta}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta > 0$	$\frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma} \left[ \left(c - \frac{\alpha}{2}\right) \sinh \gamma t + \gamma \cosh \gamma t \right]$ mit $\gamma = \sqrt{\frac{\alpha^2}{4}-\beta}$
41	$\frac{p+c}{p^2+\alpha p+\beta}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta < 0$	$\frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma_1} \left[ \left(c - \frac{\alpha}{2}\right) \sin \gamma_1 t + \gamma_1 \cos \gamma_1 t \right]$ mit $\gamma_1 = \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}$
42	$\frac{1}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$-\frac{(c-b)e^{at} + (a-c)e^{bt} + (b-a)e^{ct}}{(a-b)(a-c)(b-c)}$
43	$\frac{1}{(ap+1)(bp+1)(cp+1)}$	$\frac{a(b-c)e^{-t/a} + b(c-a)e^{-t/b} + c(a-b)e^{-t/c}}{(a-b)(a-c)(b-c)}$
44	$\frac{1}{p(p^2+\alpha p+\beta)}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta > 0$	$\frac{1}{\beta} \left[ \frac{1-e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma} \left( \frac{\alpha}{2} \sinh \gamma t + \gamma \cosh \gamma t \right) \right]$ mit $\gamma = \sqrt{\frac{\alpha^2}{4}-\beta}$
45	$\frac{1}{p(p^2+\alpha p+\beta)}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta < 0$	$\frac{1}{\beta} \left[ 1 - \frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma_1} \left( \frac{\alpha}{2} \sin \gamma_1 t + \gamma_1 \cos \gamma_1 t \right) \right]$ mit $\gamma_1 = \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}$
46	$\frac{p}{(p-a)(p-b)(p-c)}$	$\frac{a(b-c)e^{at} + b(c-a)e^{bt} + c(a-b)e^{ct}}{(a-b)(a-c)(b-c)}$
47	$\frac{p}{(ap+1)(bp+1)(cp+1)}$	$\frac{(c-b)e^{-t/a} + (a-c)e^{-t/b} + (b-a)e^{-t/c}}{(a-b)(a-c)(b-c)}$
48	$\frac{p+c}{p(p^2+\alpha p+\beta)}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta > 0$	$\frac{c}{\beta} \left\{ 1 - \frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma} \left[ \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{c} \right) \sinh \gamma t + \gamma \cosh \gamma t \right] \right\}$ mit $\gamma = \sqrt{\frac{\alpha^2}{4}-\beta}$

Tafel 6 (Fortsetzung)

Nr.	Bildbereich	Originalbereich
49	$\frac{p+c}{p(p^2+\alpha p+\beta)}$ für $\frac{\alpha^2}{4}-\beta < 0$	$\frac{c}{\beta} \left\{ 1 - \frac{e^{-(\alpha/2)t}}{\gamma_1} \left[ \left( \frac{\alpha}{2} - \frac{\beta}{c} \right) \sin \gamma_1 t + \gamma_1 \cos \gamma_1 t \right] \right\}$ mit $\gamma_1 = \sqrt{\beta - \frac{\alpha^2}{4}}$
50	$\frac{p^2}{(p-a)^3}$	$\left(1+2at + \frac{a^2t^2}{2}\right)e^{at}$
51	$\frac{(p+a)^2}{p(p-a)^2}$	$1+4ate^{at}$
52	$\frac{p^2+2a^2}{p(p^2+4a^2)}$	$\cos^2 at$
53	$\frac{(p+a)^2}{p(p^2+a^2)}$	$1+2\sin at$
54	$\frac{ap}{(p^2+a^2)^2}$	$\frac{t}{2} \sin at$
55	$\frac{ap^2}{(p^2+a^2)^2}$	$\frac{1}{2} (\sin at + at \cos at)$
56	$\frac{p^3}{(p^2+a^2)^2}$	$\cos at - \frac{at}{2} \sin at$
57	$\frac{1}{(p+a)(p^2+b^2)}$	$\frac{1}{a^2+b^2} \left( e^{-at} - \cos bt + \frac{a}{b} \sin bt \right)$
58	$\frac{p}{(p+a)(p^2+b^2)}$	$\frac{a}{a^2+b^2} \left( -e^{-at} + \cos bt + \frac{b}{a} \sin bt \right)$
59	$\frac{1}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}$	$\frac{a \sin bt - b \sin at}{ab(a^2-b^2)}$
60	$\frac{p}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}$	$\frac{\cos bt - \cos at}{a^2-b^2}$
61	$\frac{p^2}{(p^2+a^2)(p^2+b^2)}$	$\frac{a \sin at - b \sin bt}{a^2-b^2}$
62	$\ln \frac{p-a}{p}$	$\frac{1-e^{at}}{t}$
63	$\ln \frac{p-a}{p-b}$	$\frac{e^{bt}-e^{at}}{t}$
64	$\ln \frac{p^2+a^2}{p^2}$	$\frac{2}{t} (1-\cos at)$
65	$\arctan \frac{a}{p}$	$\frac{\sin at}{t}$

-25-

### Pol-Nullstellen-Plan (PN-Plan)

Der PN-Plan ist die graphische Darstellung der Wurzeln von Zähler- und Nennerpolynom der Übertragungsfunktion  $G(p)$  in der komplexen Zahlenebene

$$G(p) = \frac{b_0 + b_1 \cdot p + b_2 p^2 + \dots + b_m \cdot p^m}{a_0 + a_1 \cdot p + a_2 p^2 + \dots + a_n \cdot p^n} = \frac{b_m (p - p_{Z1})(p - p_{Z2}) \dots (p - p_{Zm})}{a_n (p - p_{N1})(p - p_{N2}) \dots (p - p_{Nn})} = \frac{Z(p)}{N(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}$$

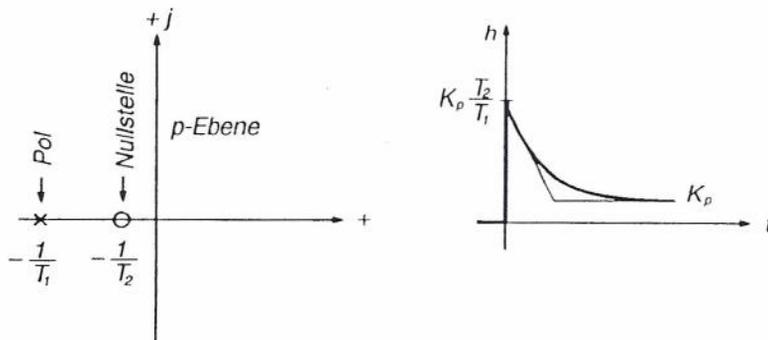
$p_{Nk} =$  Pole von  $G(p)$  oder Nullstellen des Nennerpolynoms

$p_{Zk} =$  Nullstellen von  $G(p)$  oder Nullstellen des Zählerpolynoms

Beispiel:  $G(p) = K_p \frac{(1 + p T_D)}{(1 + p T_1)} = K_p \frac{T_D(p + \frac{1}{T_D})}{T_1(p + \frac{1}{T_1})}$

Pol bei  $p_{N1} = -\frac{1}{T_1}$  (Darstellung mit x)

Nullstelle bei  $p_{Z1} = -\frac{1}{T_D}$  (Darstellung mit o)



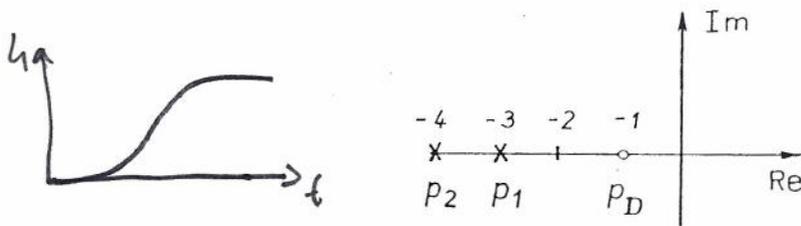
Die Lage der Pole und Nullstellen ist typisch für das Zeitverhalten des Übertragungsgliedes.

**Eigenschaften der Pole und Nullstellen:**

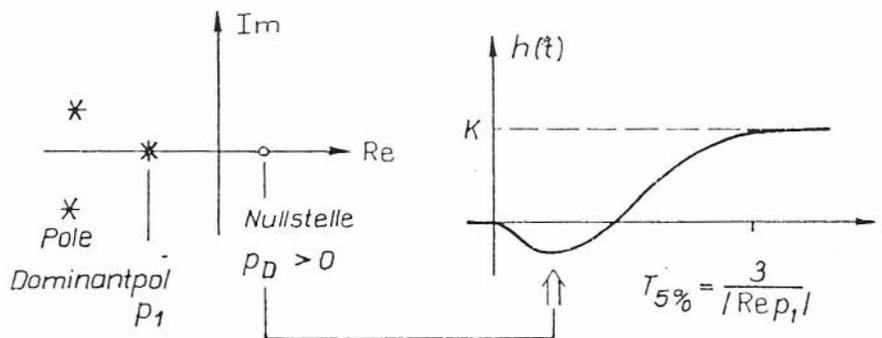
1. Die Pole ( $N(p) = 0$ ) von  $G(p)$  bestimmen das Zeitverhalten (die dynamischen Eigenschaften) des Übertragungsgliedes.
2. Die reelle Achse der  $p$ -Ebene ist Symmetrielinie im PN-Plan.  
Bei realisierten Übertragungsgliedern ist die Anzahl der Pole größer als die der Nullstellen.
3. Liegen sämtliche Pole in der linken Halbebene des PN-Planes ( $\text{Re } p_i < 0$ ), dann zeigt das Übertragungsglied stabiles Verhalten. Der Pol, der der imaginären Achse am nächsten liegt, heißt Dominantpol und bestimmt, wie langsam der Übergang abklingt. Bei weiter entfernt liegenden Polen klingt der flüchtige Anteil schneller ab.
4. Komplexe Pole in der linken Halbebene deuten auf abklingende Schwingungen. Gilt in  $p = \delta + j\omega$  sogar  $|\delta| < \omega$ , ist das Übertragungsglied resonanzfähig ( $\rightarrow$  starkes Überschwingen und damit schlechtes dynamisches Verhalten). Gilt für eine Nullstelle  $p_D$  der Zusammenhang

$$0 > p_D > \text{Re } p_1 > \text{Re } p_2 \dots$$

so ist das Übertragungsglied resonanzfähig.



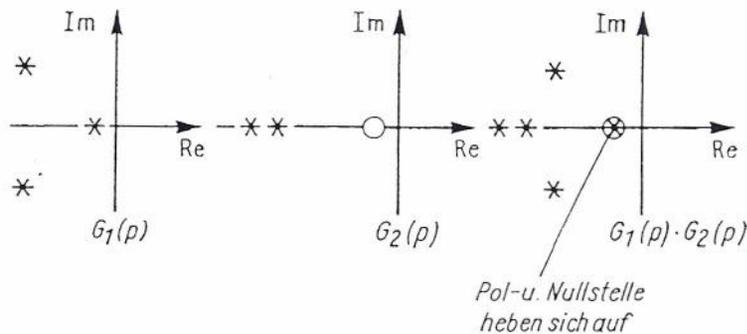
5. Ein Übertragungsglied heißt phasenminimal, wenn dessen Pole und Nullstellen sämtlich in der linken Hälfte des PN-Planes liegen.



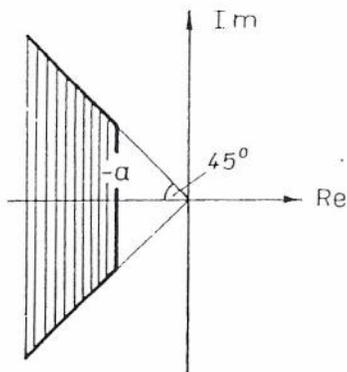
PN-Bild und Übergangsfunktion eines nichtphasenminimalen Gliedes

6. Wenn sich eine einfache Polstelle und eine einfache Nullstelle decken, heben sie sich in ihrer Wirkung auf; liegen sie nahe beieinander, beeinträchtigen sie sich entsprechend.

7. Werden zwei Übertragungsglieder hintereinanderschaltet, dann überlagern sich ihre Pole und Nullstellen. Diese Eigenschaft nutzt man, um unerwünschte Pole durch gleichgelagerte Nullstellen eines zweiten Übertragungsgliedes (Korrekturglied) zu kompensieren.



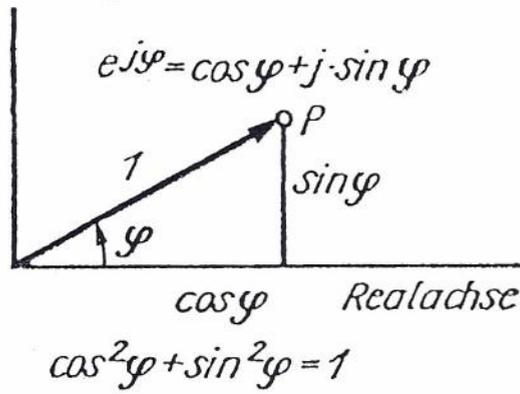
8. Wenn alle Pole von  $G(p)$  im schraffierten Gebiet des nachfolgenden Bildes liegen, dann klingt  $x_h(t)$  schneller als  $e^{-\alpha t}$  ab. Liegt außerdem keine Nullstelle von  $G(p)$  rechts von den Polen, ist das Übertragungsglied nicht resonanzfähig und  $x_h(t)$  schwingt nicht über.



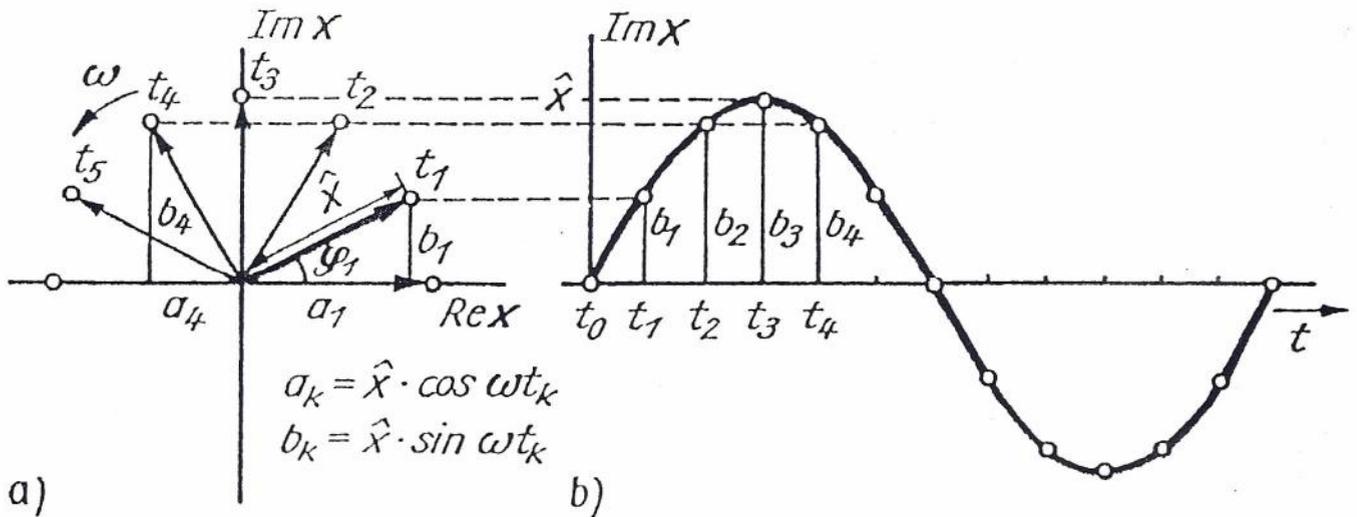
Nachteil des PN-Planes: Die Werte für Übertragungsfaktoren und Totzeiten sind nicht ersichtlich!

# Frequenzgang

Imaginärachse



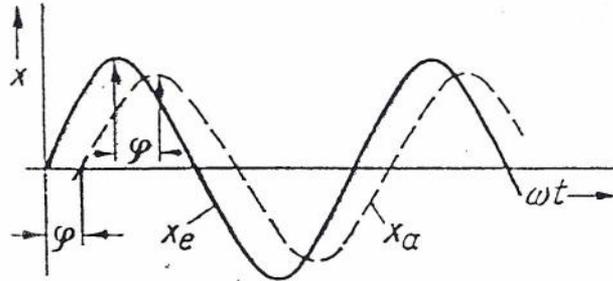
Eulersche Formel



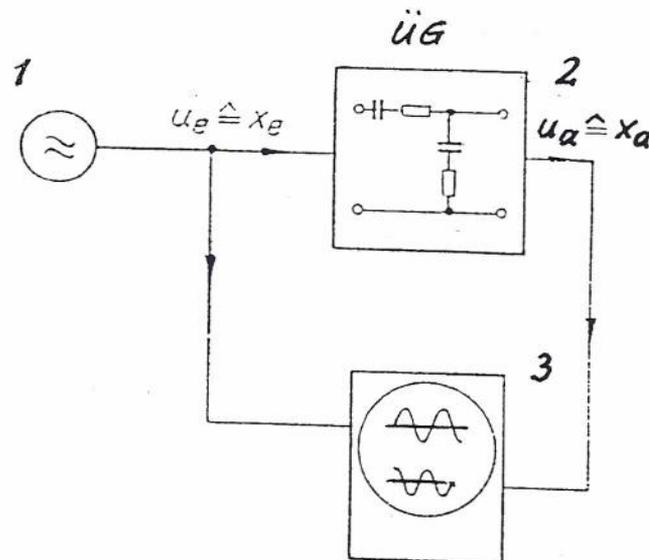
## Harmonische Schwingung

a) Zeigerdarstellung; b) Zeitfunktion (Imaginärteil)

## Frequenzgang

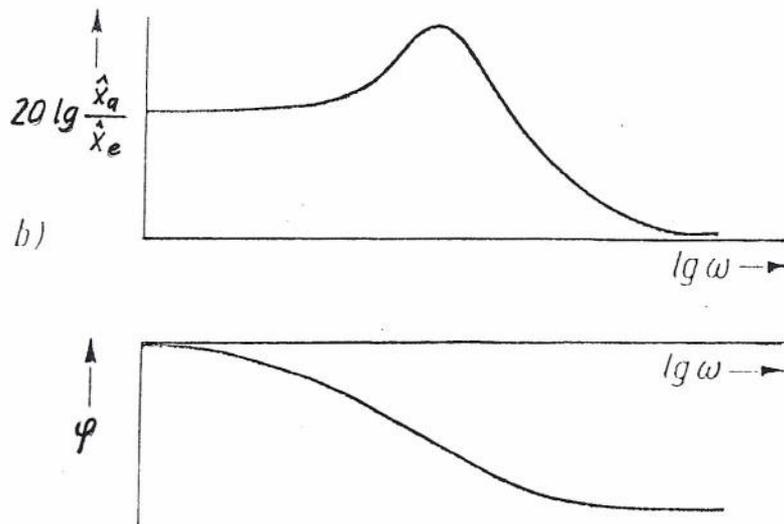
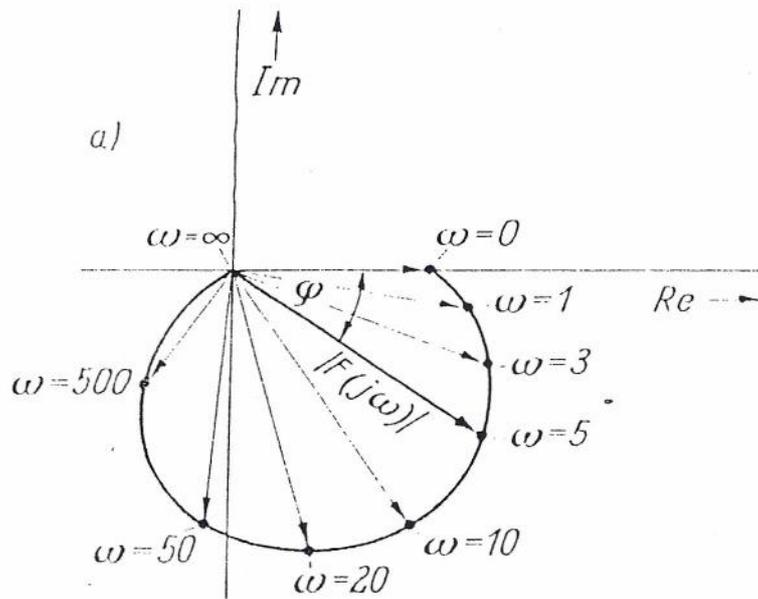


Verlauf der Signalgrößen  $x_e(t)$  und  $x_a(t)$



Messung des Frequenzgangs:

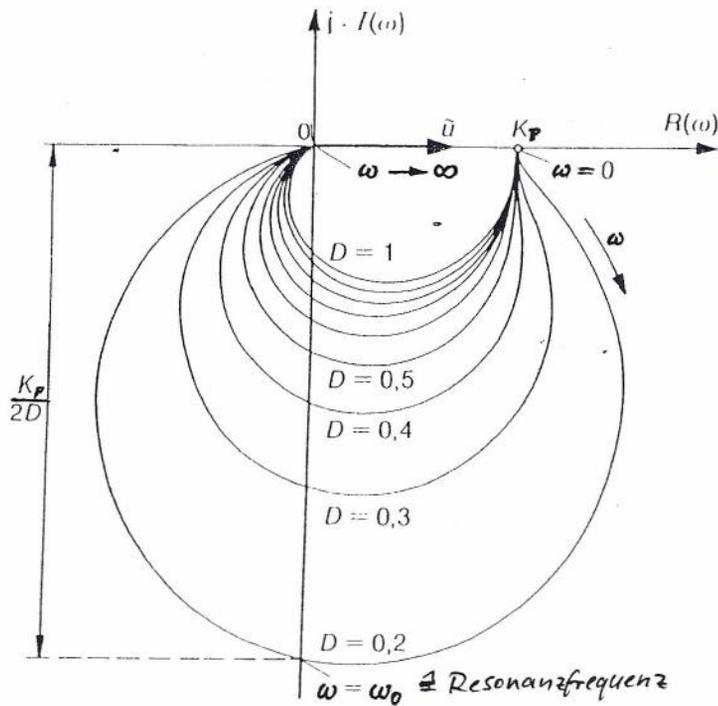
- 1: Signalgenerator
- 2: Elektr. Übertragungsglied
- 3: Oszilloskop



### 1.3.1 Graphische Darstellung des Frequenzgangs $G(j\omega)$

a) Ortskurve    b) Bode-Diagramm mit Amplituden- und Phasengang

# Übertragungsglied 2. Ordnung



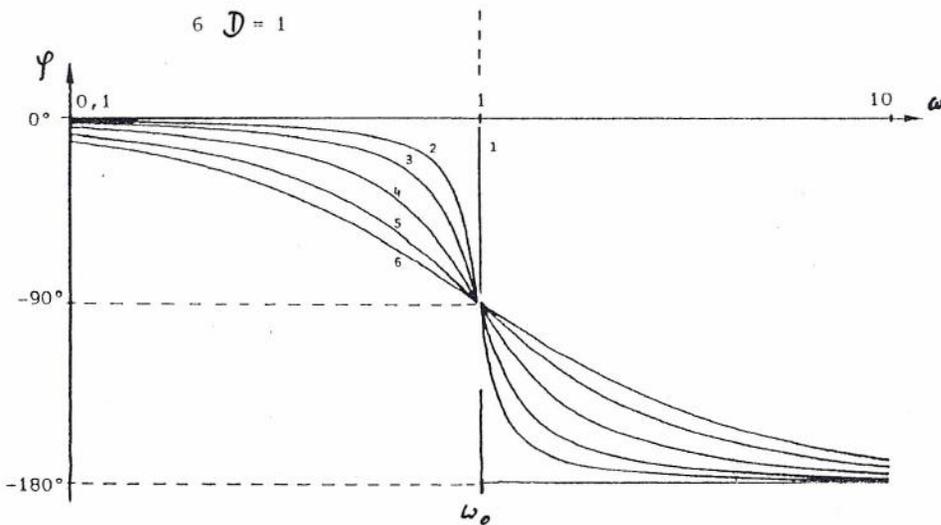
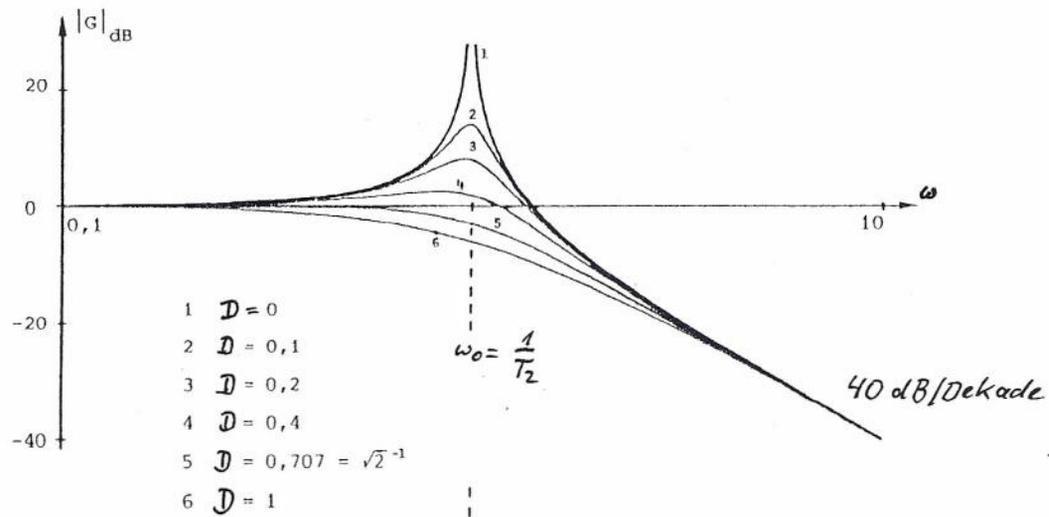
Ortskurven eines schwingungsfähigen P-Systems 2. Ordnung für verschiedene Dämpfungen

