Aufgabensammlung

Grundlagen der Regelungstechnik

Bearbeitet von: Prof. Dr.-Ing. K.-D. Morgeneier
Dr.-Ing. W. Seide

Die vorliegende 1. Fassung der Aufgabensammlung ist nur zum internen Gebrauch an der FHS Jena bestimmt.

Vervielfältigungen und Veröffentlichungen jeglicher Art, auch ausschnittsweise, bedürfen der Zustimmung der Autoren.

Die Autoren bedanken sich bereits im Voraus für alle Korrekturhinweise, für kritische Bemerkungen und Ergänzungsvorschläge, die der Verbesserung dieser Aufgabensammlung dienen.

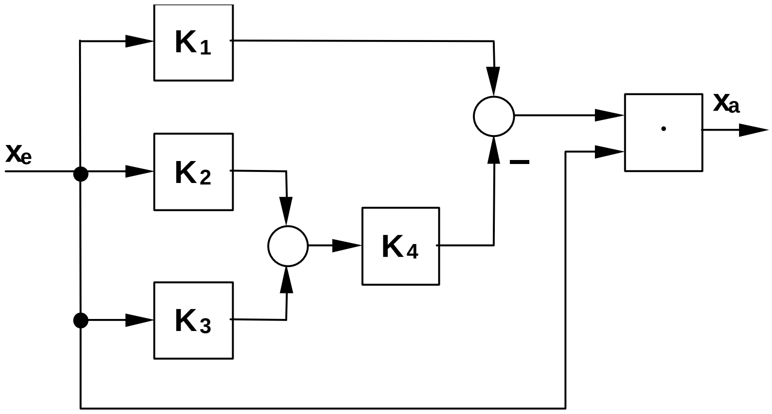
1. Grundbegriffe, Mathematische Grundlagen

1.1. Struktur, Wirkungsplan, technologisches Schema

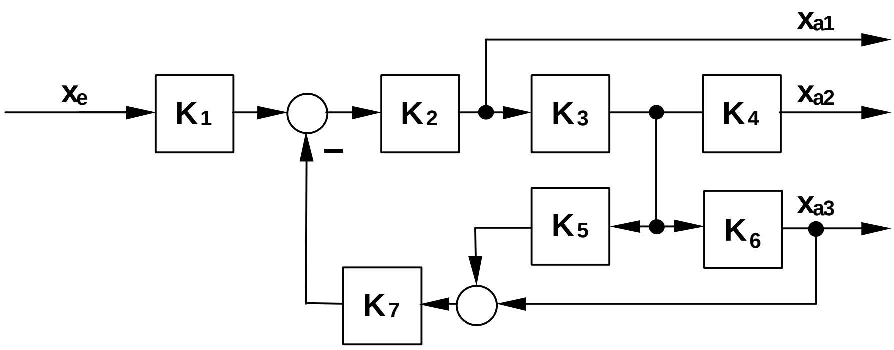
1.1.1. Ableiten der mathematischen Gleichungen aus dem Wirkungsplan

Bestimmen Sie für die dargestellten Wirkungspläne die zugehörigen mathematischen Gleichungen!

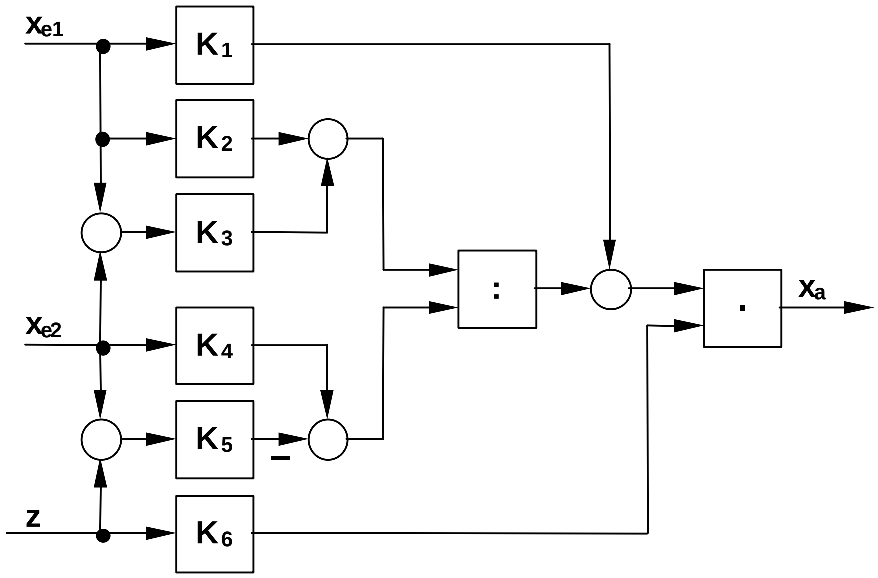
A1.