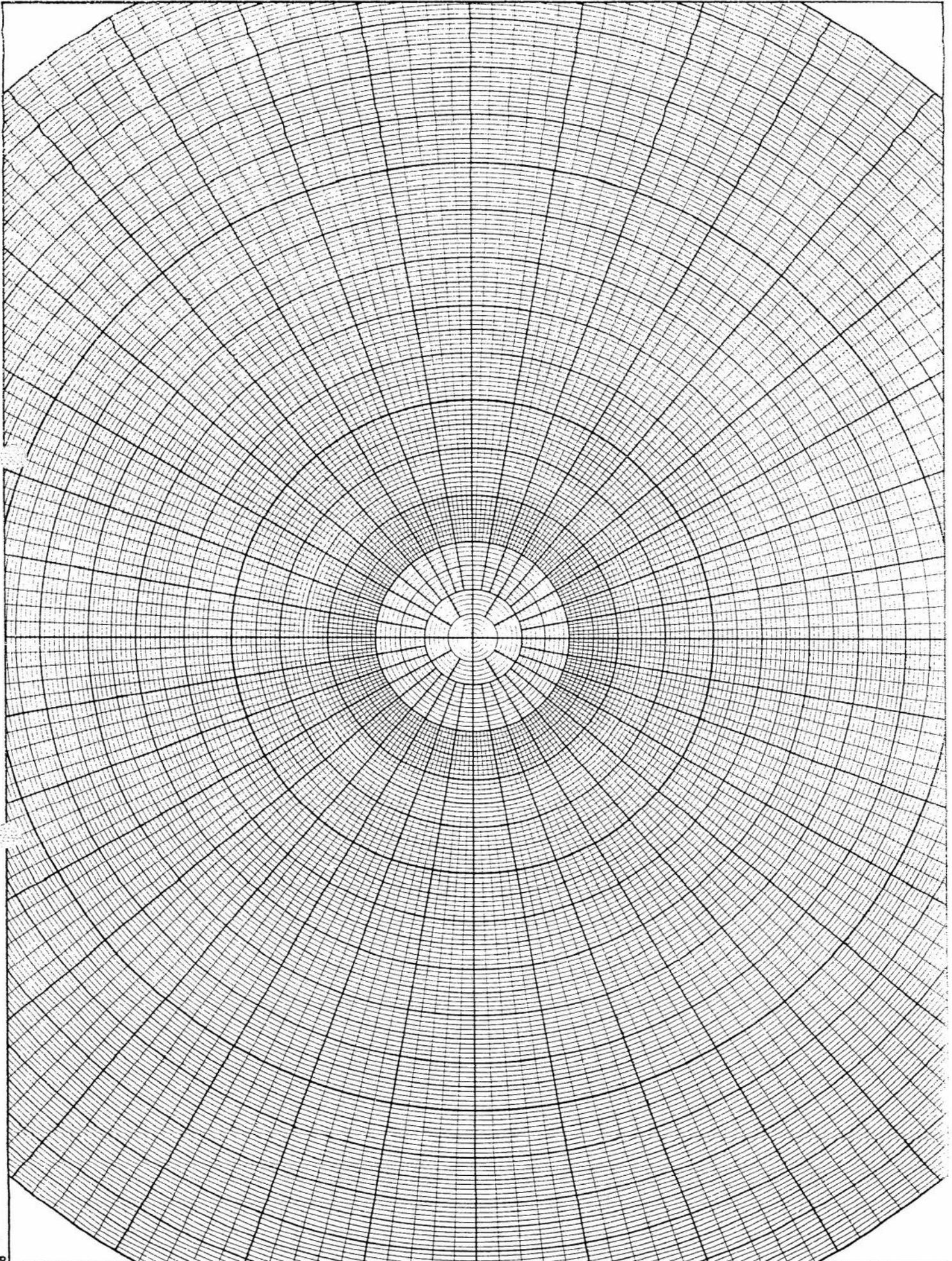
$$G(p) = \frac{K_P}{1 + 2 \cdot D \cdot p T_2 + p^2 T_2^2}$$

$$D = \frac{T_n}{2 T_2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{T_2} \quad (\text{Resonanzfrequenz})$$

$$G(p) = \frac{K_P \cdot \omega_0^2}{p^2 + 2 D \omega_0 p + \omega_0^2}$$

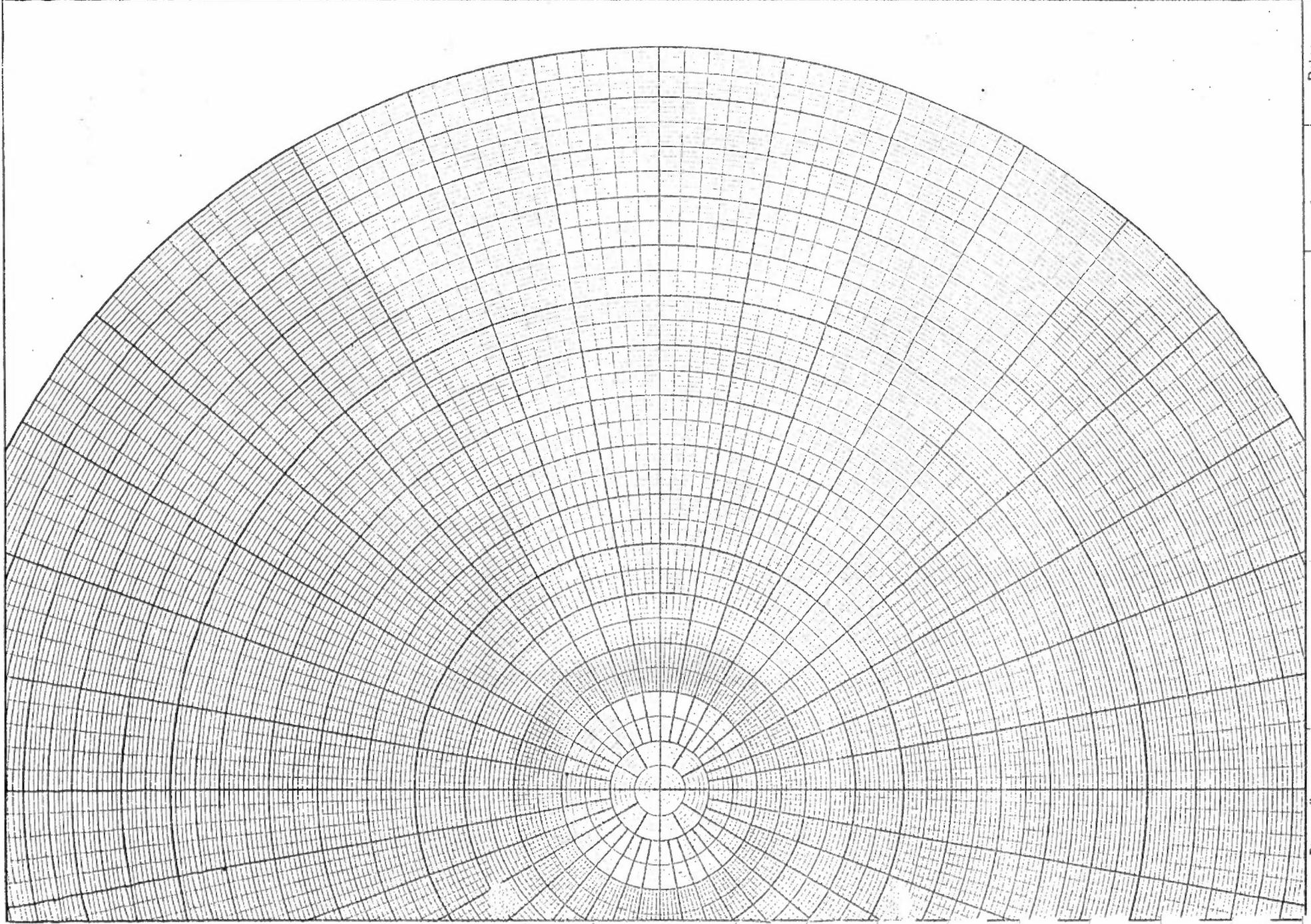




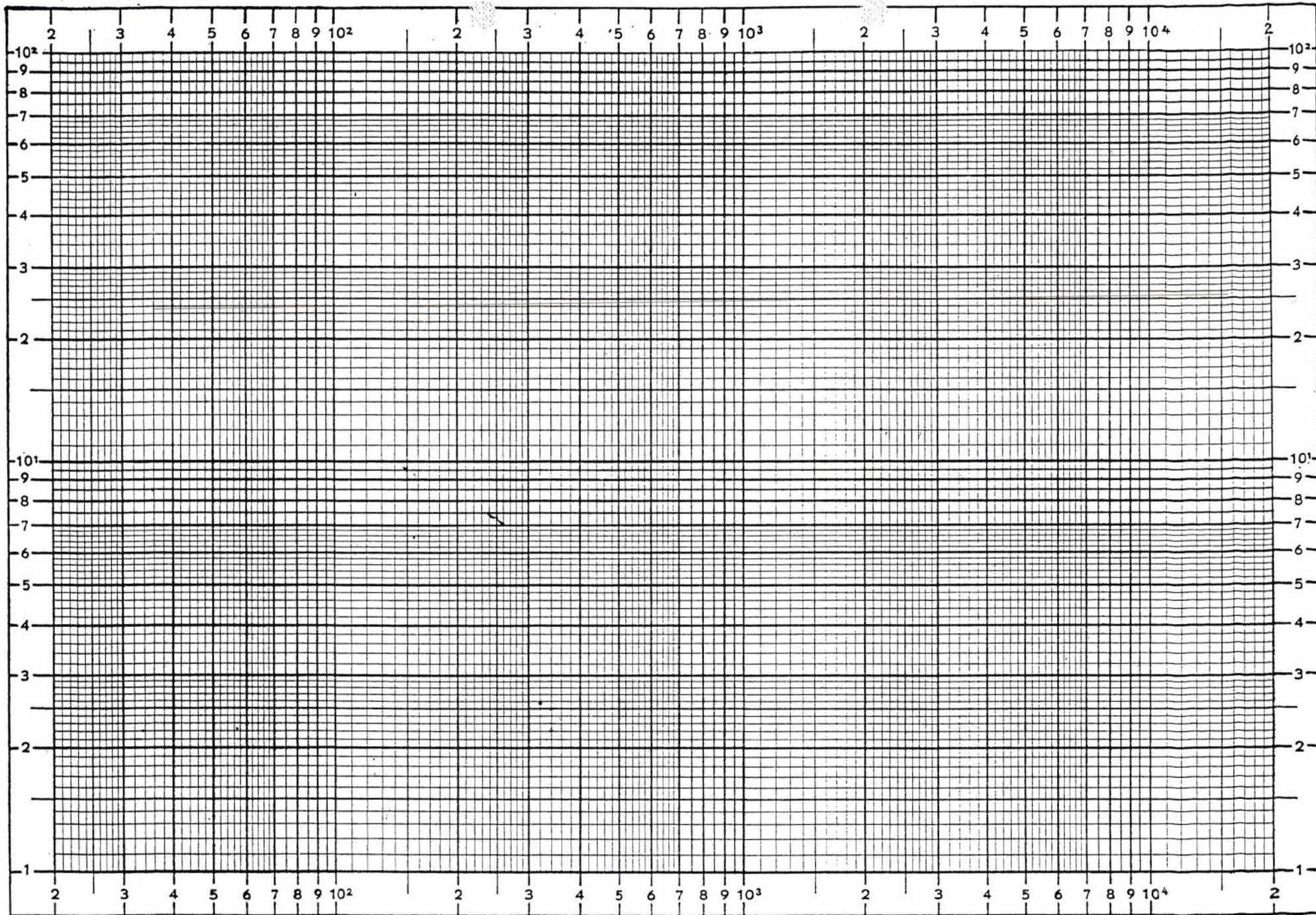
14. LaGr: 008 48

Dienststelle
--------------

Name	Datum
Aktz.	Zeichnungsnummer



Name		Datum	
Abz.		Zeichnungsnummer	
Dienststelle			



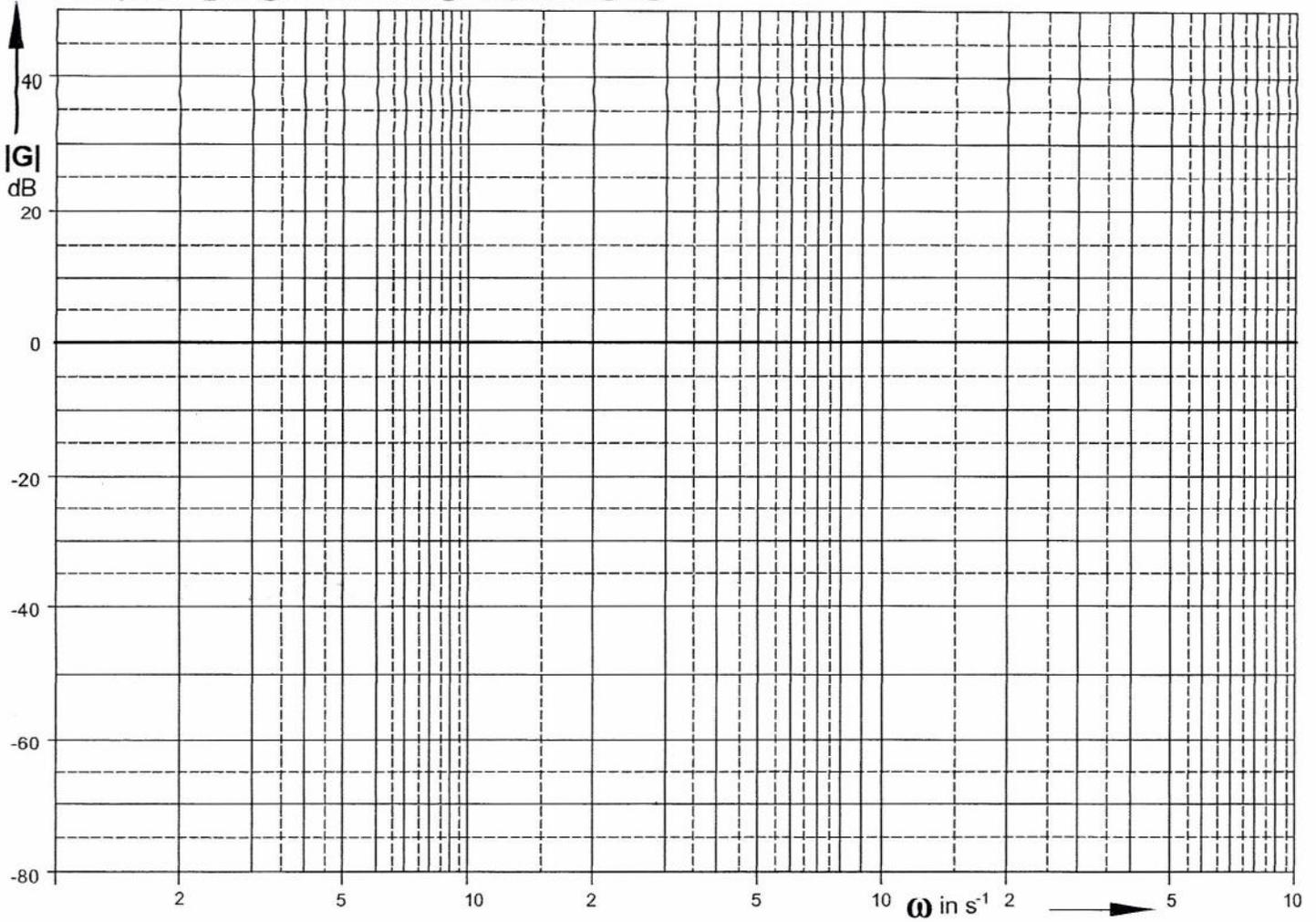
211

*logarithmische*

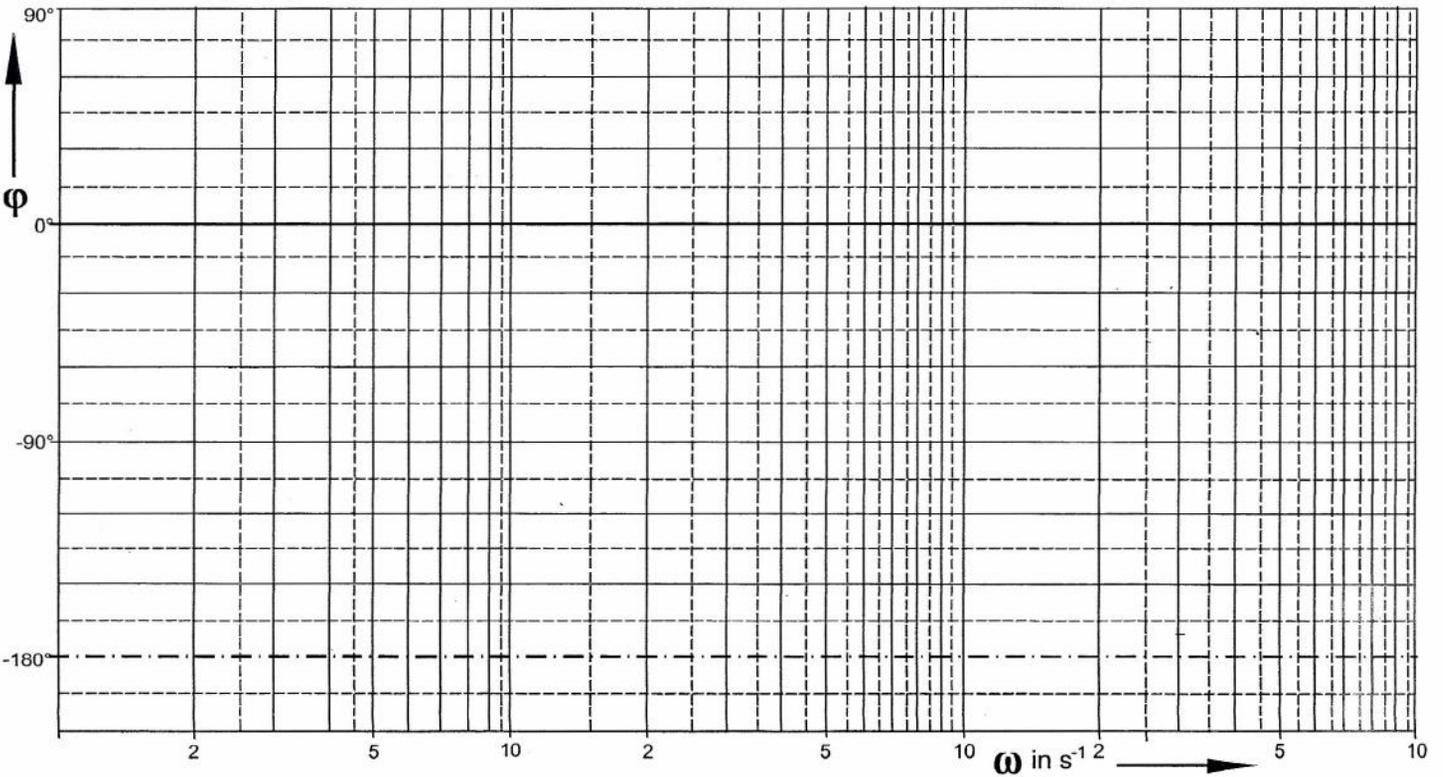
Halblogarithmisch

Diese Unterlage ist nur zum internen Gebrauch an der Fachhochschule Jena bestimmt!