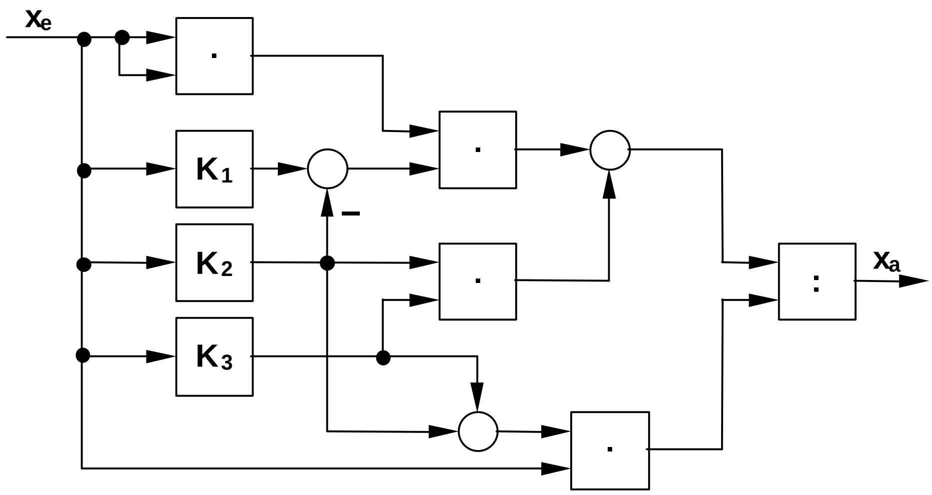
A2.



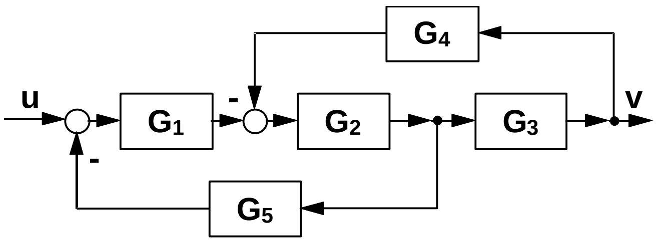
A3.



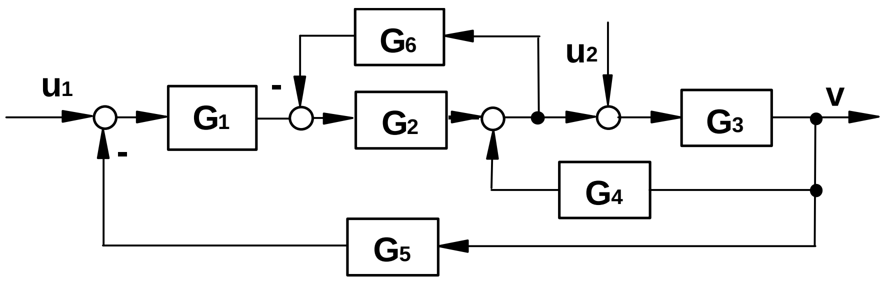
A4.



A5. Berechnen Sie das Übertragungsverhalten der dargestellten Struktur!



A6. Formen Sie den Wirkungsplan so um, daß Sie in der Lage sind, die Übertragungsfunktionen für beide Eingangsgrößen zu berechnen!



1.1.2. Darstellung des Wirkungsplanes nach den Gleichungen

Stellen Sie für die nachfolgenden Gleichungen den Wirkungsplan dar!

A1.

$$x_a = \frac{x_e(K_1 + 10)}{z \cdot (K_2 - K_3 + K_4)} - 15z$$

A2.

$$x_a = x_e^3 \cdot (K_1 + K_1 K_2 K_3 - 20)$$

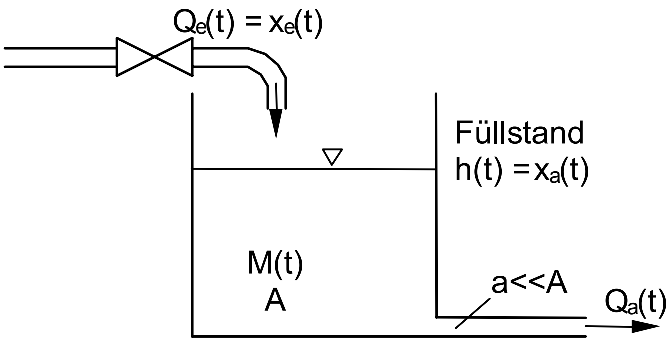
A3.

$$x_a = K_1 \cdot x_e + K_5 \cdot z - \frac{K_2(x_e - z)}{z \cdot (K_3 + K_4)}$$

1.1.3. Modellgleichungen und technologisches Schema

Ermitteln Sie aus den gegebenen Modellgleichungen und dem technologischen Schema den Wirkungsplan der jeweiligen Anordnung!

A1. Behälter mit freiem Auslauf



Gesamtmasse:

$$M(t) = \rho \cdot A \cdot h(t)$$

Torricellische Ausflußgleichung:

$$Q_a(t) = \rho \cdot a \cdot \sqrt{2g \cdot h(t)}$$

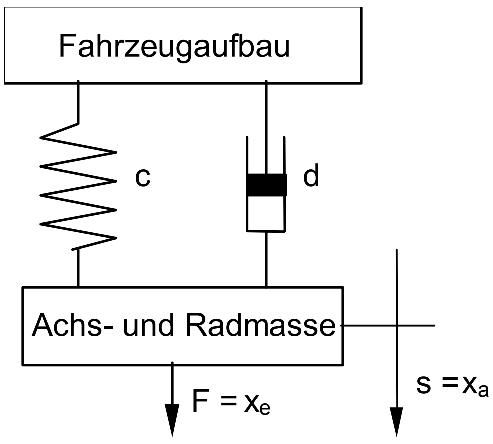
Massenstrombilanz:

$$\dot{M}(t) = Q_e(t) - Q_a(t) \text{ bzw.}$$

$$M(t) = \int_0^t \left(Q_e(\tau) - Q_a(\tau)\right) d\tau$$

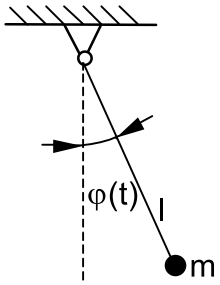
$$\text{für} \quad M(0) = 0$$

A2. Feder-Masse-Dämpfungssystem



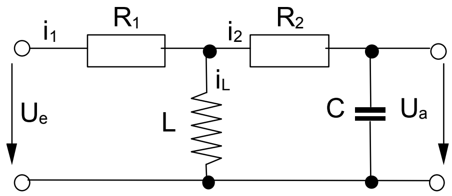
$$m \cdot \ddot{s}(t) + d \cdot \dot{s}(t) + c \cdot s(t) = F + m \cdot g$$

A3. Reibungsfreies Pendel



$$m \cdot l^2 \cdot \ddot{\varphi}(t) + m \cdot g \cdot l \cdot \sin\varphi(t) = 0$$
$$\ddot{\varphi}(t) + \omega^2 \cdot \sin\varphi(t) = 0$$

A4. Elektrische Schaltung



$$T_0^2 \cdot \ddot{u}_a(t) + 2dT_0 \cdot \dot{u}_a(t) + u_a(t) = T_D \cdot \dot{u}_e(t)$$

mit $T_D = \frac{L}{R_1};$

$$2dT_0 = R_2 C + \frac{L}{R_1}; \quad T_0^2 = \frac{LC}{R_1}(R_1 + R_2)$$

1.2. Regelungtechnische Aufgabe, Analyse technischer Systeme

1.2.1. Regelung technischer Anordnungen

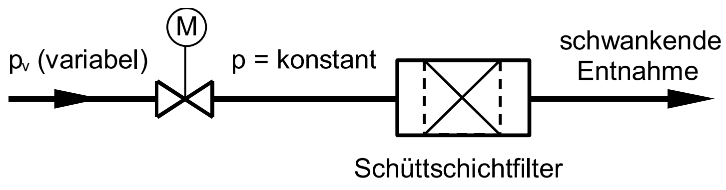
Die nachfolgenden technischen Anordnungen sollen geregelt werden.

Geben Sie
- die Regelgröße,
- den Meßort und die Meßgröße,
- den Stellort und die Stellgröße,
- die Führungsgröße (den Sollwert),
- die mögliche(n) Störgröße(n)

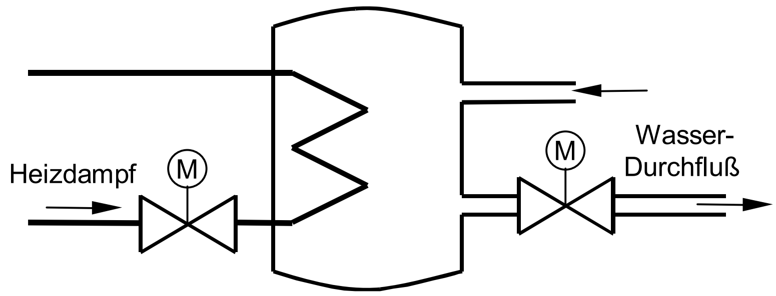
für die jeweilige Regelung an!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan der jeweiligen Regelung!