### Frequenzgangdarstellung Amplitudengang



### Frequenzgangdarstellung Phasengang

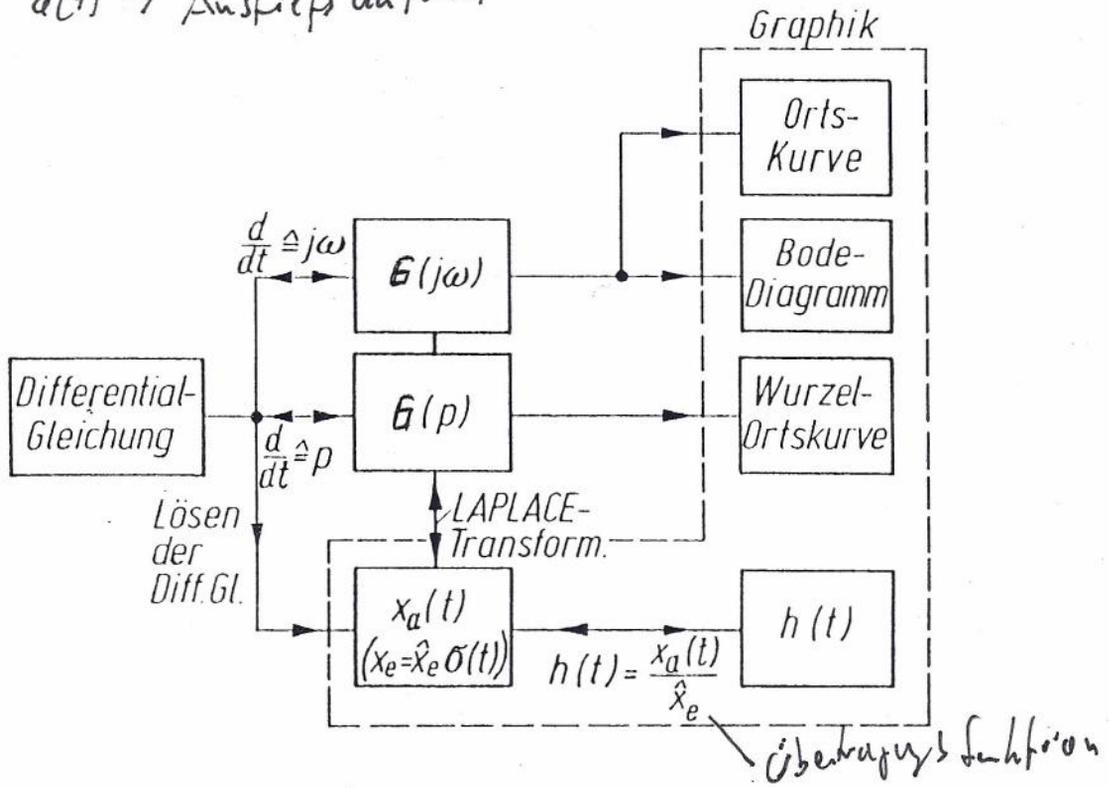


$h(t) \rightarrow$  Übertragungsfunktion  
 $x_a(t) \rightarrow$  Sprungantwortfunktion

$\varphi(t) \rightarrow$  Leistungsfunktion

$a(t) \rightarrow$  Ausstiegsantwortfunktion

$$h(t) = \frac{x_a(t)}{x_{e0}}$$



Zusammenhänge regelungstechnisch relevanter Funktionen und Darstellungsweisen

### Mathematische Beschreibung der Regelstrecke

$$\text{DGL: } a_n \cdot x_a^{(n)}(t) + \dots + a_2 \ddot{x}_a(t) + a_1 \dot{x}_a(t) + a_0 x_a(t) = b_0(t) \cdot x_e(t) + b_1 \dot{x}_e(t) + \dots + b_m x_e^{(m)}(t)$$

$$\mathcal{L} \downarrow X(p) = \int_0^{\infty} x(t) \cdot e^{-p \cdot t} dt$$

$$a_n p^n \cdot X_a(p) + \dots + a_2 \cdot p^2 X_a(p) + a_1 \cdot p X_a(p) + a_0 X_a(p) = b_0 X_e(p) + b_1 \cdot p \cdot X_e(p) + \dots + b_m p^m X_e(p)$$

Anmerkung: Anfangswerte = 0

Übertragungsfunktion  $G(p)$ :

→ allg. Form:

$$G(p) = \frac{X_a(p)}{X_e(p)} = \frac{b_m \cdot p^m + \dots + b_1 \cdot p + b_0}{a_n \cdot p^n + \dots + a_1 \cdot p + a_0} \quad /: a_0$$

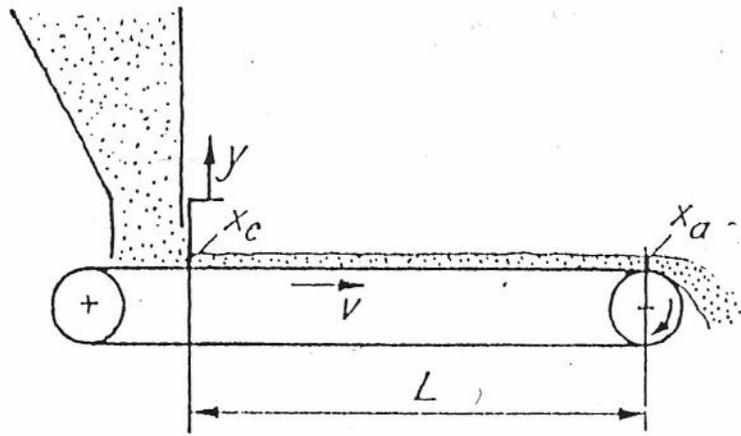
$$G(p) = \frac{\frac{b_m}{a_0} \cdot p^m + \dots + \frac{b_1}{a_0} \cdot p + \frac{b_0}{a_0}}{\frac{a_n}{a_0} \cdot p^n + \dots + \frac{a_1}{a_0} \cdot p + 1}$$

Zeitkonstantenschreibweise: (analog Satz von VIETA)

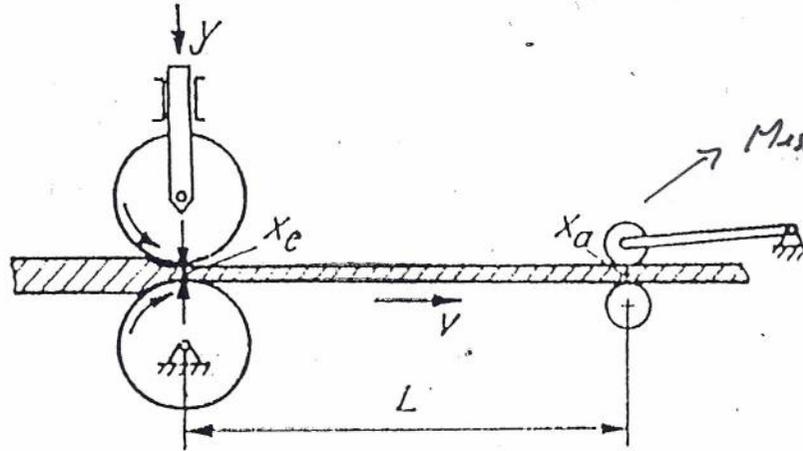
$$G(p) = \frac{K(1+p \cdot T_{D1}) \dots (1+p \cdot T_{Dm})}{(1+p \cdot T_1)(1+p \cdot T_2) \dots (1+p \cdot T_n)} = \frac{K \cdot \prod_{k=1}^m (1+p T_{Dk})}{\prod_{i=1}^n (1+p T_i)}$$

Dabei gilt:  $K = \frac{b_0}{a_0}$ ,  $T_D = 1/\text{Nullstellen}$ ,  $T_1 = -1/p_1$ ,  $T_2 = -1/p_2$ , ...,  $T_n = -1/p_n$ , wenn

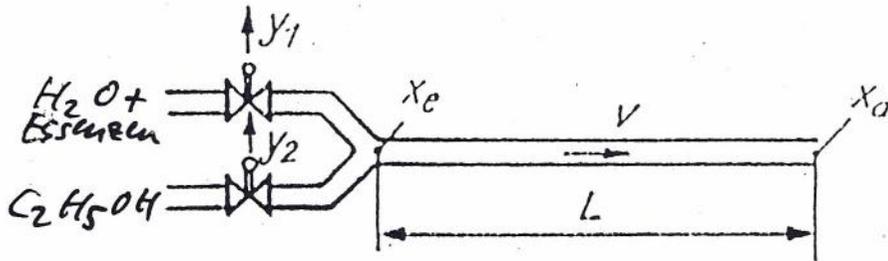
$p_1, p_2, \dots, p_n$  die Pole von  $G(p)$  sind.



$$T_L = \frac{L}{v}$$



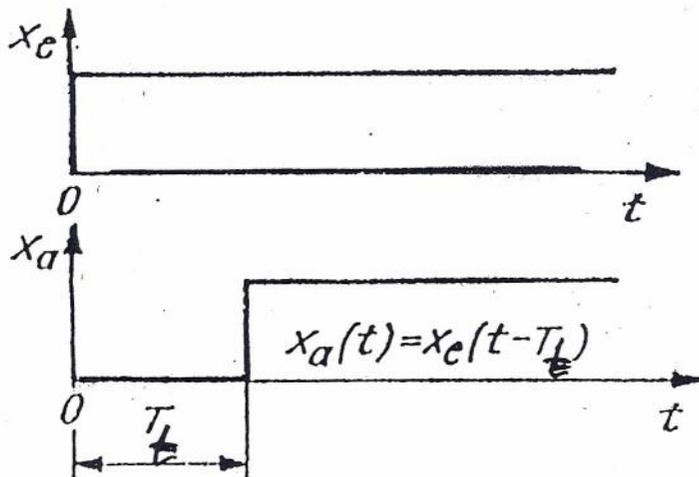
Massstelle Messung  
erhält vorzeitig  
zur eigentliche  
Walzstelle



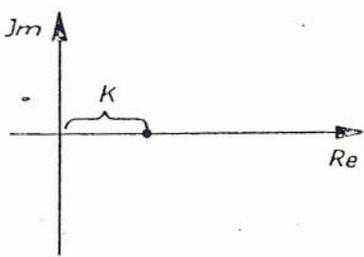
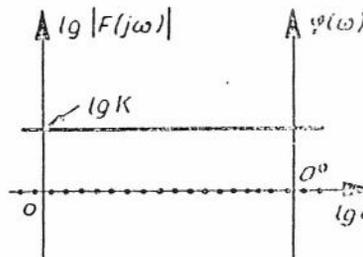
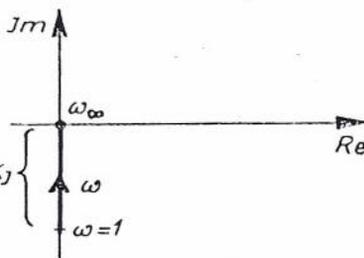
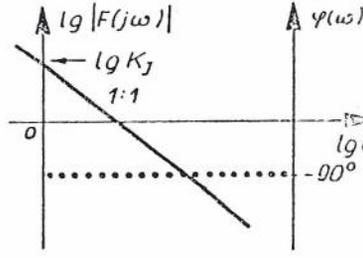
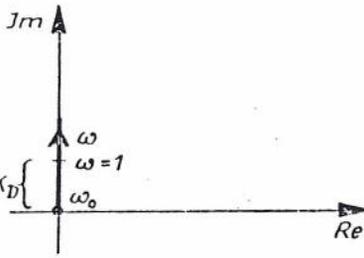
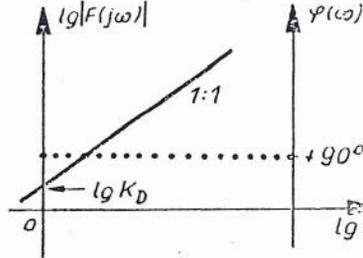
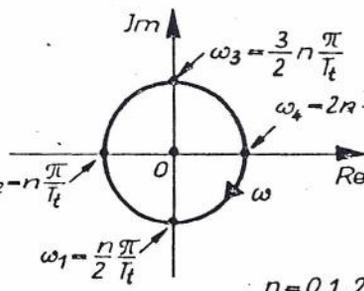
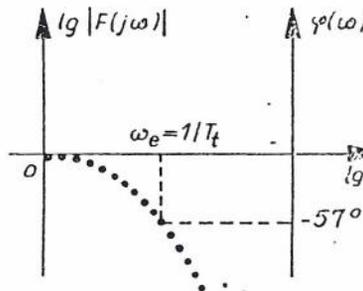
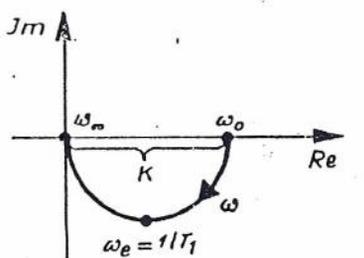
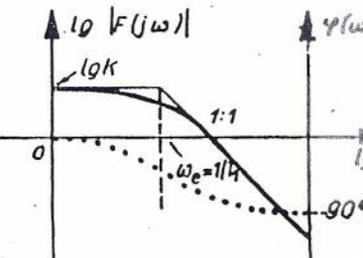
### Übertragungsglieder mit Laufzeit

a) Förderband; b) Walzwerk; c) Mischrohr

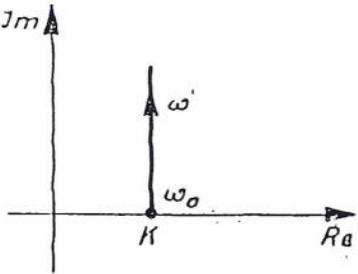
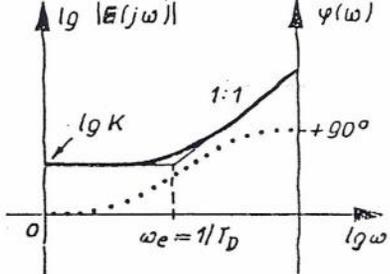
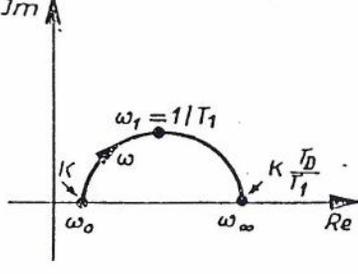
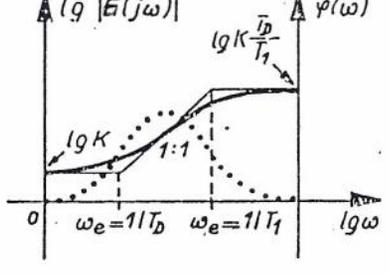
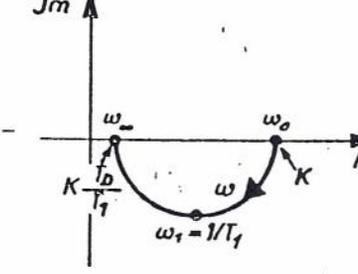
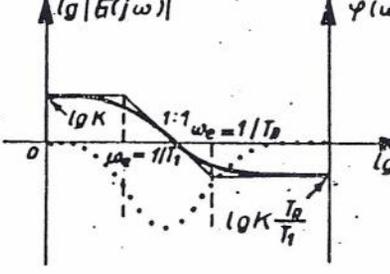
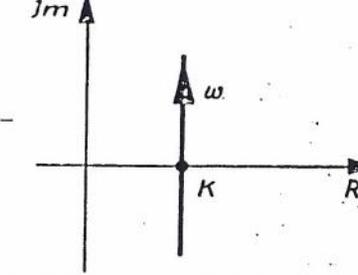
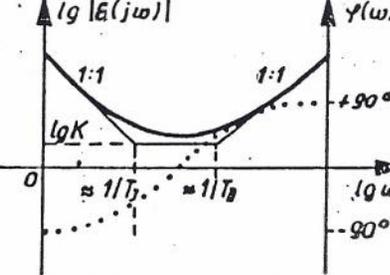
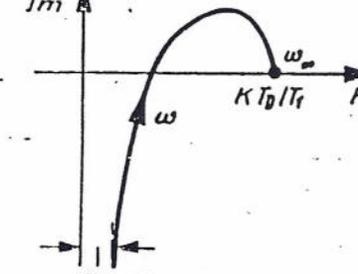
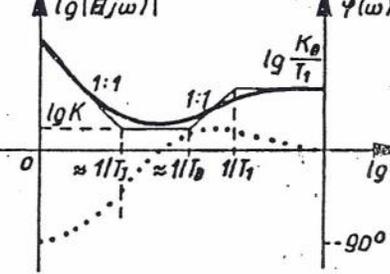
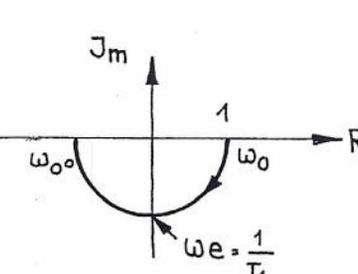
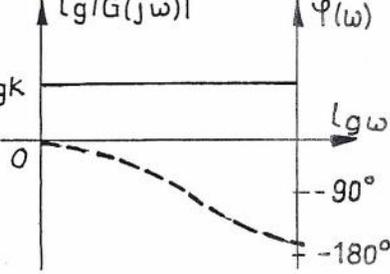
### Sprungantwort



# Übertragungsverhalten linearer Glieder Ortskurve und Bode-Diagramm

Bezeichnung	Frequenzgang	Ortskurven	Frequenzkennlinien — Amplitudengang ..... Phasengang
P <sub>0</sub> -glied	K		
J <sub>0</sub> -glied	$\frac{K_J}{j\omega}$		
D <sub>0</sub> -glied	K <sub>D</sub> jω		
T <sub>t</sub> -glied	$e^{-j\omega T_t}$		
P <sub>1</sub> -glied	$\frac{K}{1+j\omega T_1}$		

$J_1$ -glied	$\frac{K_T}{j\omega} \frac{1}{1+j\omega T_1}$		
$D_1$ -glied	$\frac{j\omega K_D}{1+j\omega T_1}$		
$P_{2N}$ -glied	$\frac{K}{(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)}$		
$P_{2S}$ -glied	$\frac{K}{1+j\omega T_1+(j\omega T_2)^2}$		
$(P)_{0-}$ glied	$\frac{1}{K(1+j\omega T_1)}$		
$(P)_{1-}$ glied $T_1 > T_2$	$\frac{1+j\omega T_2}{K(1+j\omega T_1)}$		

<p><math>(PD)_0^-</math> glied</p>	$K(1+j\omega T_D)$		
<p><math>(PD)_1^-</math> glied</p> <p><math>T_D &gt; T_1</math></p>	$\frac{K(1+j\omega T_D)}{1+j\omega T_1}$		
<p><math>(PD)_1^-</math> glied</p> <p><math>T_D &lt; T_1</math></p>	$\frac{K(1+j\omega T_D)}{1+j\omega T_1}$		
<p><math>(PID)_0^-</math> glied</p>	$K\left(1 + \frac{1}{j\omega T_1} + j\omega T_D\right)$		
<p><math>(PID)_1^-</math> glied</p>	$\frac{1 + \frac{1}{j\omega T_1} + j\omega T_D}{1 + j\omega T_1}$		
<p>Allpaß- glied (1. Ordnung)</p>	$\frac{1 - j\omega T_1}{1 + j\omega T_1}$		

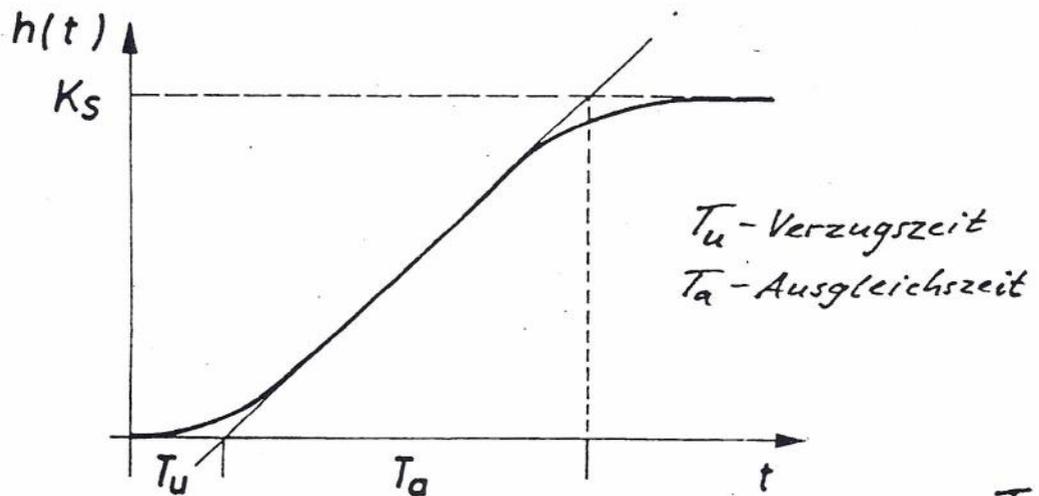
# Übersicht über regelungstechnisch wichtige Glieder

Glieder	Übertragungsfunktion $G(p)$	PN-Plan	Übergangsfunktion $h(t)$	Ortskurve $G(j\omega)$	Amplitudenkennlinie $ G(j\omega) $
P-Glied	$K$				
PT-Glied	$\frac{K}{1 + Tp}$				
PT <sup>2</sup> -Glied	$\frac{K}{1 + 2DTp + T^2p^2}$	 $D > 1$  $D < 1$	 $D > 1$  $D < 1$	 $D > 1$  $D < \sqrt{T/2}$ $\omega_r = \text{Resonanzfrequenz}$	 $D > 1$  $D < \sqrt{T/2}$ $\omega_r = \text{Resonanzfrequenz}$
PDT-Glied	$K \frac{1 + T_D p}{1 + Tp}$ $T_D > T$				
I-Glied	$\frac{K}{p}$				
IT-Glied	$\frac{K}{p(1 + Tp)}$				
PIDT-Glied	$K \frac{1 + \frac{1}{T_I p} + T_D p}{1 + Tp}$				
P-Glied mit Totzeit	$K \cdot e^{-pT_t}$				
PT-Glied mit Totzeit	$\frac{K \cdot e^{-pT_t}}{1 + pT}$				

Approximation von Regelstrecken höherer Ordnung, deren Übergangsfunktion  $h(t)$  experimentell aufgenommen vorliegt

1. Stetig lineare, nichtschwingende, proportionale Regelstrecke mit Verzögerungen  $n$ -ter Ordnung

1.1. Wendetangentenverfahren



1.1.1. Approximation durch  $P_1 T_t$ -Strecke :  $G(p) = \frac{K_S \cdot e^{-pT_t}}{1 + pT}$

Einfache Form: -  $T_u \rightarrow T_t$

-  $T_a \rightarrow T$

$$h(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t < T_t \\ K_S [1 - e^{-(t-T_t)/T}] & \text{für } t \geq T_t \end{cases}$$

a) Analytische Form: - Wahl zweier Punkte  $P_1(t_1/h_1), P_2(t_2/h_2)$ ,  
für die die Approximation genau sein soll.

- Berechnung

$$T = (t_2 - t_1) / \ln [(1 - h_1/K_s) / (1 - h_2/K_s)]$$

$$T_t = t_1 + T \cdot \ln(1 - h_1/K_s)$$

$$= t_2 + T \cdot \ln(1 - h_2/K_s)$$

-  $h(t)$  s.o.

$\leadsto PT, T_t$ -Glieder

1.1.2. Approximation durch  $P_{n,N}$ -Strecke mit gleichen Zeitkonstanten (günstig für  $T_a/T_u < 9,65$ )

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_a/T_u$	$\infty$	9,65	4,59	3,13	2,44	2,03	1,75	1,56	1,41	1,29
$T_a/T$	1	2,72	3,69	4,46	5,12	5,70	6,23	6,71	7,16	7,59

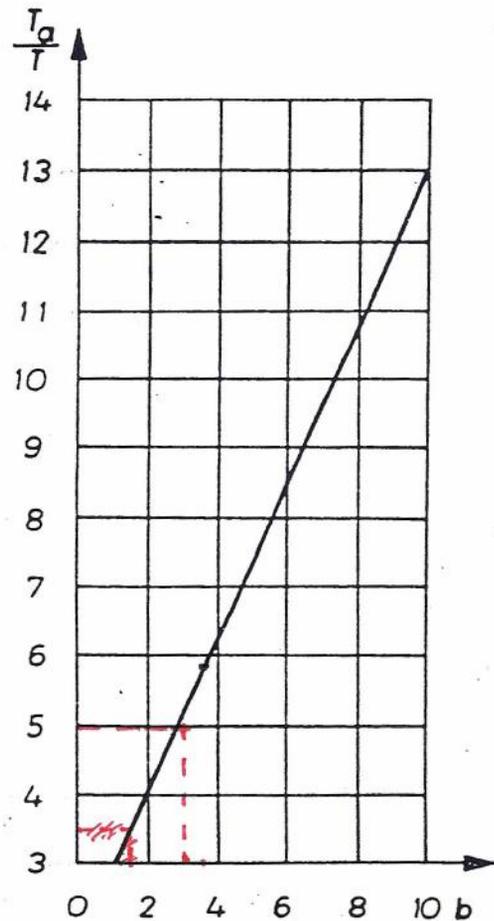
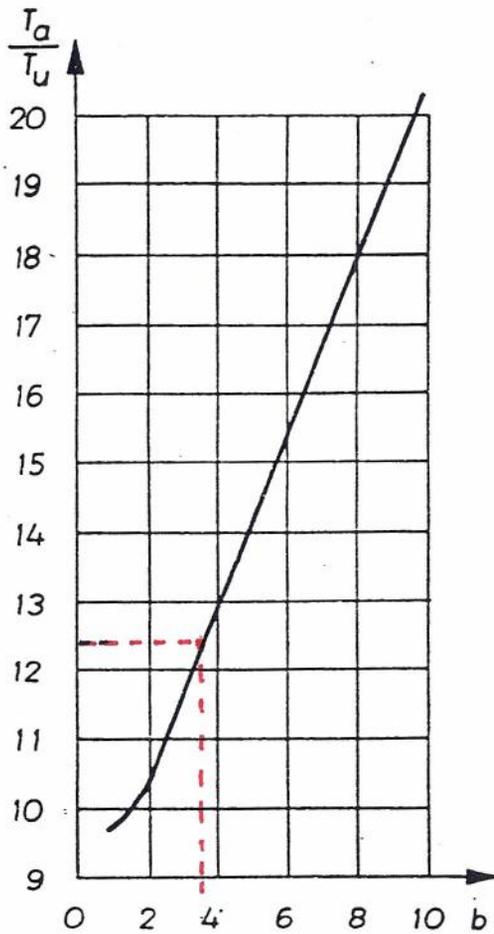
-  $T_a/T_u \rightarrow n$