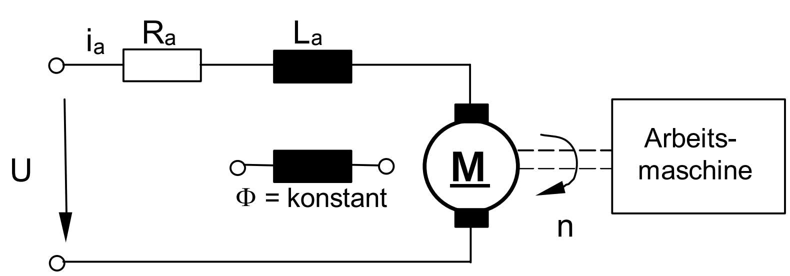
A1. Wasseraufbereitungsanlage (Druckregelung)



A2. Wärmetauscher (Temperaturregelung)

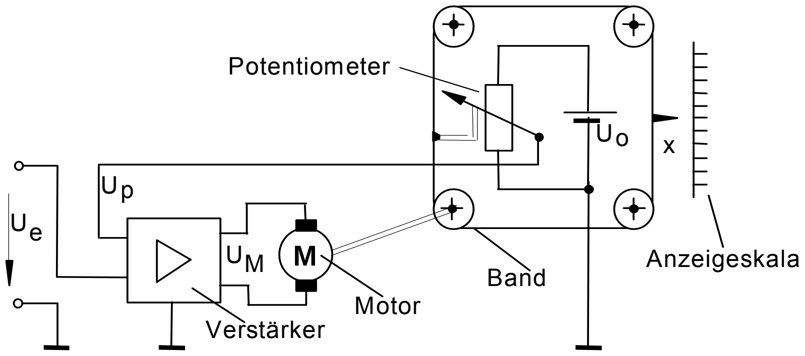


A3. Gleichstromantrieb (Drehzahlregelung)



1.2.2. Regelungstechnische Analyse technischer Anordnungen

A1. Die Skizze zeigt das Grundprinzip eines Kompensationsschreibers, der häufig zur Anzeige von Meßwerten in Automatisierungsanlagen verwendet wird. Intern wirkt der Kompensationsschreiber als Regelkreis, geregelt wird die Zeigerstellung x in Abhängigkeit der Eingangsspannung U_e .



Der Übertragungsfaktor des mit dem Band gekoppelten Potentiometers ist

$$\frac{U_p}{x} = 0{,}5 \quad \frac{V}{cm},$$

der Frequenzgang des Bandantriebes (Motor, Antriebsrolle, Band) ist

$$G(j\omega) = \frac{x}{U_M} = \frac{1{,}5}{j\omega(1 + 0{,}05 j\omega)} \quad \frac{cm}{sV}.$$

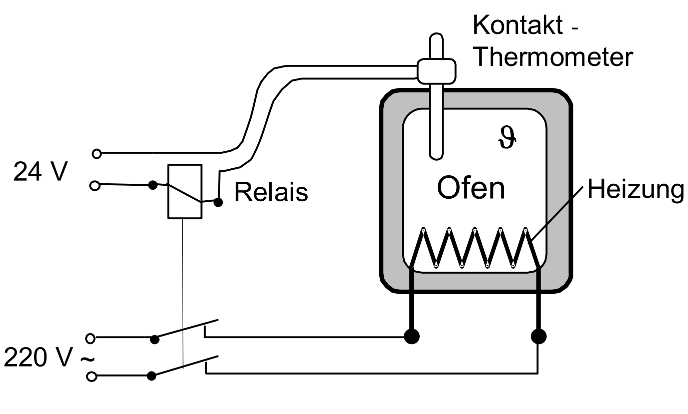
Geben Sie für die Anordnung an

- die Regelstrecke,
- die Regelgröße,
- das Meßglied,
- den Sollwert,
- den Regler!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan (Blockschaltbild) der Anordnung!

Diskutieren Sie die Stabilität des Regelkreises!

A2. Analysieren Sie die nachfolgend skizzierte technische Anordnung.