-  $n, T_a/T \rightarrow T$

$$h(t) = K_s \left[ 1 - e^{-t/T} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \left(\frac{t}{T}\right)^k \right]$$

$$G(p) = \frac{K_s}{(1 + pT)^n}$$

1.1.3. Approximation durch  $P_{2N}$ -Strecke mit verschiedenen Zeitkonstanten (günstig für  $T_a / T_u > 9,65$ )



-  $T_a / T_u \rightarrow b$

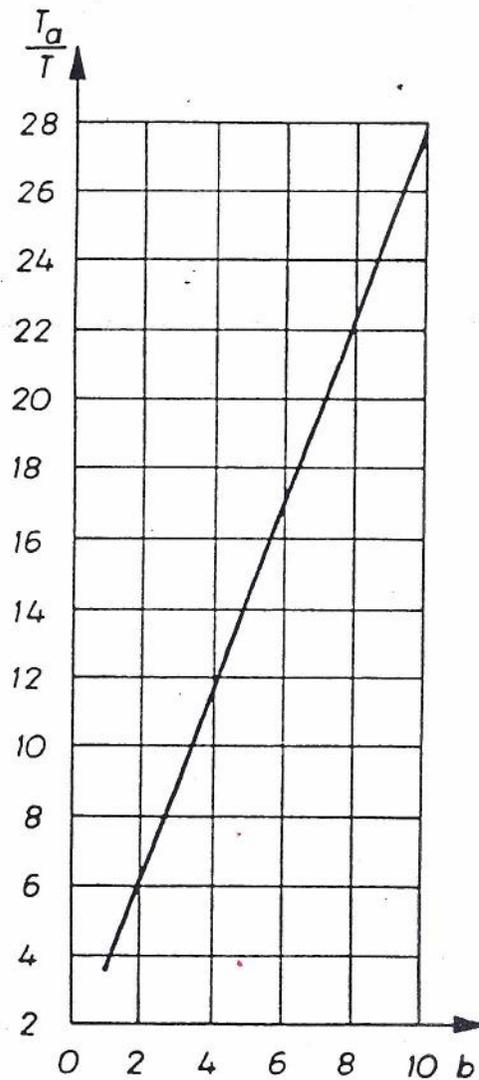
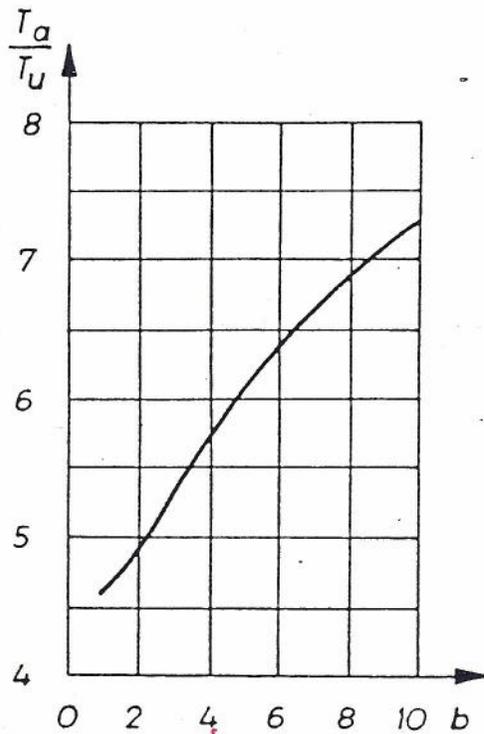
-  $b; T_a / T \rightarrow T$

$$G(p) = \frac{K_s}{(1+pT) \underbrace{(1+p b T)}_{T_1}}$$

-  $h(t) = K_s \left[ 1 - \frac{b}{b-1} e^{-t/bT} + \frac{1}{b-1} e^{-t/T} \right]$

1.1.4. Approximation durch  $P_{3,N}$ -Strecke mit zwei verschiedenen Zeitkonstanten

$$4,5 < \frac{T_a}{T_u} < 7$$



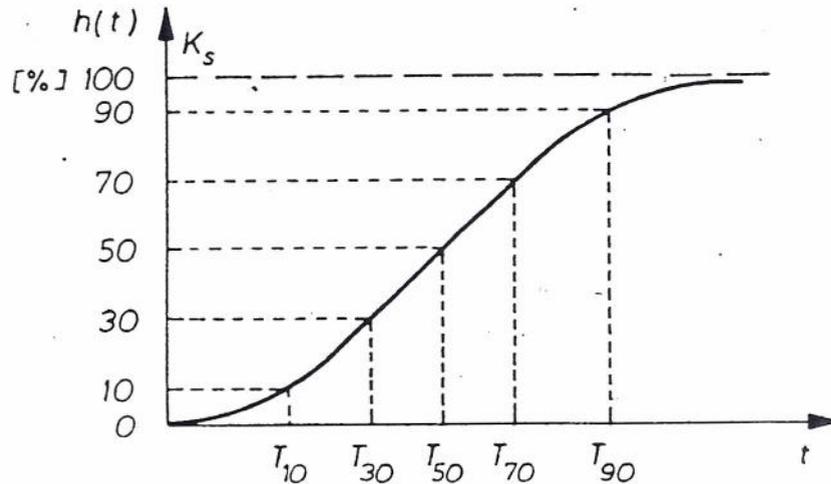
-  $T_a/T_u \longrightarrow b$

-  $b; T_a/T \longrightarrow T$

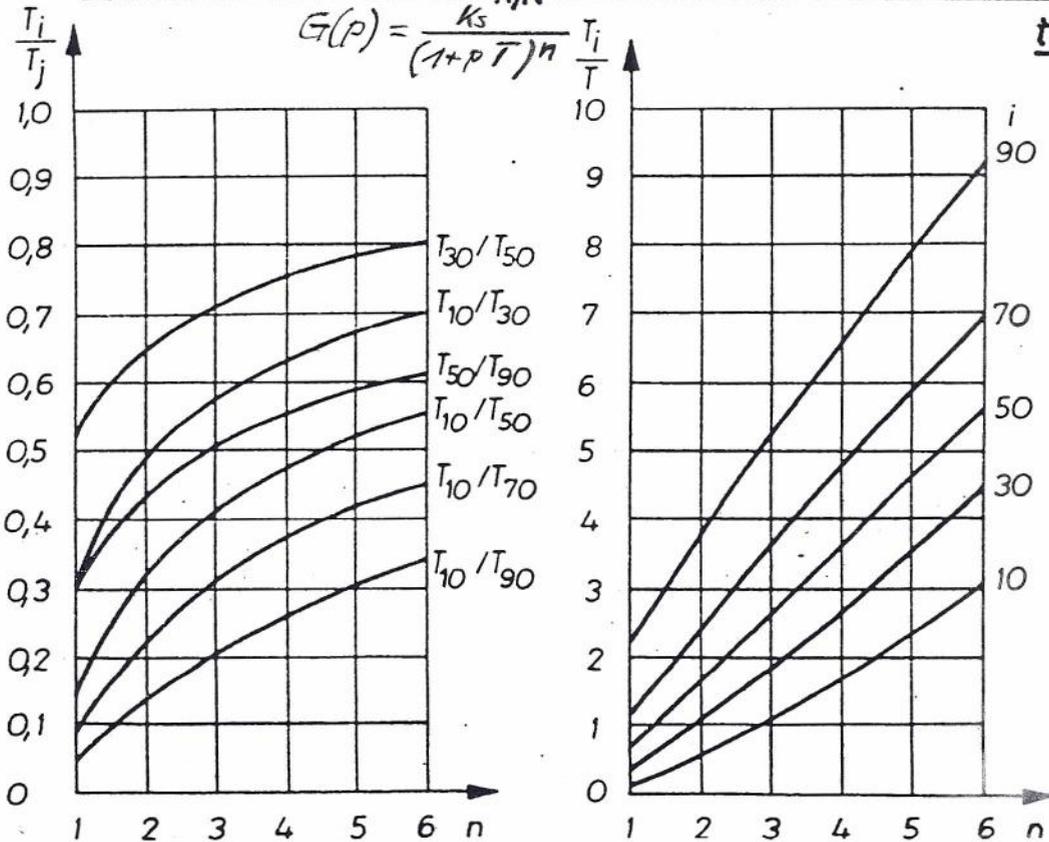
$$G(p) = \frac{K_s}{(1+pT)(1+p bT)^2}$$

$$h(t) = K_s \left\{ 1 - \frac{e^{-t/T}}{(b-1)^2} - \left[ \frac{b(b-2)}{(b-1)^2} + \frac{t/T}{b-1} \right] \cdot e^{-t/bT} \right\}$$

### 1.2. Zeitprozentkennwertverfahren

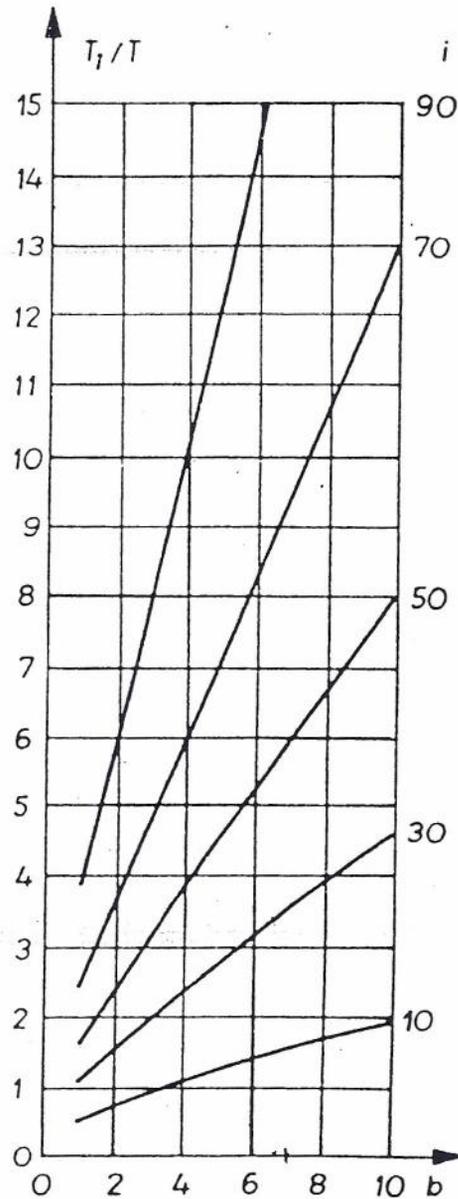
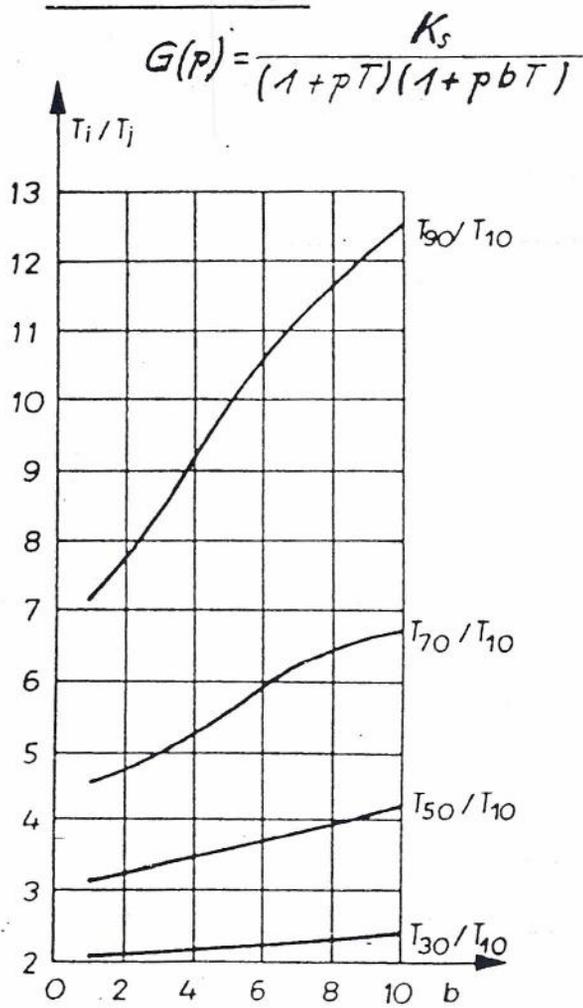


#### 1.2.1. Approximation durch $P_{n,N}$ -Strecke mit gleichen Zeitkonstanten



$- T_i / T_j \longrightarrow n$ $- n; T_i / T \longrightarrow T$	$\left. \begin{array}{l} \longrightarrow \\ \longrightarrow \end{array} \right\} \longrightarrow$	$h(t) = K_s \left[ 1 - e^{-t/T} \cdot \sum_{k=0}^{n-1} \frac{1}{k!} \left( \frac{t}{T} \right)^k \right]$
---	---	---

1.2.2. Approximation durch  $P_{2,N}$ -Strecke mit verschiedenen Zeitkonstanten

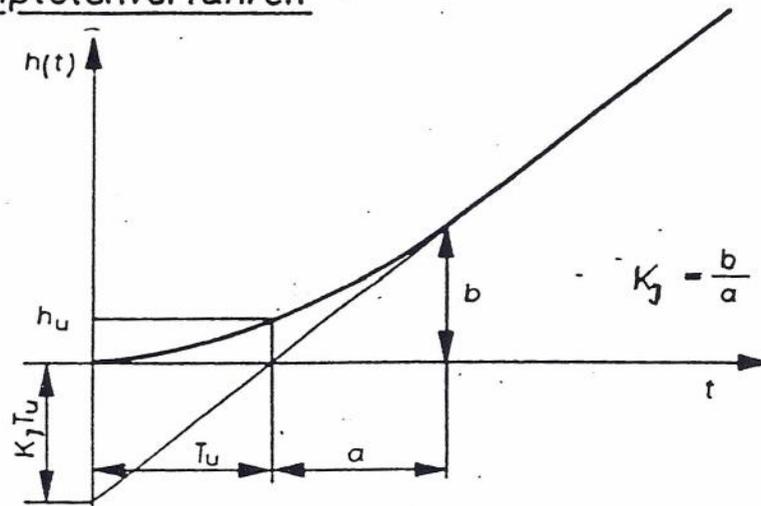


- $T_i / T_j$        $\rightarrow$   $b$
- $b; T_i / T$      $\rightarrow$   $T$

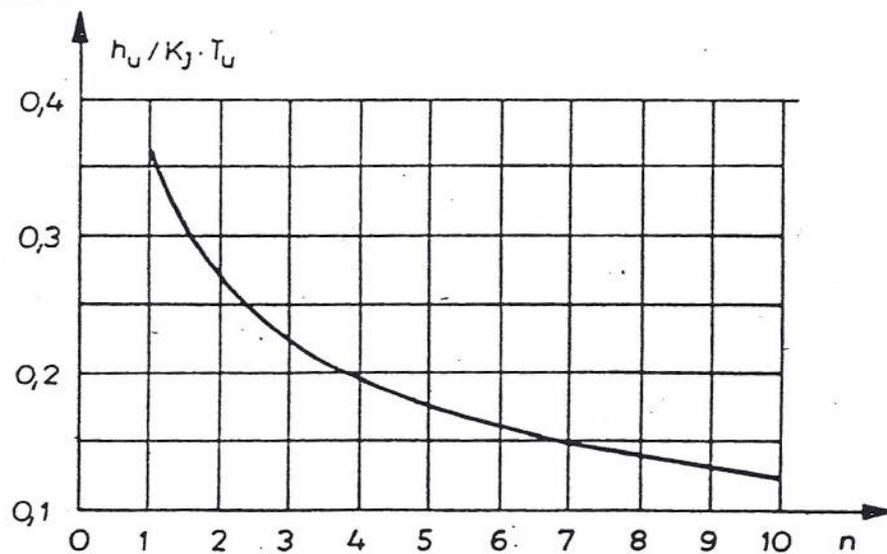
$$h(t) = K_s \left[ 1 - \frac{b}{b-1} e^{-t/bT} + \frac{1}{b-1} e^{-t/T} \right]$$

2. Stetig lineare, nichtschwingende, einfachintegrale Regelstrecken mit Verzögerungen  $n$ -ter Ordnung

2.1. Asymptotenverfahren



2.1.1. Approximation durch  $J_{n,N}$ -Strecke mit gleichen Zeitkonstanten



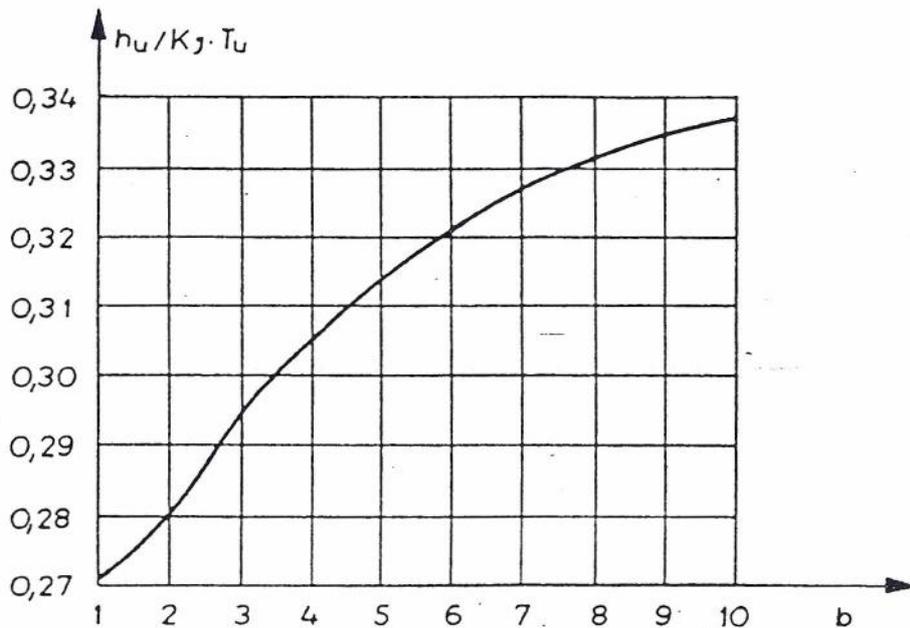
-  $h_u / K_j \cdot T_u \rightarrow n$

-  $n; T_u \rightarrow T = T_u / n$

$$G(p) = \frac{K_I / p}{(1 + pT)^n}$$

$$h(t) = K_j \left\{ t - nT + T \cdot e^{-t/T} \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!} \left( \frac{t}{T} \right)^k \right] \right\}$$

2.1.2. Approximation durch  $J_{2,N}$ -Strecke mit verschiedenen Zeitkonstanten

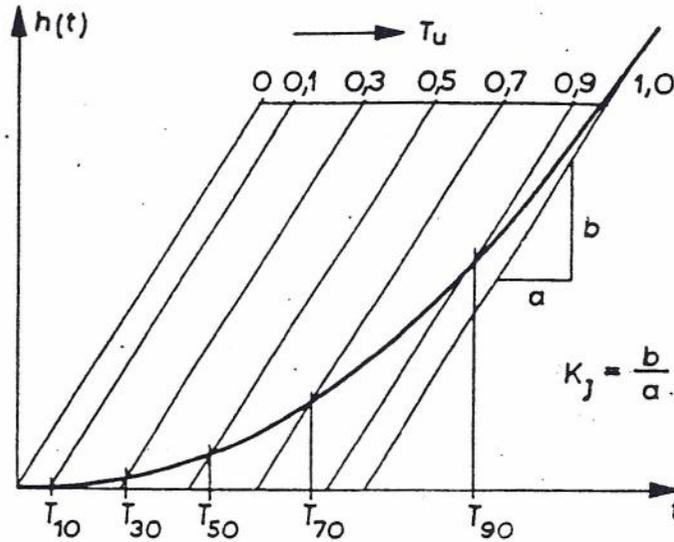


- $h_u / K_j \cdot T_u \rightarrow b$
- $b; T_u \rightarrow T = \frac{T_u}{b+1}$

$$h(t) = K_j \left[ t - T(b+1) - \frac{T}{b+1} e^{-t/T} + \frac{Tb^2}{b-1} e^{-t/bT} \right]$$

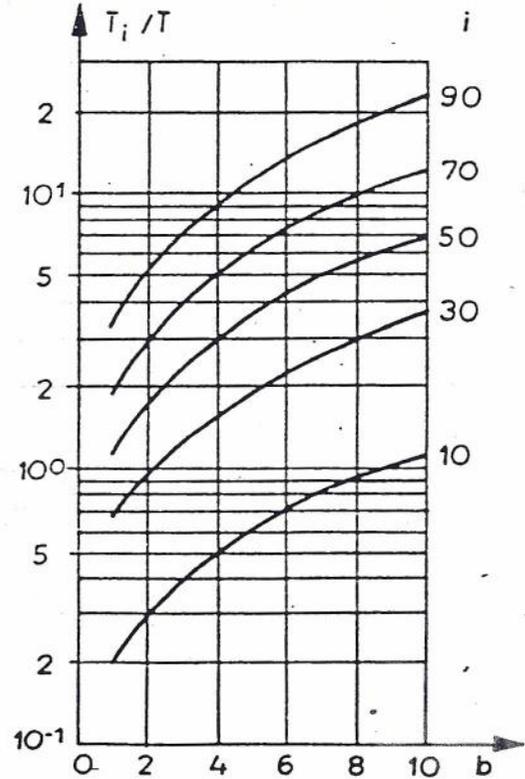
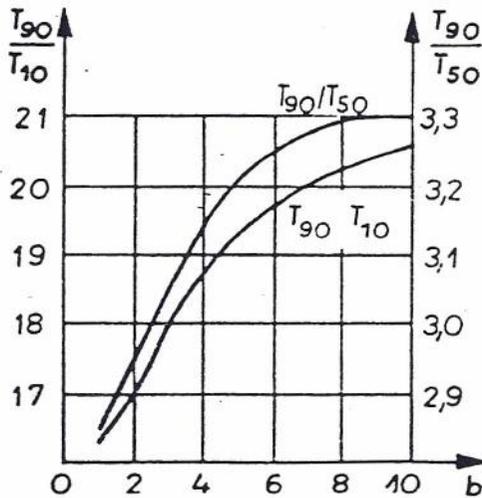
$$G(p) = \frac{K_j / p}{(1 + pT)(1 + p \cdot bT)}$$

**2.2. Zeitprozentkennwertverfahren**



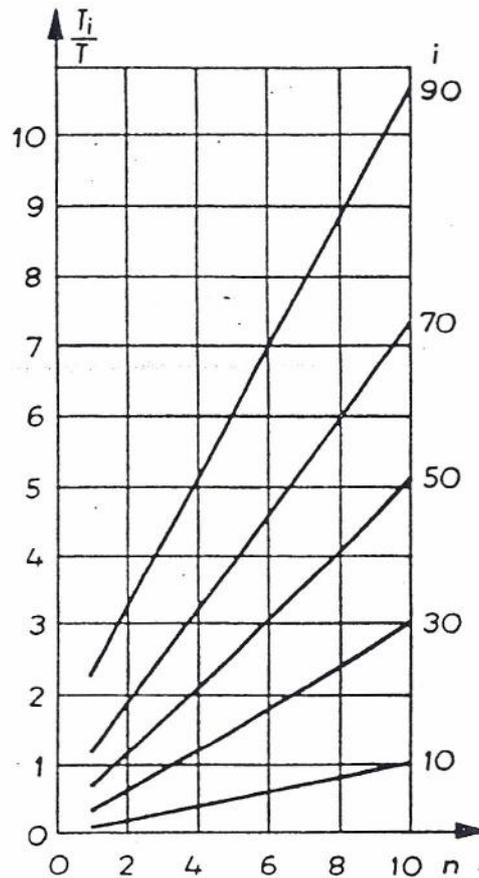
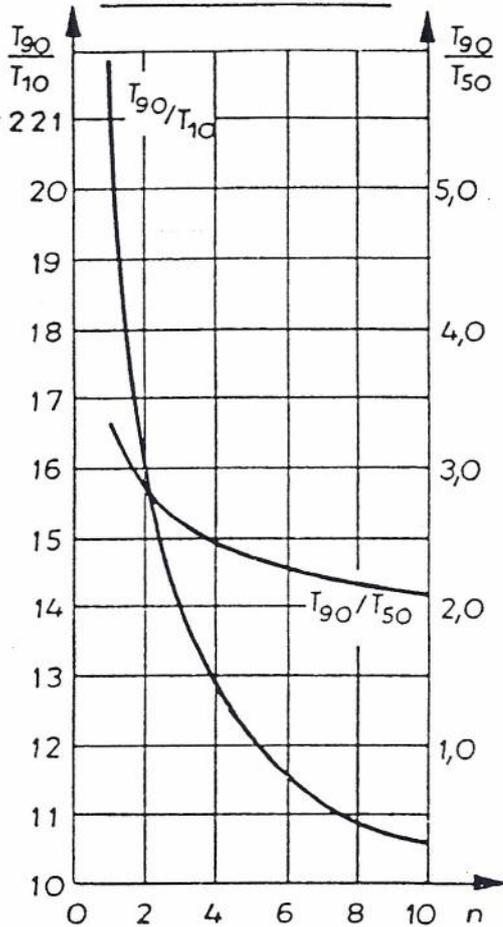
**2.2.1. Approximation durch  $J_{2,N}$ -Strecke mit verschiedenen Zeitkonstanten**

- $T_i / T_j \rightarrow b$
- $b; T_i / T \rightarrow T$



$$h(t) = K_j \left[ t - T(b+1) - \frac{T}{b-1} e^{-t/T} + \frac{Tb^2}{b-1} e^{-t/bT} \right]$$

### 2.2.2. Approximation durch $J_{n,N}$ -Strecke mit gleichen Zeitkonstanten

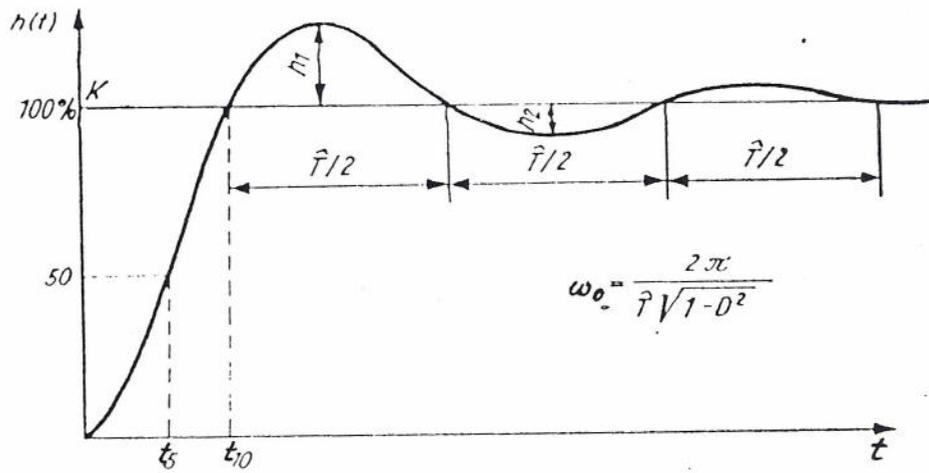


- $T_i / T_j \rightarrow n$
- $n; T_i / T \rightarrow T$

$$h(t) = K_1 \left\{ t - nT + T \cdot e^{-t/T} \left[ \sum_{k=0}^{n-1} \frac{n-k}{k!} \left( \frac{t}{T} \right)^k \right] \right\}$$

$$G(p) = \frac{K_1 / p}{(1 + pT)^n}$$

### Kennwerte eines $P_{2,S}$ -Gliedes aus der Übergangsfunktion

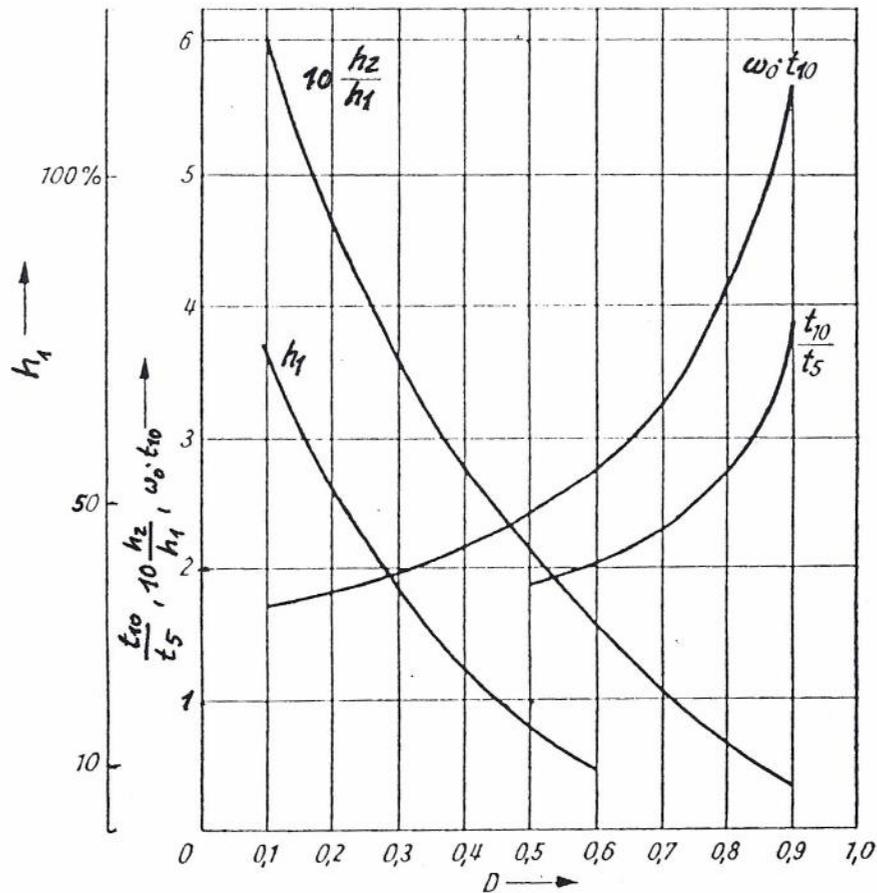


$$h(t) = K \left[ 1 - \frac{e^{-D\omega_0 t}}{\sqrt{1-D^2}} \sin \left( \omega_0 \sqrt{1-D^2} t + \arctan \frac{\sqrt{1-D^2}}{D} \right) \right]$$

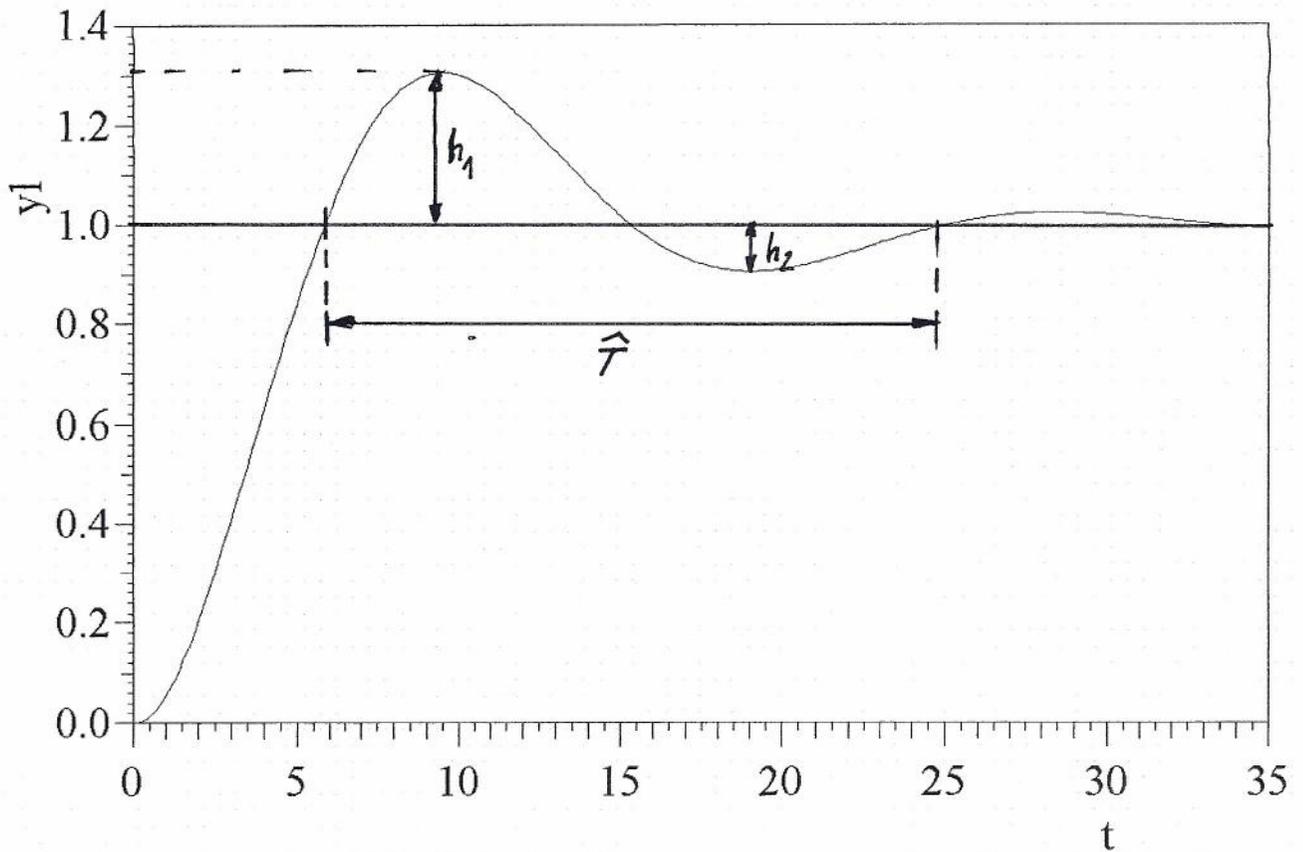
$$G(p) = \frac{K_S}{1 + \frac{2D}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2}$$

$\omega_0 \hat{=} \text{Resonanzfrequenz}$

$$\omega_0 = \frac{1}{T_0}$$



## Beispiel



Übergangsfunktion der Regelstrecke (Original):  $G(p) = \frac{1}{1 + 2p + 8p^2}$ ;  
 $h_1 = 31\%$ ;  $h_2 = 9,3\%$ ;  $\hat{T} = 18 \text{ s}$

1. Überschwingung (aus  $h_1$ ):  $D = 0,35$ ;  $\omega_0 = 0,37$

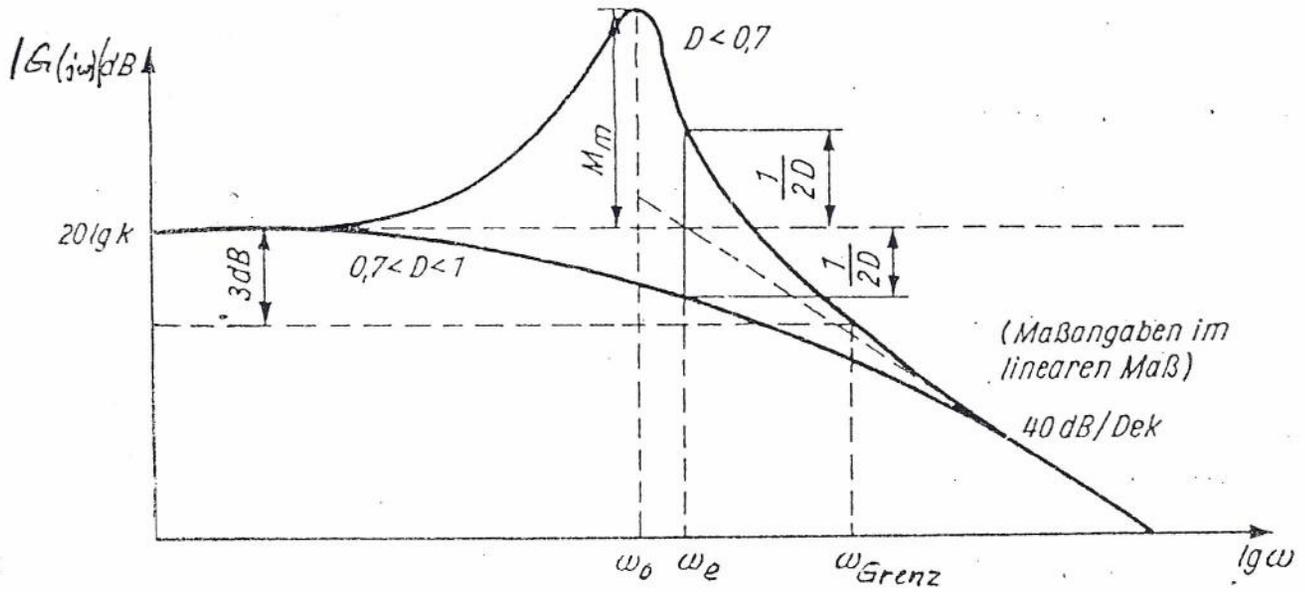
$$\Rightarrow G(p) = \frac{1}{1 + 1,89p + 7,30p^2}$$

2. Überschwingung ( $10 \frac{h_2}{h_1} = 3$ ):  $D = 0,37$ ;  $\omega_0 = 0,38$

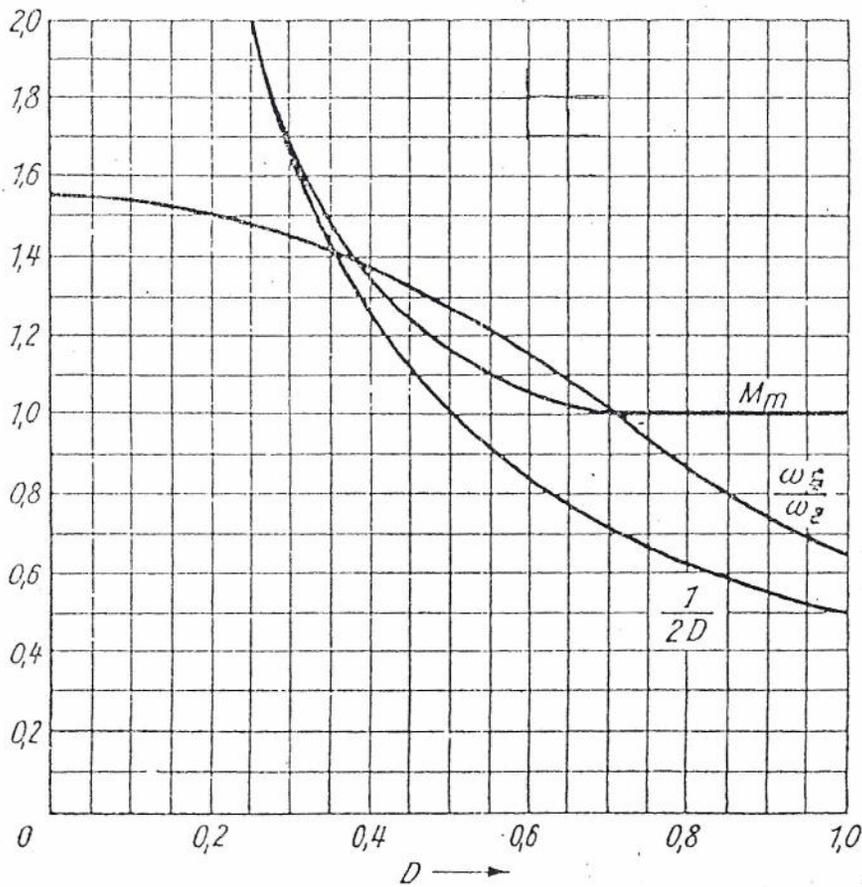
$\uparrow$   $\uparrow$   
 $70\%$   $30\%$

$$\Rightarrow G(p) = \frac{1}{1 + 1,95p + 6,925p^2}$$

### Kennwerte eines $P_{2,S}$ -Gliedes aus dem Amplitudengang



$$F(p) = \frac{K}{1 + \frac{2D}{\omega_e} p + \frac{1}{\omega_e^2} p^2}$$



*Geradenapproximation des Amplitudenganges einfacher Übertragungsglieder*

Systemverhalten	Approximation
P-Verhalten $G(j\omega) = K$ $k^* = 0$	
I-Verhalten $G(j\omega) = 1/j\omega T_I$ $k^* = -1$	
D-Verhalten $G(j\omega) = j\omega T_D$ $k^* = +1$	
$T_1$ -Verhalten $G(j\omega) = 1/(1 + j\omega T_1)$ $k^* = -1$	
PD-Verhalten $G(j\omega) = (1 + j\omega T_D)$ $k^* = +1$	

$$k^* = \frac{d \lg |G(j\omega)|}{d \lg \omega / \omega^*} ; k = \pm 0, 1, 2, \dots$$

$\omega^*$  - wählbare Bezugshfrequenz

## Logarithmische Frequenzgänge

$$G(p) = \frac{1 + pT_D}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}$$

$$T_D = 0,5 \text{ s} ; T_1 = 2,5 \text{ s} ; T_2 = 0,025 \text{ s}$$

→ Zerlegung von  $G(p)$  in Faktoren:

$$G(p) = (1 + pT_D) \cdot \frac{1}{1 + pT_1} \cdot \frac{1}{1 + pT_2} = G_1(p) \cdot G_2(p) \cdot G_3(p)$$

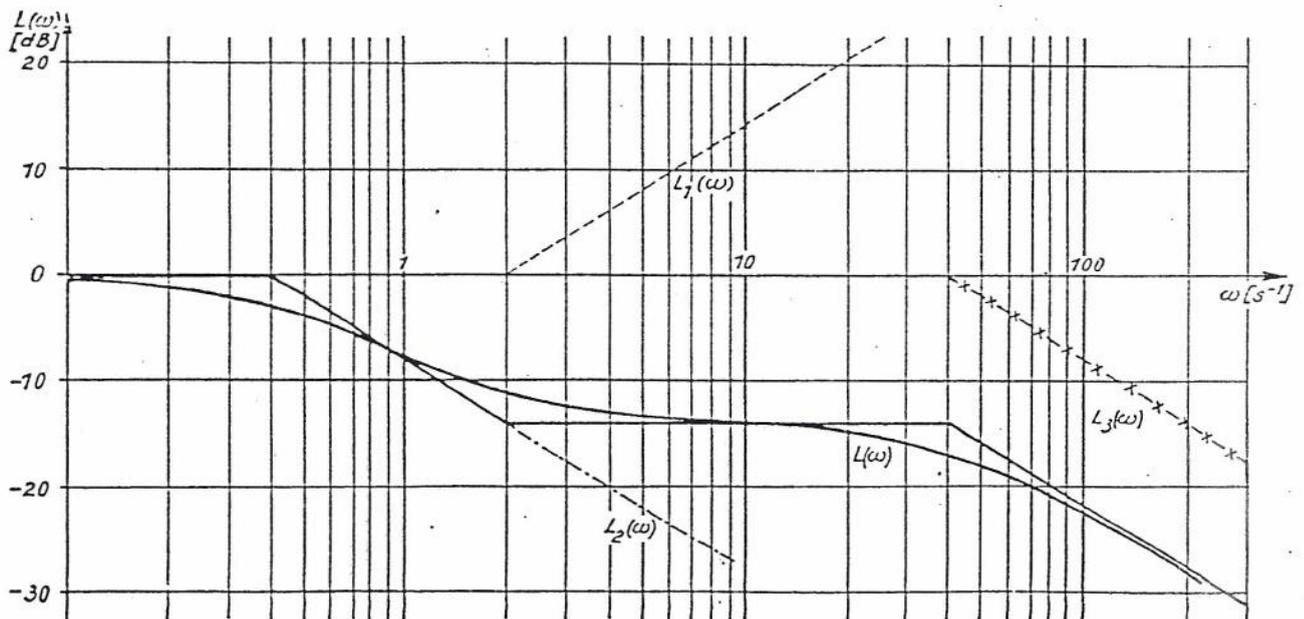
$$G_1(p) = 1 + pT_D ; G_2(p) = \frac{1}{1 + pT_1} ; G_3(p) = \frac{1}{1 + pT_2}$$

$$\lg G(j\omega) = \lg(1 + j\omega T_D) + \lg\left(\frac{1}{1 + j\omega T_1}\right) + \lg\left(\frac{1}{1 + j\omega T_2}\right)$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_D} = 2 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = \frac{1}{T_1} = 0,4 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_3 = \frac{1}{T_2} = 40 \text{ s}^{-1}$$



# Parallelschaltung

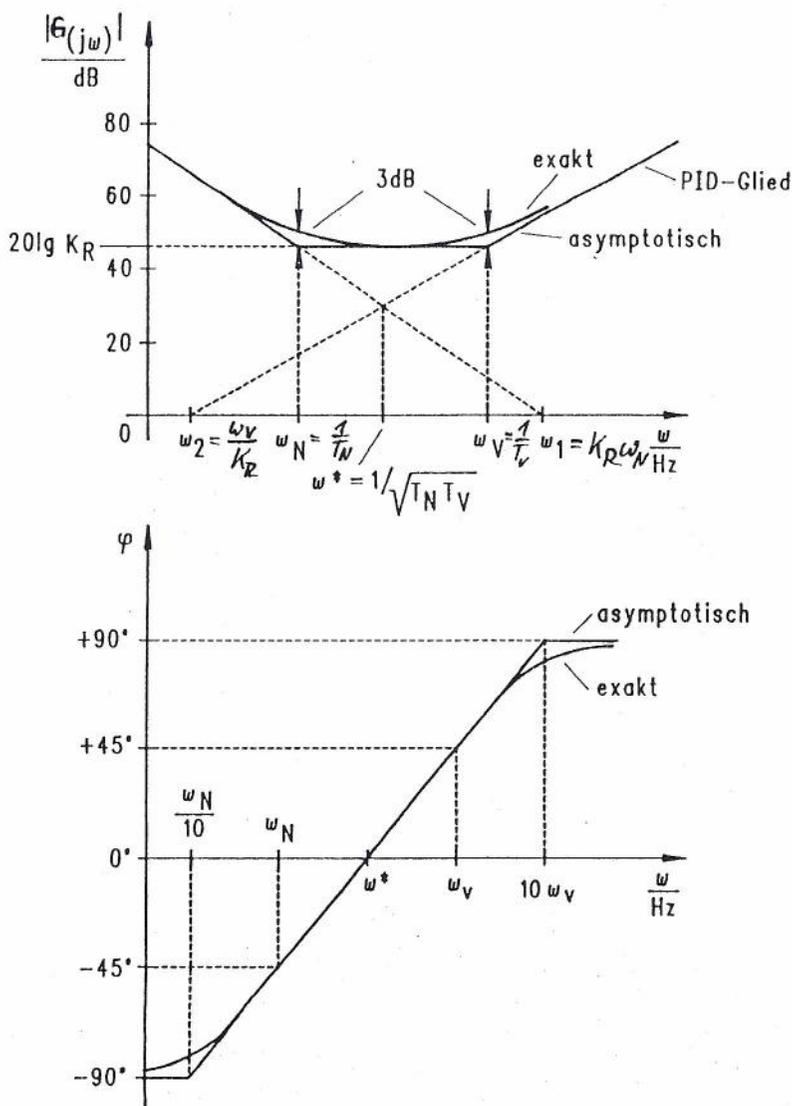
$$G(j\omega) = K_R \left[ 1 + j\left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right) \right]$$

Gleichung des Frequenzgangbetrages

$$|G(j\omega)| = K_R \sqrt{1 + \left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right)^2}$$

Der Phasenwinkel des idealen PID-Reglers lautet:

$$\varphi = \arctan\left(\omega T_V - \frac{1}{\omega T_N}\right)$$

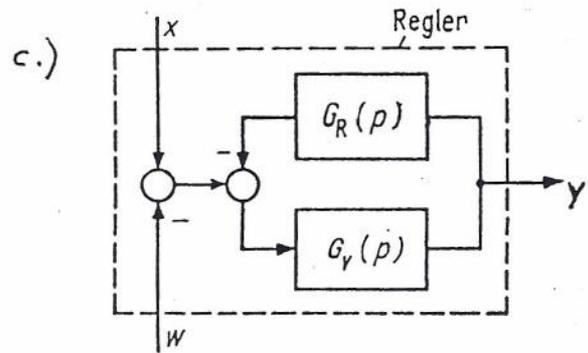
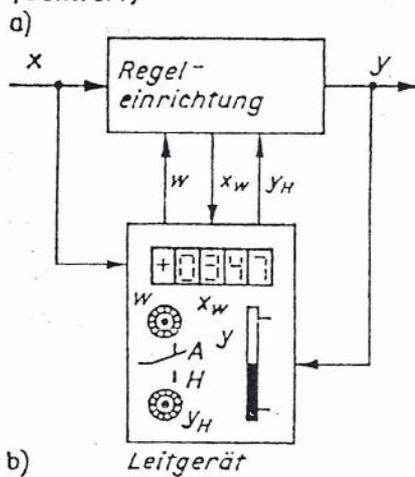
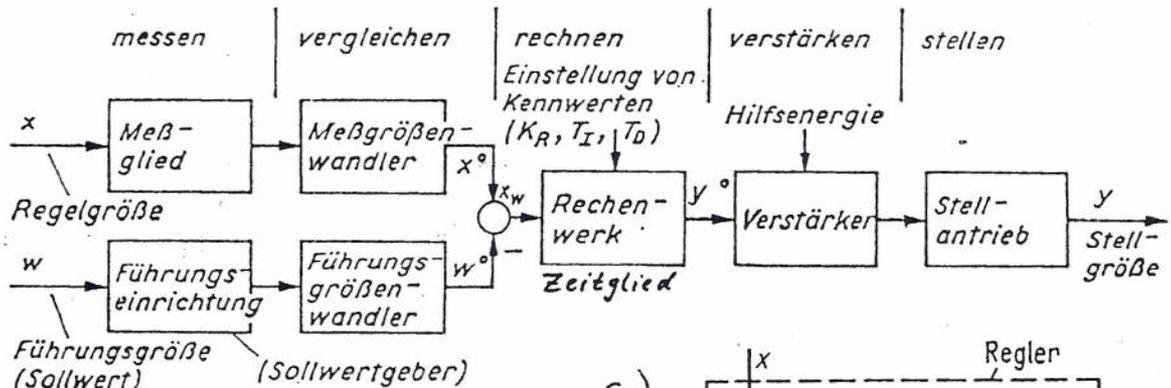


Bode-Diagramm des PID-Reglers

## Hinweise zur Abschätzung von Strecken-Zeitkonstanten \*)

Regelgröße	Regelstrecke	Hauptzeitkonstante
Temperatur	kl. Glühofen, gr. Kessel	5 ... 15 min
	Glühofen, groß	10 ... 60 min
	Raum-Zentralheizung	10 ... 60 min
	Schwimmbad-Wasser	6 ... 8 h
Feuchte	Wohnraum	1 ... 15 min
	Treibhaus	10 ... 30 min
Druck	Gasrohrleitung	50 ... 100 ms
	Druckbehälter	1 ... 60 s
	Faltenbalg	1 ... 10 ms
	Magnetventil	10 ... 100 ms
Drehzahl	Kleinmotoren	10 ... 100 ms
	Große Maschinen	5 ... 40 s
	Turbinen (ca. 1000/min)	10 ... 20 s
Position	Meßtische	1 ... 30 ms
	Robotik	10 ... 50 ms
Wasserstand	Dampfkessel	10 ... 60 s
	Behälter ( $V > 20 \text{dm}^3$ )	5 ... 60 s
Netzspannung	Generatoren, klein	1 ... 5 s
	Generatoren, groß	5 ... 10 s
	Stromrichter	1 ... 100 ms

\*) s. Orłowski, S. 115

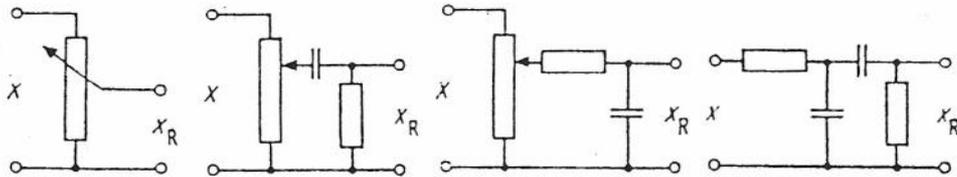


Aufbau einer Regeleinrichtung  
 a) Baugruppen der Regeleinrichtung; b) Regeleinrichtung und Leitgerät  
 c) Blockschaltbild eines Reglers mit Rückführung

Arten von Rückführungen

Funktion	Starre Rückführung	Nachgebende Rückführung	Verzögernde Rückführung	Verzögernde und nachgebende Rückführung
----------	--------------------	-------------------------	-------------------------	---

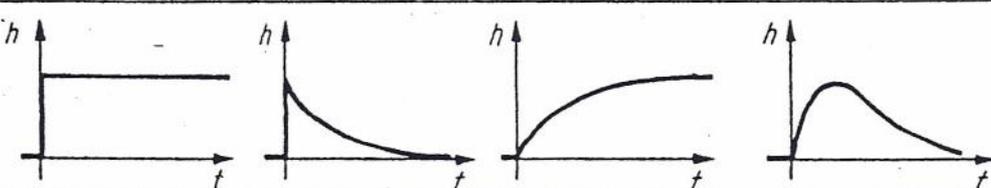
RC-Netzwerk



Übertragungsfunktion

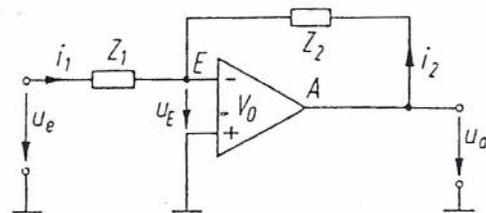
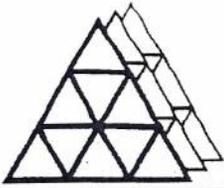
	$G(p) = K$	$G(p) = \frac{K_D \cdot p}{1 + pT_1}$	$G(p) = \frac{K}{1 + pT_1}$	$G(p) = \frac{K_D \cdot p}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)}$
--	------------	---------------------------------------	-----------------------------	---

Übergangsfunktion



# Grundtypen von Reglern

Benennung	Übergangsfunktion ohne Verzögerung, mit Verzögerung	Beispiele von Reglern	
P-Regler			pneumatischer P-Regler (Kraftvergleich)
I-Regler			hydraulischer I-Regler
PI-Regler			elektronischer PI-Regler
PD-Regler			pneumatischer PD-Regler (Kraftvergleich)
PID-Regler			pneumatischer PID-Regler (Momentenvergleich)



Beschaltung von Operationsverstärkern zur Erzielung von PD-, PI- und PID-Verhalten

$$i_1 + i_2 \approx 0 \quad (\text{Eingangsstrom})$$

$$\frac{u_c}{Z_1} = -\frac{u_a}{Z_2} \quad \text{wegen } u_E \approx 0 \quad (V_0 \rightarrow \infty)$$

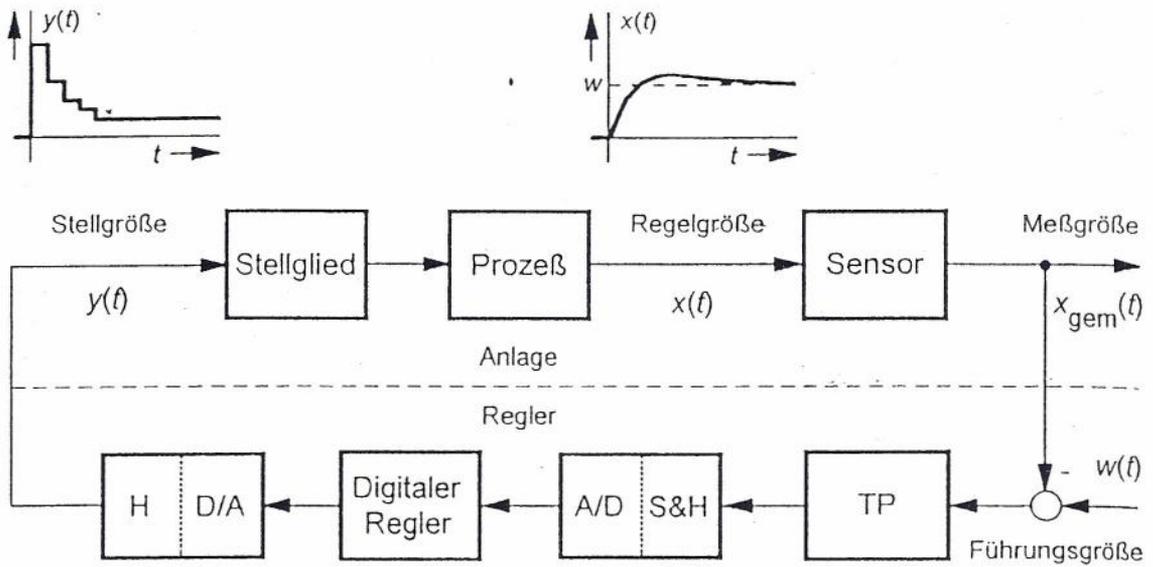
$$\frac{u_a}{u_c} = -\frac{Z_2}{Z_1}$$

$Z_1$	$Z_2$	Wirkweise	Kenngrößen
		PI	$K_p = -\frac{R_2}{R_1}$ $T_n = R_2 C_2$
		PI - I <sub>1</sub>	$K_p = -\frac{(R_1 + R_1') C_1}{R_1 C_2}$ $T_n = (R_1 + R_1') C_1$ $T_1 = R_1' C_1$
		PD	$K_p = -\frac{R_2}{R_1}$ $T_v = R_1 C_1$
		PD	$K_p = -\frac{R_2 + R_2'}{R_1}$ $T_v = \frac{R_2 R_2'}{R_2 + R_2'} C_2$
		PID	$K_p = -\frac{R_1 C_1 + R_2 C_2}{R_1 C_2}$ $T_n = R_1 C_1 + R_2 C_2$ $T_v = \frac{R_1 R_2 C_1 C_2}{R_1 C_1 + R_2 C_2}$
		PID	$K_p = -\frac{R_2 + R_2'}{R_1}$ $T_n = (R_2 + R_2') C_2$ $T_v = \frac{R_2 R_2'}{R_2 + R_2'} C_2'$ $C_2' \gg C_2$

Lit.: Mann/Schiffelgen: Einführung in die Regelungstechnik

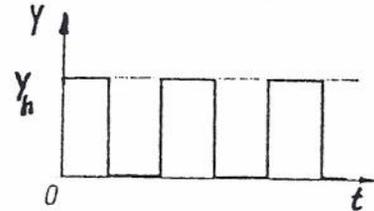
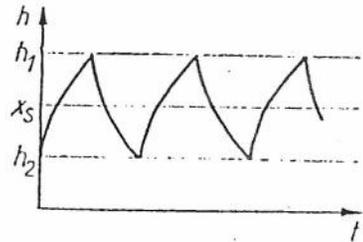
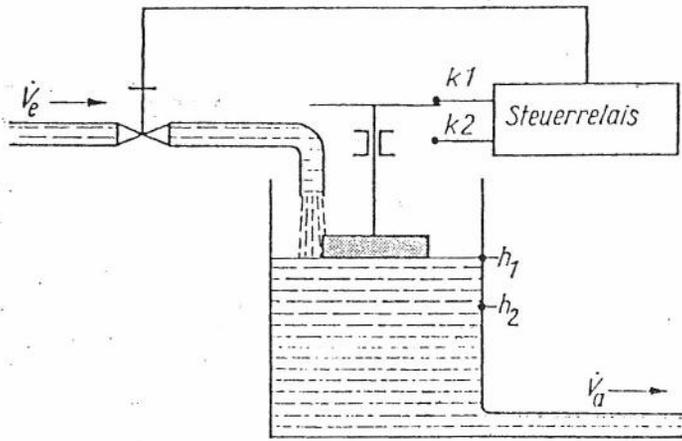
Carl-Hanser-Verlag, München 1989

# Struktur von Abtastsystemen



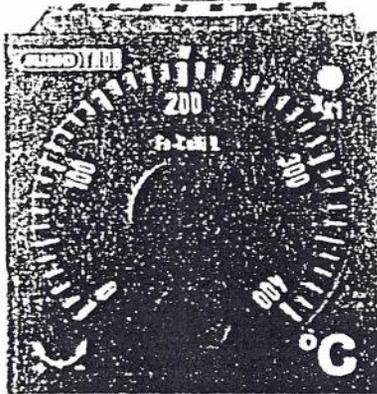
Digitaler Regler an einem kontinuierlichen Prozeß

# Zweipunktregler



Füllstandsregelung mit einem Zweipunktregler

# Jumo - Regler, Typ HR

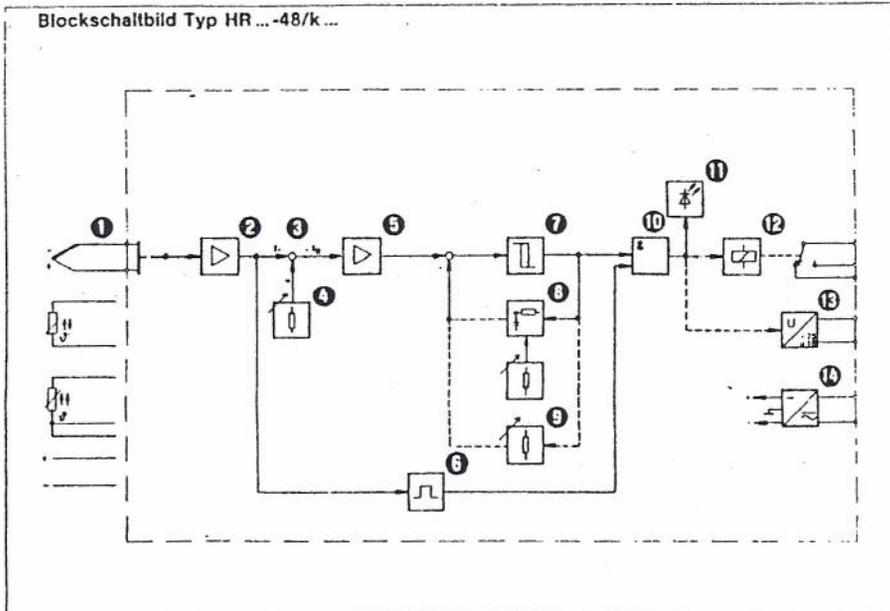


## Funktion Typ HR...-48/k

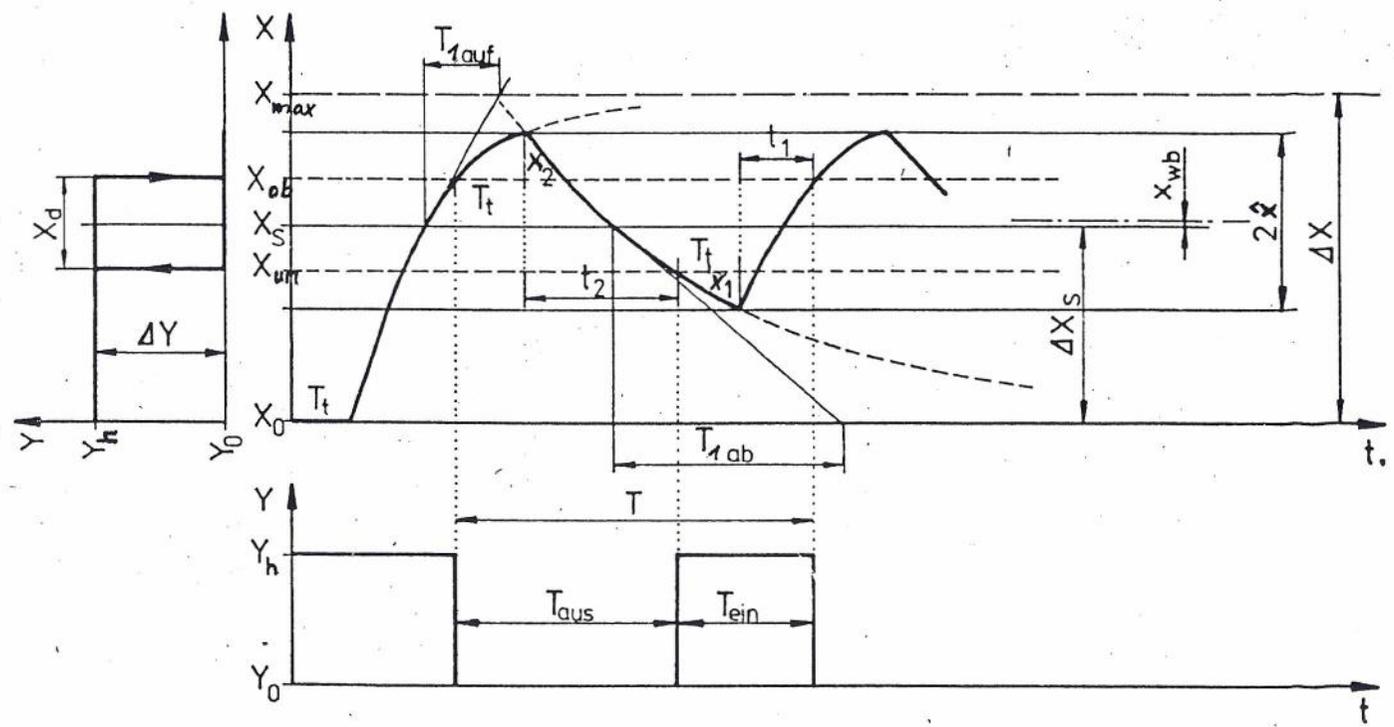
Das jeweilige Gebersignal ① gelangt als Istwert  $x$  verstärkt ② in den Vergleichler ③. Im Vergleichler wird die Differenz zwischen dem Istwert  $x$  und dem am Sollwertsteller ④ eingestellten Sollwert  $w$  gebildet und ergibt die Regelabweichung  $x_w (x - w)$ . Das bei einer Regelabweichung auftretende Differenzsignal wirkt über einen integrierten Verstärker ⑤ auf die nachgeschaltete Triggerstufe ⑦. Das Triggerausgangssignal steuert das Relais ⑫ mit einem potentialfreiem Umschaltkontakt an. Der Regler kann statt des Relaisausgangs auch mit binärem Spannungsausgang ⑬ ausgerüstet werden. Die Stellung „Relais angezogen“ wird von einer Leuchtdiode ⑪ angezeigt.

Rückführungen mit PD- (re11, re12) oder PID- (re4) Verhalten ⑥ erleichtern die Anpassung des Reglers an die Regelstrecke. Bei Typenzusatz „ap“ ist eine PD- Rückführung mit Arbeitspunkt-korrektur eingebaut. Die Schaltdifferenz  $X_d$  kann bei Typenzusatz „es“ frontseitig eingestellt werden ⑨ (Option). Serienmäßig ist der Regler mit einer Fühlerbruch- oder Fühlerkurzschlußsicherung ⑧ ausgerüstet. Das UND-Glied ⑩ verknüpft das Fühlerüberwachungssignal mit dem Triggersignal. Die zur Versorgung der Baugruppen notwendige Spannung wird im Netzteil ⑭ erzeugt und stabilisiert.

Blockschaltbild Typ HR...-48/k...



-56-



Verlauf der Regelgröße X und der Stellgröße Y ( $T_{1auf} < T_{1ab}$ )

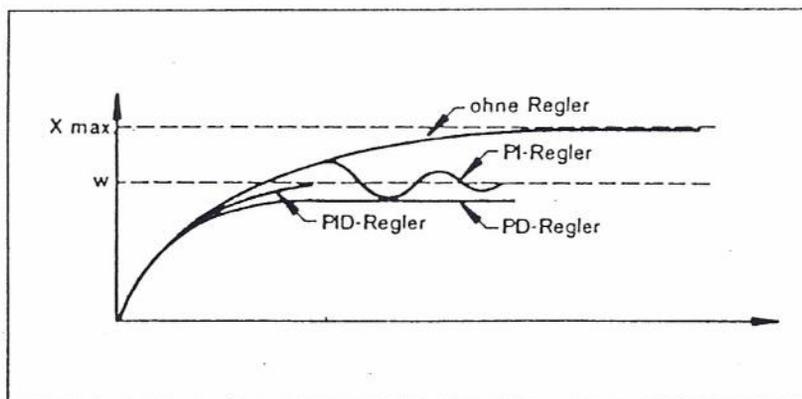
$$x_{wb} = x_2 - x_1 ; T_{ein} / T_{aus} = x_1 / x_2$$

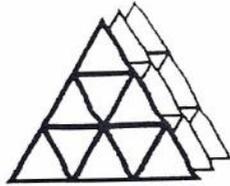
### 3.4. Reglerauswahl

Ein Prozeß reagiert bei Auftreten einer Störung anders als bei einer Änderung der Führungsgröße, obwohl beides die Änderung des Istwertes, zur Folge hat. Daher ist auch bei der Auswahl des Regler-Zeitverhaltens zu berücksichtigen, ob in erster Linie ein gutes Störungs- oder Führungsverhalten erreicht werden soll.

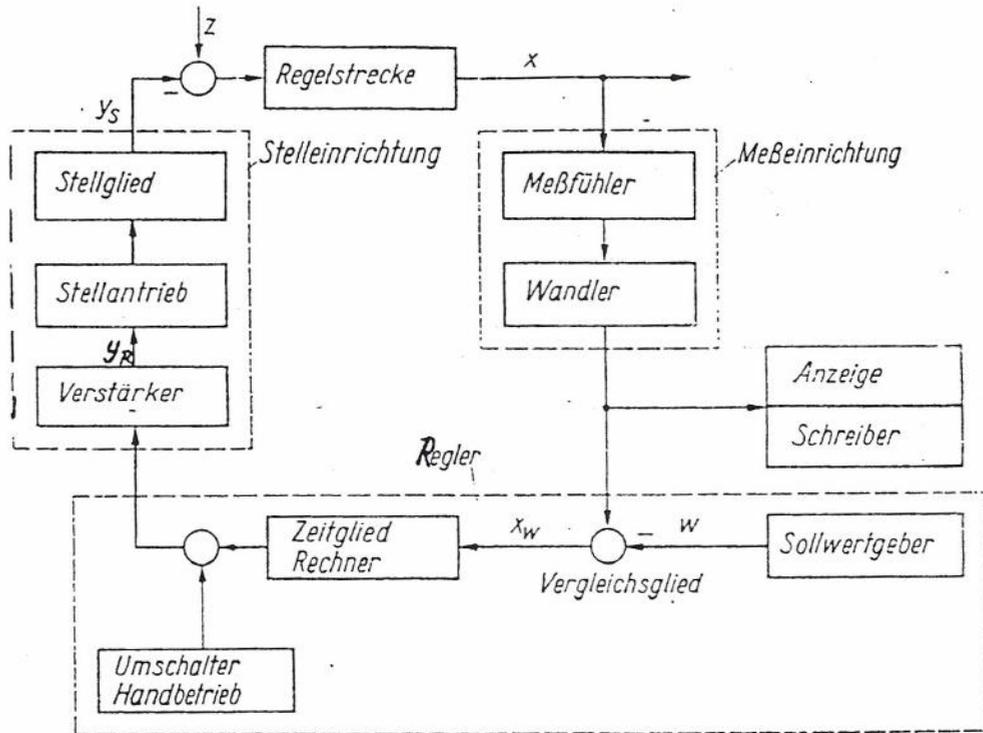
	P	PD	PI	PID
nur Totzeit	—	—	Führung + Störung	—
Totzeit + Verzögerung 2. Ordnung	—	—	etwas schlechter als PID	Führung + Störung
Totzeit + Verzögerung 1. Ordnung	—	schlecht	-schlechter als PD	Führung + Störung
kaum Totzeit + Verzögerung 2. Ordnung	Führung	Führung bei Verzugszeit	Störung	Störung bei Verzugszeit
höhere Ordnung	—	—	etwas schlechter als PID	Führung + Störung
ohne Ausgleich, mit Verzögerung	Führung (ohne Verzugszeiten)	Führung	Störung (ohne Verzugszeiten)	Störung

### *Wirkung verschiedener Regler bei Führungsgrößenänderung*

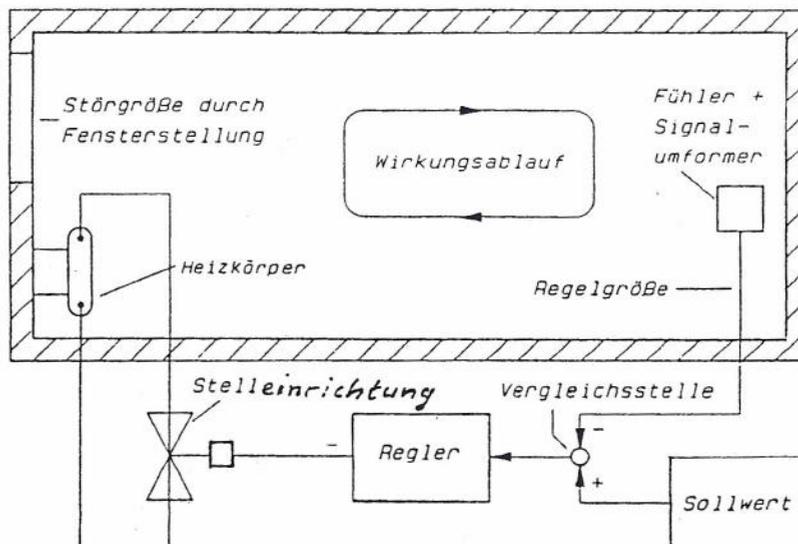




4.1. Einschleifiger Regelkreis



Grundsätzlicher Aufbau einer Regelung



Struktur einer Raumtemperaturregelung

NUR FÜR LEHRZWECKE, WEITERE VERVIELFÄLTIGUNG NUR MIT GESTÄTTET

## Führungsverhalten, Störverhalten

Der Führungsfrequenzgang  $G_w(j\omega)$  des Regelkreises ist

$$G_w(j\omega) = \frac{x}{w} = \frac{G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)}{1 + G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)}$$

Die zeitliche Änderung der Regelgröße mit den typischen Kennwerten bei einem Sprung der Führungsgröße zeigt Bild 1.

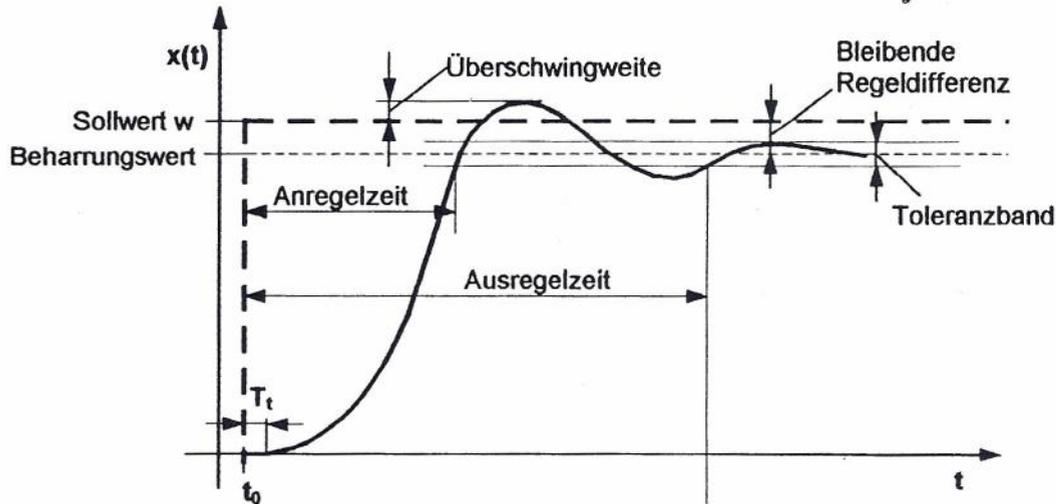


Bild 1

Der Störfrequenzgang  $G_z(j\omega)$  des Regelkreises ist

$$G_z(j\omega) = \frac{x}{z} = \frac{G_S(j\omega)}{1 + G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega)}$$

Die zeitliche Änderung der Regelgröße mit den typischen Kennwerten bei einem Sprung der Störgröße zeigt Bild 2.

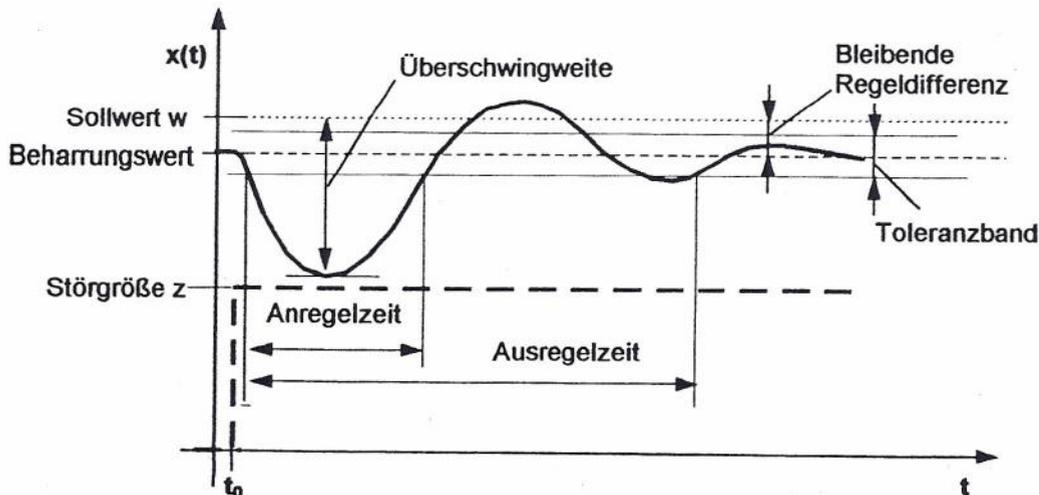


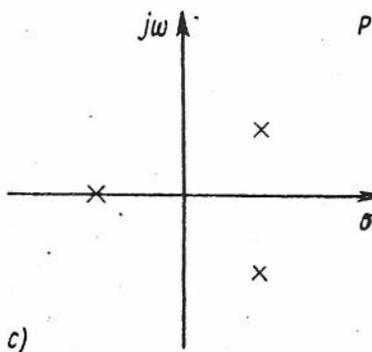
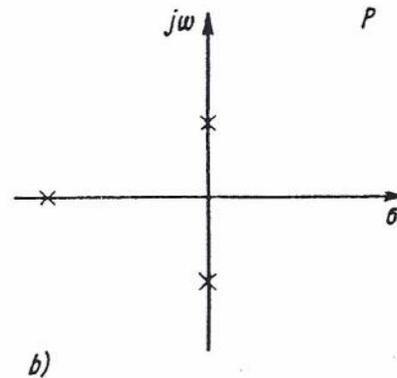
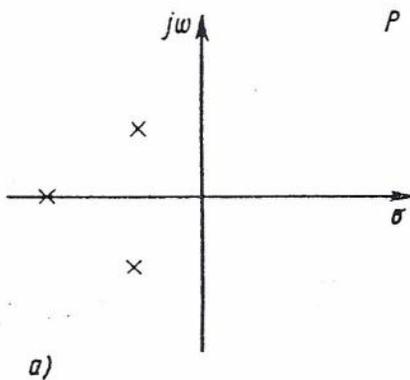
Bild 2

## 4.2 Stabilität

### Definition:

Eigenschaften eines Systems, auf eine beschränkte Anfangsauslenkung mit einem beschränkt bleibenden Zustandsgrößenvektor zu reagieren.

Ljapunov: Ein Vorgang ist stabil, wenn die Realteile aller Wurzeln der zugehörigen charakteristischen Gleichung negativ sind.



Lage der Wurzeln in der komplexen p-Ebene  
a) stabiles System  
b) System auf der Stabilitätsgrenze  
c) instabiles System

## Das Routhkriterium

In ähnlicher Form, wie beim Hurwitzkriterium werden bei der Stabilitätsprüfung nach Routh (1877) die Koeffizienten  $a_v$  der charakteristischen Gleichung in einem Rechenschema mit  $(n+1)$  Zeilen angeordnet

n	$a_n$	$a_{n-2}$	$a_{n-4}$	$a_{n-6}$	...	...	0
n-1	$a_{n-1}$	$a_{n-3}$	$a_{n-5}$	$a_{n-7}$	...	...	0
n-2	$b_{n-1}$	$b_{n-2}$	$b_{n-3}$	$b_{n-4}$	...		0
n-3	$c_{n-1}$	$c_{n-2}$	$c_{n-3}$	$c_{n-4}$	...		0
n-4	$d_{n-1}$	$d_{n-2}$	$d_{n-3}$	...			0
n-5	$e_{n-1}$	$e_{n-2}$	$e_{n-3}$	...			0
.	.	.	.				
.	.	.	.				
.	.	.	.				
1	$q_{n-1}$	0					
0	$r_{n-1}$	0					

Die Polynomkoeffizienten  $a_v$  werden in die ersten beiden Zeilen eingetragen.

Aus diesen beiden Zeilen erfolgt die Berechnung der dritten Zeile nach dem Schema

$$b_{n-1} = \frac{a_{n-1}a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}, b_{n-2} = \frac{a_{n-1}a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}, \dots$$

die vierte Zeile wird auf die gleiche Art aus der zweiten und dritten Zeile berechnet

$$c_{n-1} = \frac{b_{n-1}a_{n-3} - a_{n-1}b_{n-2}}{b_{n-1}}, c_{n-2} = \frac{b_{n-1}a_{n-1} - a_{n-1}b_{n-3}}{b_{n-1}}, \dots$$

das Verfahren wird bis zur letzten Zeile fortgesetzt

$$q_{n-1} = \frac{p_{n-1}o_{n-2} - o_{n-1}p_{n-2}}{p_{n-1}}, q_{n-2} = 0$$

$$r_{n-1} = \frac{q_{n-1}p_{n-2}}{q_{n-1}} = p_{n-2}$$

Der Regelkreis ist dann und nur dann stabil, wenn

- alle Koeffizienten des charakteristischen Polynoms ungleich Null sind,
- alle Polynomkoeffizienten  $a_v$  positives Vorzeichen haben und
- alle berechneten Elemente der ersten Spalte des Routh-Schema positiv sind.

Normalerweise kann die Berechnung abgebrochen werden, wenn ein Wert in der ersten Spalte negativ wird. Dann ist der Kreis instabil.

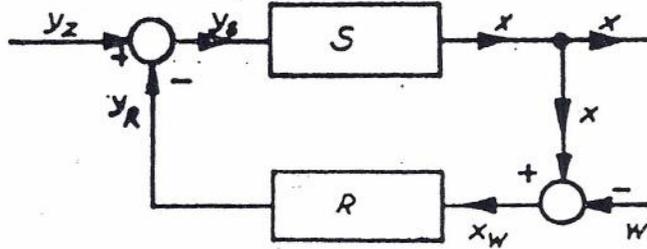
Rechnet man das Schema bis zur letzten Zeile, dann gibt die Anzahl der Vorzeichenwechsel die Zahl der instabilen Pole an.

Das Routh-Schema ist für die Stabilitätsprüfung mit dem PC ideal geeignet und wird häufig in Simulationsprogrammen verwendet.

Systeme mit Totzeit lassen sich mit den algebraischen Kriterien nicht prüfen. Aussagen zur Stabilitätsreserve sind nur auf Umwegen möglich.

## Das Nyquist-Kriterium

Übertragungsfunktion des aufgeschnittenen Regelkreises



Führungsverhalten ( $z = 0$ )

$$G(p) = \frac{x(p)}{w(p)} = \frac{G_S(p) G_R(p)}{1 + G_S(p) G_R(p)}$$

Aufgeschnittener Regelkreis:

$$G(p) = -G_S(p) \cdot G_R(p)$$

## Das Nyquist-Kriterium in Ortskurvendarstellung

Voraussetzung:

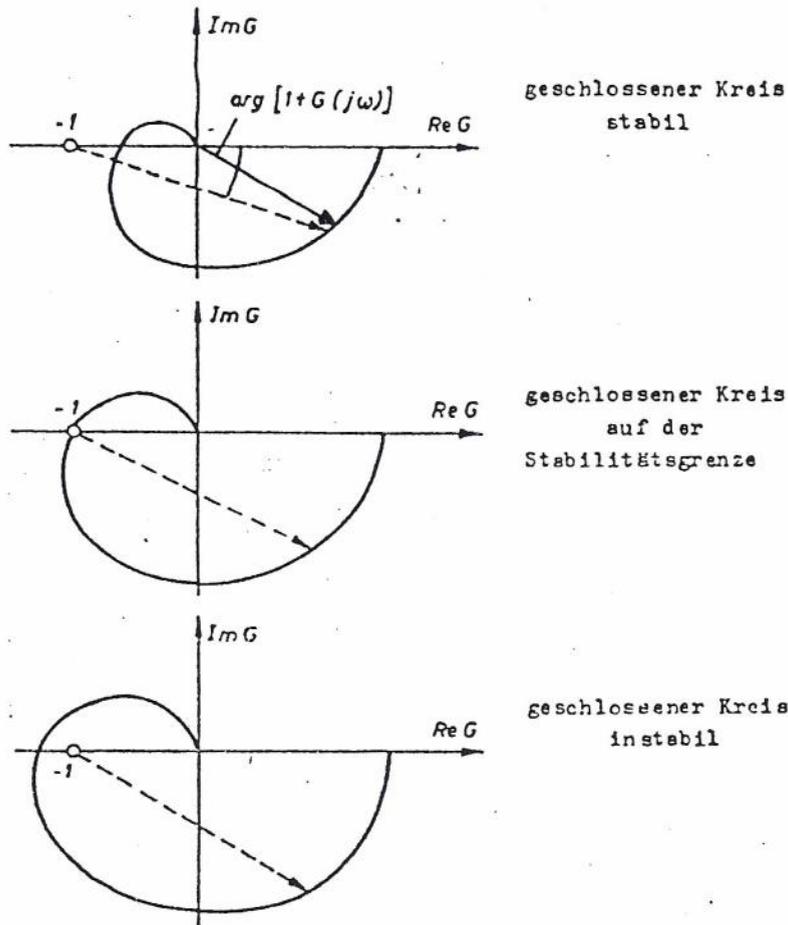
Errechnete oder gemessene Ortskurve

Stabilitätsbedingung:

Der geschlossene Regelkreis ist genau dann stabil, wenn die Ortskurve des aufgeschnittenen Regelkreises den "kritischen Punkt"  $G = -1$  weder umschlingt noch durch ihn hindurchgeht.

oder: Linke-Hand-Regel

... wenn die Ortskurve des aufgeschnittenen Regelkreises beim Lauf von  $\omega = 0$  nach  $\omega \rightarrow \infty$  den "kritischen Punkt"  $-1$  der Zahlenebene zur Linken läßt.



### Das Nyquist-Kriterium im Bode-Diagramm

Voraussetzung:

- Errechnete oder gemessene Frequenzkennlinie (Amplituden- oder Phasengang)
- Die Ortskurve des Frequenzganges schneidet den Einheitskreis, d.h., der  $\log$  Amplitudengang schneidet die  $\omega$ -Achse genau einmal bei der Schnittfrequenz  $\omega_s$ :

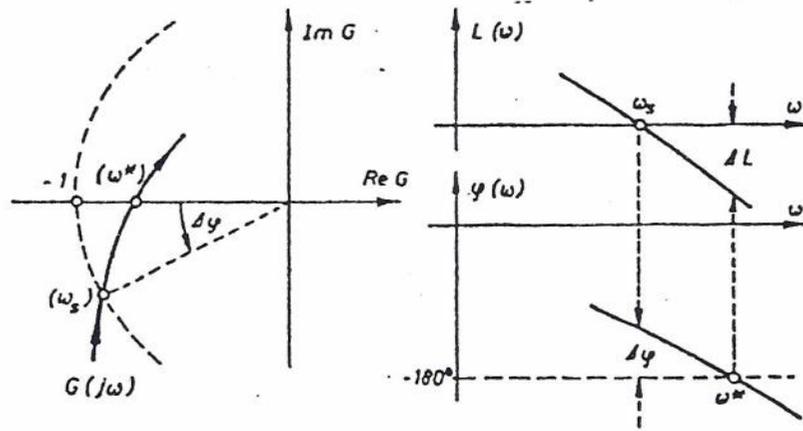
$$|G(j\omega_s)| = 1; L(\omega_s) = 0$$

- Die Ortskurve des Frequenzganges schneidet die negativ reelle Achse, d.h., der log. Phasengang, schneidet die achsenparallele Gerade der 180°-Frequenz  $\omega$ :

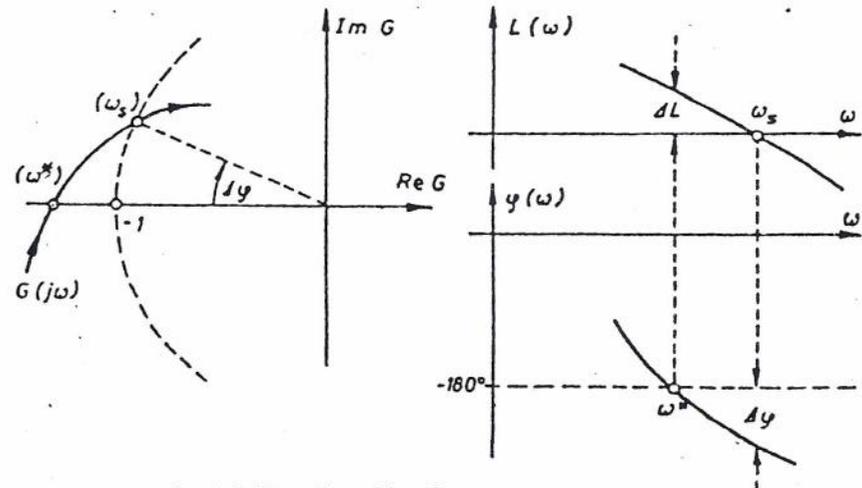
$$\arg G(j\omega^*) = \varphi(\omega^*) = -180^\circ$$

- Stabilitätsbedingung:  
Der geschlossene Regelkreis ist stabil, wenn die Schnittfrequenz  $\omega_s$  kleiner als die 180°-Frequenz  $\omega^*$  des aufgeschnittenen Regelkreises ist:

$$\omega_s < \omega^*$$



stabiler Regelkreis



instabiler Regelkreis

Maße für die Annäherung an die Stabilitätsgrenze:

- Amplitudenrand:

$$A_R = 1/|G_o|$$

$$\Delta L = -20 \lg |G(j\omega^*)|$$

- Phasenrand:

$$\Delta \varphi = 180^\circ - |\varphi(\omega_s)|$$

→ Der geschlossene Regelkreis ist unter den gegebenen Voraussetzungen genau dann stabil, wenn der Amplituden- und der Phasenrand positiv sind:

$$\Delta L > 0; \Delta \varphi > 0$$

### Phasenreserve

Die Phasenreserve  $\varphi_R$  (auch Phasenrand) folgt aus dem Schnittpunkt der Ortskurve mit dem Einheitskreis und gibt die Phasendifferenz zur negativen reellen Achse an.

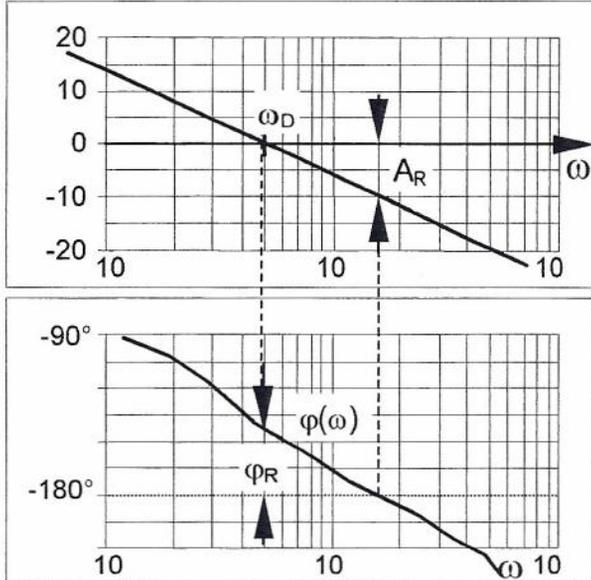


Bild 6

Ist die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  die Kreisfrequenz, bei der die Ortskurve den Einheitskreis schneidet (der Betrag hat bei  $\omega_D$  den Wert  $G_0(j\omega_D) = 1$ ), dann ist

$$\varphi_R = \varphi_0(\omega_D) \Big|_{|G_0(j\omega)|=1} - (-\pi).$$

Bild 6 zeigt, daß die Amplitudenreserve und die Phasenreserve auch im Bodediagramm ablesbar sind.

Die Phasenreserve ist die positive Winkeldifferenz des Phasengangs zu  $(-180)^\circ$  bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$ , die Amplitudenreserve die positive Differenz des Amplitudengangs zur 0 dB - Achse.

Für  $A_R > 1$  und  $\varphi_R > 0$  ist der geschlossene Regelkreis prinzipiell asymptotisch stabil.

Sinnvolle mittlere Erfahrungswerte für die Synthese von Regelkreisen sind  $A_R = 2$  und  $\varphi_R = 60^\circ$  für gutes Führungsverhalten und  $A_R = 2$  und  $\varphi_R = 30^\circ$  für gutes Störverhalten des Regelkreises.

### Totzeitreserve

Eine Totzeit im Frequenzgang des offenen Regelkreises bewirkt eine zusätzliche Phasendrehung um

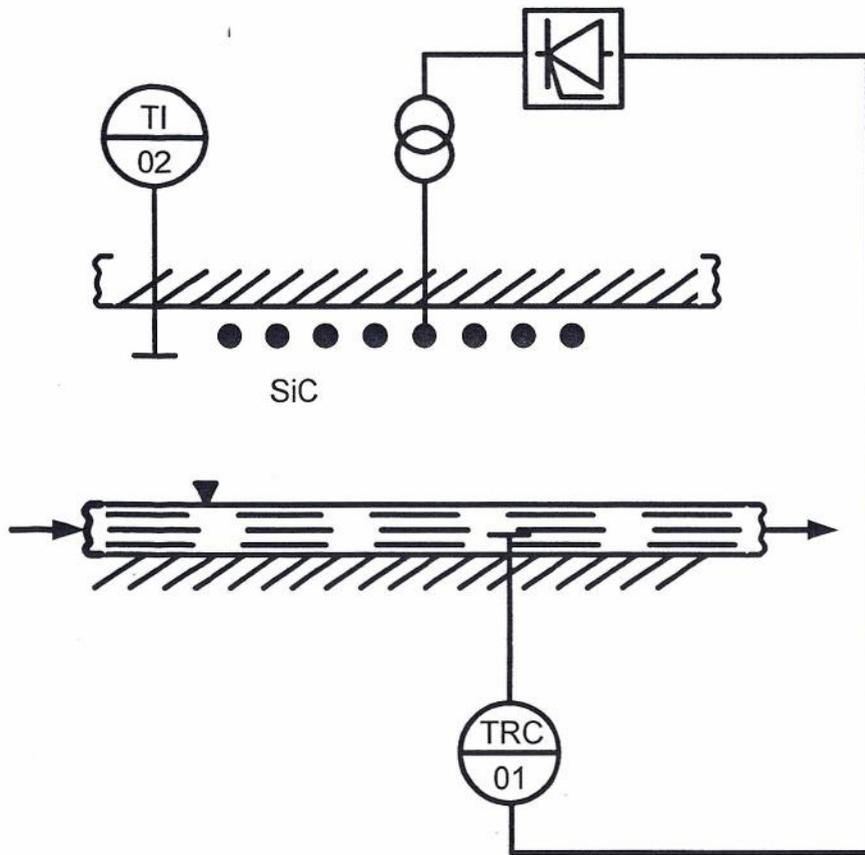
$$\varphi_{T_t} = -\omega T_t.$$

Ist die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  und die Phasenreserve  $\varphi_R$  der Ortskurve ohne Totzeit bekannt, dann ist die Totzeitreserve  $T_{tR}$  des geschlossenen Regelkreises

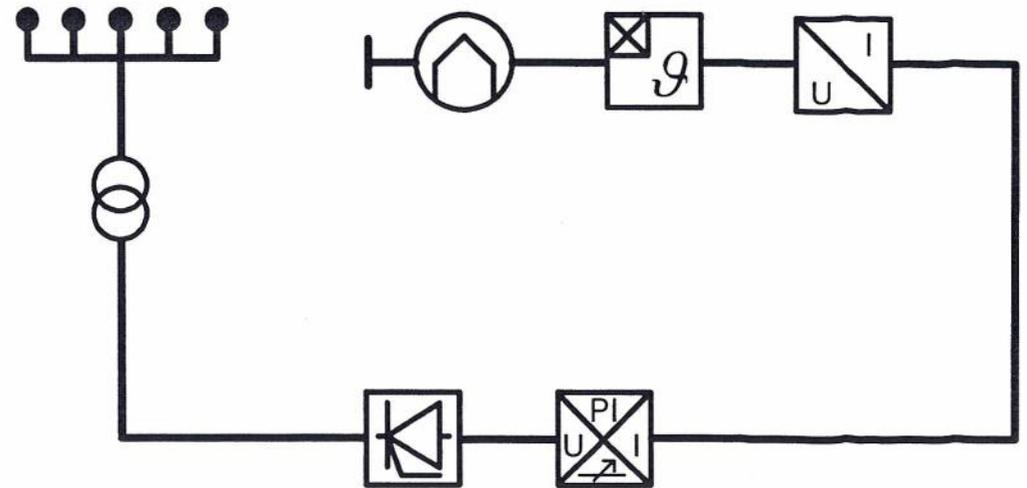
$$T_{tR} = \frac{\varphi_R}{\omega_D}.$$

Die Totzeitreserve ist eine wichtige Entscheidungshilfe beim Ersatz von analogen durch digitale Regler hinsichtlich der zulässigen Zykluszeit und deren Auswirkung auf das dynamische Verhalten des geschlossenen Regelkreises.

# Speiser einer Glaswanne



Technologisches Schema



Baugliedplan

## Zwei-Ortskurven-Verfahren (ZOK)

Aus dem vereinfachten Nyquist-Kriterium:

$$G_0(j\omega) = G_R(j\omega) \cdot G_S(j\omega) = -1$$

folgt durch Umstellen für die Stabilitätsgrenze:

$$G_R(j\omega) = -\frac{1}{G_S(j\omega)}$$

Aus den Real- und Imaginärteilen dieser Gleichung kann die kritische Frequenz  $\omega_k$  ermittelt werden und es ergibt sich folgende Stabilitätsaussage:

$$\operatorname{Re} [G_R(\omega_k)] < \operatorname{Re}[-1 / G_S(\omega_k)]$$

bzw.

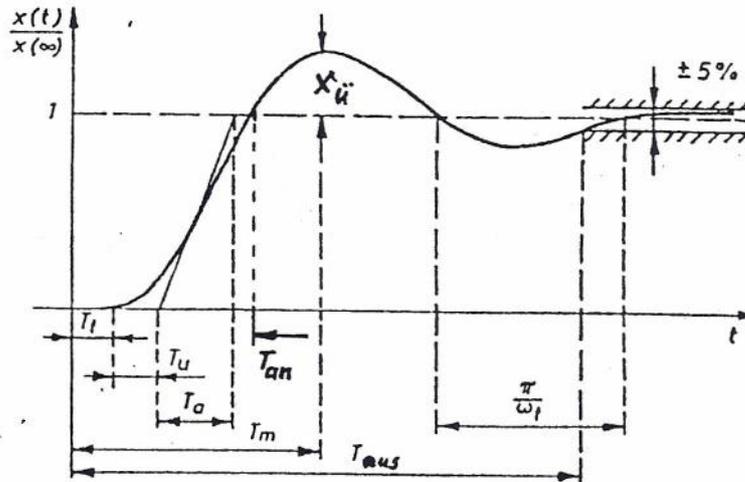
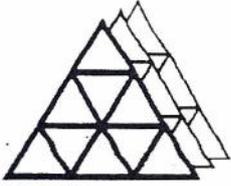
$$\operatorname{Im}[G_R(\omega_k)] < \operatorname{Im}[-1 / G_S(\omega_k)].$$

Für den Amplitudenrand  $\Delta L$  gilt:

$$\Delta L = \operatorname{Re} \left[ \frac{-1 / G_S(\omega_k)}{G_R(\omega_k)} \right]$$

Negative inverse Ortskurven wichtiger Regelstrecken  
und ihr zugehöriger Frequenzgang (nach Orłowski')

Regelstrecke	Frequenzgang $^{-1}/\underline{G}_S \hat{=} \bar{\underline{G}}_S$	negative inverse Ortskurve
I	$\bar{\underline{G}}_S = -j\omega T_i$	
PT <sub>1</sub>	$\bar{\underline{G}}_S = \frac{-1-j\omega T_1}{K_S}$	
PT <sub>2</sub>	$\bar{\underline{G}}_S = \frac{\omega^2 T_2^2 - 1 - j2\omega T_2}{K_S}$	
PT <sub>t</sub>	$\bar{\underline{G}}_S = \frac{-\cos \omega T_t - j \sin \omega T_t}{K_S}$	
I-T <sub>1</sub>	$\bar{\underline{G}}_S = \omega^2 T_1 T_i - j\omega T_i$	
I-T <sub>t</sub>	$\bar{\underline{G}}_S = \omega T_1 (\sin \omega T_t - j \cos \omega T_t)$	
PT <sub>1</sub> -T <sub>t</sub>	$\text{Re } \bar{\underline{G}}_S = \frac{\omega T_1 \sin \omega T_t - \cos \omega T_t}{K_S}$ $\text{Im } \bar{\underline{G}}_S = \frac{\omega T_1 \cos \omega T_t - \sin \omega T_t}{K_S}$	



$x_{\ddot{u}}$  - Überschwingweite

$T_{an}$  - Anregelzeit

$T_{aus}$  - Ausregelzeit

Sprungantwort der Regelgröße im geschlossenen Kreis  
(Führungsverhalten)

a)

Regler	$K_R$	$T_n$	$T_v$
P	$\frac{T_i}{K_p T_i}$	—	—
PI	$0,9 \frac{T_i}{K_p T_i}$	$3,3 T_i$	—
PID	$1,2 \frac{T_i}{K_p T_i}$	$2 T_i$	$0,5 T_i$

Reglereinstellung nach Ziegler-Nichols

b.)

Regler	$K_R$	$T_n$	$T_v$
P	$0,5 K_{p \text{ krit}}$	—	—
PI	$0,45 K_{p \text{ krit}}$	$0,83 T_{\text{krit}}$	—
PID	$0,6 K_{p \text{ krit}}$	$0,5 T_{\text{krit}}$	$0,125 T_{\text{krit}}$

Reglereinstellung nach Ziegler-Nichols

## Einstellregeln nach Chien, Hrones und Reswick

### Parameterermittlung der Strecke

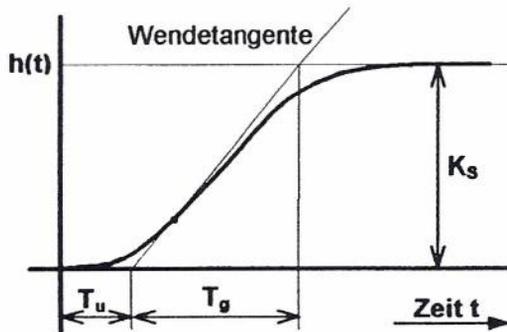


Bild 2 Strecke mit Ausgleich

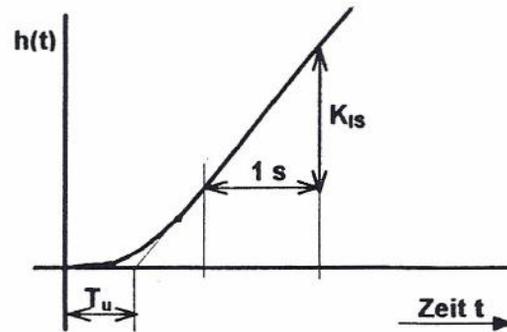


Bild 1 Strecke ohne Ausgleich

$T_u$  ist die Verzugszeit,  $T_g$  die Ausgleichzeit,  $K_S$  der Übertragungsbeiwert,  $K_{IS}$  der Integrationsbeiwert der Regelstrecke.

### Strecken mit Ausgleich (ohne I-Verhalten)

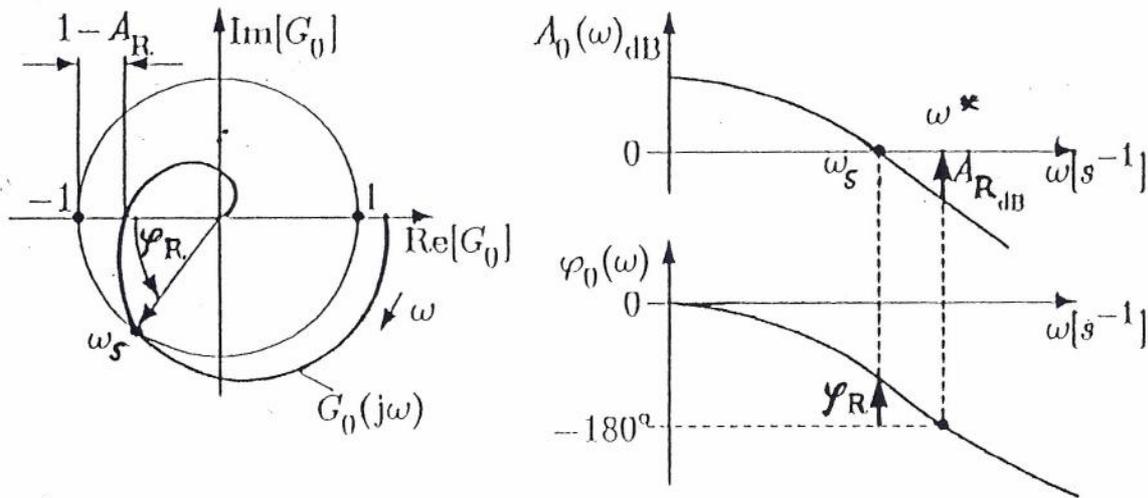
Regler- typ	Mit Überschwingen (ca 20%, $D=0,45$ )		aperiodisch zeitpotimal	
	Führung	Störung	Führung	Störung
<b>P</b>	$K_R = 0,71 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$K_R = 0,71 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$K_R = 0,3 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$	$K_R = 0,3 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$
<b>PI</b>	$K_R = 0,59 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = T_g$	$K_R = 0,71 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 2,3 \cdot T_u$	$K_R = 0,34 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 1,2 \cdot T_g$	$K_R = 0,59 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 4 \cdot T_u$
<b>PID</b>	$K_R = 0,95 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 1,35 \cdot T_g$ $T_v = 0,47 \cdot T_u$	$K_R = 1,2 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 2 \cdot T_u$ $T_v = 0,42 \cdot T_u$	$K_R = 0,59 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = T_g$ $T_v = 0,5 \cdot T_u$	$K_R = 0,95 \cdot \frac{1}{K_S} \cdot \frac{T_g}{T_u}$ $T_n = 2,4 \cdot T_u$ $T_v = 0,42 \cdot T_u$

### Strecken ohne Ausgleich (mit I-Verhalten)

Regler- typ	Mit Überschwingen		aperiodisch zeitpotimal	
	Führung	Störung am Eingang	Führung	Störung am Eingang
<b>P</b>	$K_R = 0,71 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$	$K_R = 0,71 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$	$K_R = 0,3 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$	$K_R = 0,3 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$
<b>PD</b>	$K_R = 0,95 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$ $T_v = 0,47 \cdot T_u$	$K_R = 1,2 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$ $T_v = 0,42 \cdot T_u$	$K_R = 0,59 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$ $T_v = 0,5 \cdot T_u$	$K_R = 0,95 \cdot \frac{1}{K_{IS}} \cdot \frac{1}{T_u}$ $T_v = 0,42 \cdot T_u$

Strecken ohne Ausgleich sind mit PI und PID-Reglern bei Führungsänderungen instabil.

## Reglereinstellung im Frequenzbereich



$$A_{R,dB} = \begin{cases} -12 \text{ dB} & \text{bis} & -20 \text{ dB} & \text{bei Führungsverhalten} \\ -3,5 \text{ dB} & \text{bis} & -9,5 \text{ dB} & \text{bei Störverhalten} \end{cases}$$

$$\varphi_R = \begin{cases} 40^\circ & \text{bis} & 60^\circ & \text{bei Führungsverhalten} \\ 20^\circ & \text{bis} & 50^\circ & \text{bei Störverhalten} \end{cases}$$

# Störgrößenaufschaltung

**Voraussetzung:** Störgröße (oder Hauptstörgröße) ist bekannt und messbar

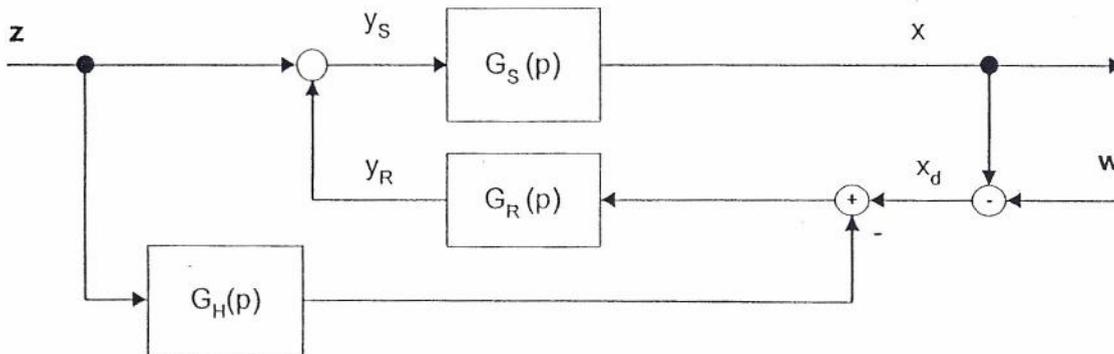
**Lösungsansatz:** Die gemessene Störgröße wird über ein Steuerglied entweder dem Regler (Struktur a.) oder der Stelleinrichtung (Struktur b.) aufgeschaltet.

**Vorteile:**

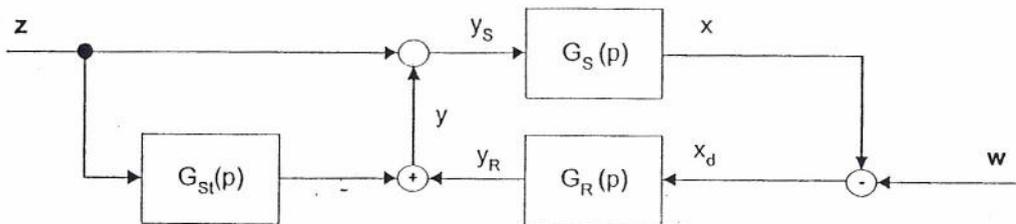
- Störungen werden früher erkannt und wirken nicht erst über die Regelstrecke.
- Die Dynamik der Regelung wird verbessert, ohne dass die Stabilität des Regelkreises beeinflusst wird (s. Gleichung)
- Die Störgrößenaufschaltung wird nur bei Einwirken der Störung wirksam; das Führungsverhalten wird nicht beeinflusst.

**Blockschaltbild:**

Struktur a.)



Struktur b.)



Für Struktur a.) gilt für die Regelgröße  $x$  folgende Gleichung:

$$X(p) = G_s(p) \{Z(p) + G_R(p) [W(p) - X(p)] - Z(p) G_R(p) \cdot G_H(p)\}$$

$$X(p) = \frac{G_s(p) [1 - G_R(p) G_H(p)]}{1 + G_R(p) \cdot G_s(p)} Z(p) + \frac{G_s(p) G_R(p)}{1 + G_R(p) G_s(p)} W(p)$$

- charakteristische Gleichung ist für Stör- und Führungsverhalten gleich → kein Einfluss auf Stabilität!
- Kompensation der Störung, wenn der Ausdruck in der eckigen Klammer Null wird.

$$\rightarrow 1 - G_R(p) \cdot G_H(p) = 0$$

$$G_H(p) = \frac{1}{G_R(p)}$$

$$\rightarrow \text{Sonderfall: statische Kompensation: } G_H(p) = \frac{1}{K_R}$$

$$\rightarrow \text{z. B. PI-Regler: } G_R(p) = K_R \left( 1 + \frac{1}{pT_n} \right)$$

$$G_H(p) = \frac{\frac{T_n}{K_R} \cdot p}{1 + pT_n} \quad \text{DT}_1\text{-Glieder}$$

Für Struktur b.) gilt für die Regelgröße  $x$  folgende Gleichung:

$$X(p) = G_s(p) G_R(p) \cdot W(p) - G_s(p) \cdot G_R(p) X(p) - G_s \cdot G_{St}(p) \cdot Z(p) + G_s(p) \cdot Z(p)$$

$$X(p) = \frac{G_s(p) G_R(p)}{1 + G_s(p) \cdot G_R(p)} \cdot W(p) + \frac{G_s(p) - G_s(p) G_{St}(p)}{1 + G_s(p) G_R(p)} \cdot Z(p)$$

→ Kompensation der Störung, wenn der Ausdruck

$$G_s(p) [1 - G_{St}(p)] = 0$$

→  $G_{St} = 1$ , d.h. Störung wird am Angriffsort in der Regelstrecke vollständig kompensiert.

→ starre Störgrößenaufschaltung: P-Glied

- Entwurfsschritte:**
- Synthese des Reglers (ohne Störgrößenaufschaltung) mit den bekannten Einstellregeln
  - Simulation des geschlossenen Regelkreises mit dem entworfenen Hilfs- bzw. Steuerglied ( $G_H$  oder  $G_{St}$ ).

**Beispiel:**

$$G_s(p) = \frac{0,8}{(1 + p \cdot 1,25s)(1 + p \cdot 2s)}$$

$$G_R(p) = K_R \left( 1 + \frac{1}{pT_n} \right)$$

Aufgabe: Entwurf des Reglers und des Hilfsglied  $G_H(p)$  sowie Simulation des Regelkreises mit und ohne Störgrößenaufschaltung (Vergleich der Ergebnisse)

## Hilfsstellgrößenaufschaltungung

**Voraussetzung:** innerhalb der Regelstrecke muss ein zusätzlicher Stelleingriff für  $y_H$  möglich sein.

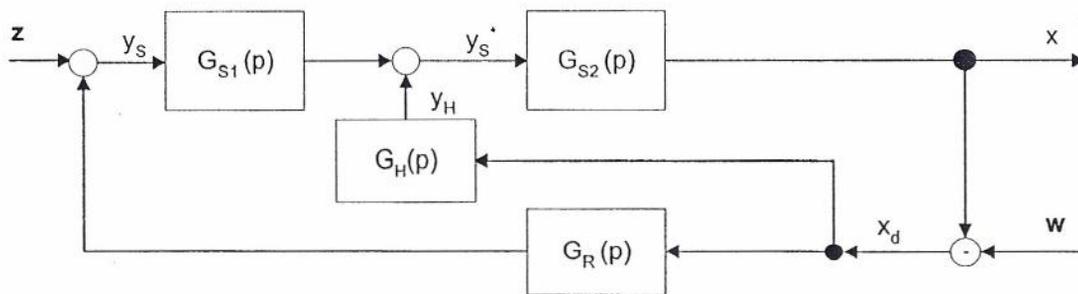
**Lösungsansatz:** Aufschalten der Regeldifferenz  $x_d$  über ein Hilfsglied  $G_H(p)$  auf das zusätzliche Stellglied

**Vorteile:**

- Schnellere Kompensation von Störungen, die in der Nähe des Streckenausganges auftreten.
- Verbesserung der Stabilität des Regelkreises.
- Besonders geeignet für Folgeregelungen, da Änderungen der Führungsgröße  $w$  sehr gut gefolgt wird.

**Nachteil:** Höherer technischer Aufwand durch zusätzliches Stellglied.

**Blockschaltbild:**



Für die Regelgröße gilt:

$$X(p) = \frac{G_{S2}(G_H + G_{S1}G_R)}{1 + G_{S2}(G_H + G_{S1}G_R)} \cdot W(p) + \frac{G_{S1}G_{S2}}{1 + G_{S2}(G_H + G_{S1}G_R)} \cdot Z(p)$$

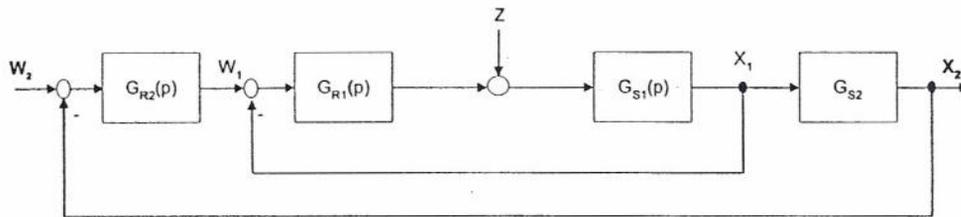
**Achtung:** Stabilität des Regelkreises wird durch die Hinzunahme des Hilfsgliedes  $G_H(p)$  beeinflusst!

## Kaskadenregelung

- Voraussetzung:**
- Zerlegung der Regelstrecke in zwei Teilsysteme mit dem Übertragungsverhalten  $G_{S1}(p)$  und  $G_{S2}(p)$
  - Möglichkeit der messtechnischen Erfassung der beiden Regelgrößen  $x_1$  und  $x_2$

- Lösungsansatz:**
- Der Hilfsregelgröße  $x_1$  ( $x_H$ ) wird ein eigener Regler  $G_{R1}$  (Folge- oder Hilfsregler) zugeordnet; der übergeordnete Regler  $G_{R2}$  (Führungs- oder Hauptregler) gibt dem Folgeregler  $G_{R1}$  die Führungsgröße  $w_1$  vor.

**Blockschaltbild:**



**Übertragungsfunktion:**

- Führungsverhalten:

$$G_w(p) = \frac{G_{R2} \frac{G_{R1} G_{S1}}{1 + G_{R2} G_{S1}} \cdot G_{S2}}{1 + G_{R2} \frac{G_{R1} G_{S1}}{1 + G_{R1} G_{S1}} \cdot G_{S2}} = \frac{G_{R2} G_{R1} G_{S1} G_{S2}}{1 + G_{R1} G_{S1} + G_{R2} G_{R1} G_{S1} G_{S2}}$$

- Störverhalten:

$$G_z(p) = \frac{\frac{G_{S1}}{1 + G_{R1} G_{S1}} \cdot G_{S2}}{1 + G_{R2} \frac{G_{R1} G_{S1}}{1 + G_{R1} G_{S1}} \cdot G_{S2}} = \frac{G_{S1} G_{S2}}{1 + G_{R2} G_{S1} + G_{R2} G_{R1} G_{S1} G_{S2}}$$

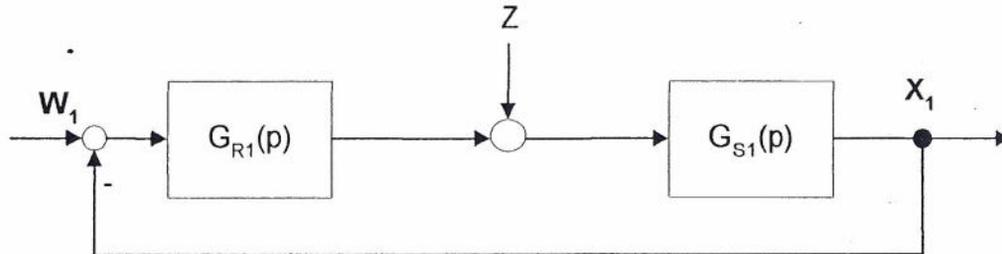
Aus dem Übertragungsverhalten ist zu erkennen, dass die Stabilität des Regelkreises beeinflusst wird!

- Vorteile:**
- Verbesserung der Dynamik bei Regelstrecken mit großen Zeitkonstanten
  - besseres Ausregeln von Störgrößen, die im inneren Streckenanteil angreifen
  - Erweiterung auf "mehrstufige" Kaskaden; "fließender" Übergang zur Zustandsvektorrückführung.

- Nachteile:**
- Höherer Entwurfsaufwand
  - Höherer gerätetechnischer Aufwand (zwei Messeinrichtungen, zwei Regler)

**Regelkreissynthese (in drei Schritten):**

**1. Schritt:** Entwurf des Folgeregelkreises (innere Schleife)

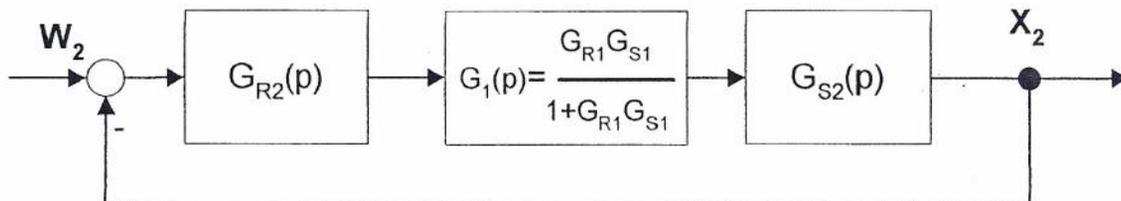


**Zielstellung:** Wahl einer hohen Verstärkung für den Folgeregler  $G_{R1}$ , um eine hohe Regelgeschwindigkeit für  $x_1$  zu erhalten (z. B. P-Regler).

**2. Schritt:** Zusammenfassen des inneren Kreises zu einem Block um wieder einen einschleifigen Regelkreis zu erhalten:

$$G_1(p) = \frac{G_{R1} \cdot G_{S1}}{1 + G_{R1} \cdot G_{S1}}$$

**3. Schritt:** Entwurf des Hauptregelkreises (äußere Schleife)



**Zielstellung:** Wahl von  $G_{R2}$  als PI- oder PID-Regeler, um:  
- eine hohe Regelgeschwindigkeit zu erreichen  
- eine hohe Regelgenauigkeit (keine bleibende Regeldifferenz) zu erzielen und  
- die Stabilität der gesamten Regelung zu garantieren.

**Beispiel:** Regelstrecke mit zwei  $PT_1$ -Gliedern

$$\begin{array}{ll} K_{PS1} = 2,5 & K_{PS2} = 1,8 \\ T_1 = 0,25 \text{ s} & T_2 = 0,6 \text{ s.} \end{array}$$

Entwurf der Regelung auf Führungsverhalten ( $z = 0$ )!