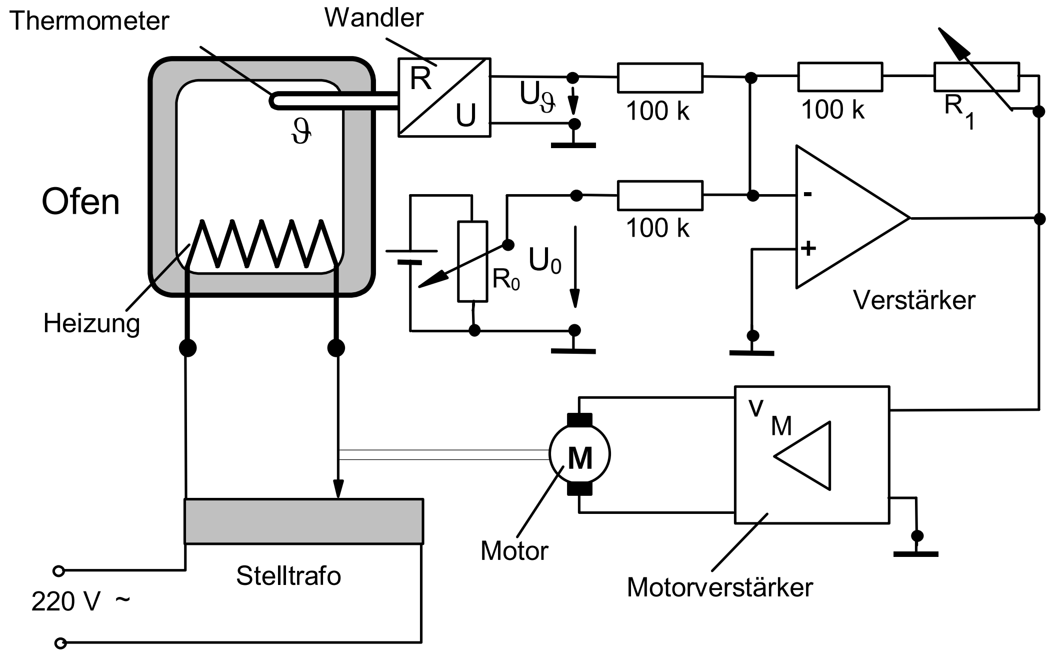
Nennen Sie die regelungstechnische Aufgabenstellung!

Geben Sie an:

- die Regelgröße,
- die Führungsgröße,
- die Stellgröße,
- die mögliche(n) Störgröße(n)!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan der Anordnung!

A3. In einem elektrisch beheizten, automatisch geregelten Brennofen wird die Temperatur mit einem Widerstandsthermometer und nachgeschaltetem R/U-Wandler gemessen.
Der prinzipielle Aufbau der Regelung ist im Bild dargestellt.

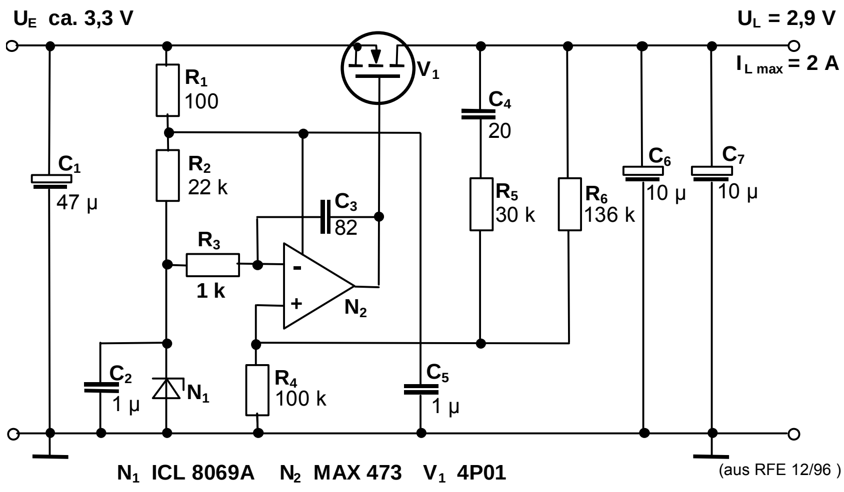


Geben Sie an:

- die Regelgröße,
- die Rückführgröße,
- die Stellgröße,
- Störgrößen,
- die Regelstrecke,
- das Meßglied,
- den Regler,
- das Stellglied!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan (Blockschaltbild) des Regelkreises!

A4. Eine industrielle Schaltung soll aus regelungstechnischer Sicht analysiert werden.
Der Stromlaufplan ist im nachfolgenden Bild dargestellt.

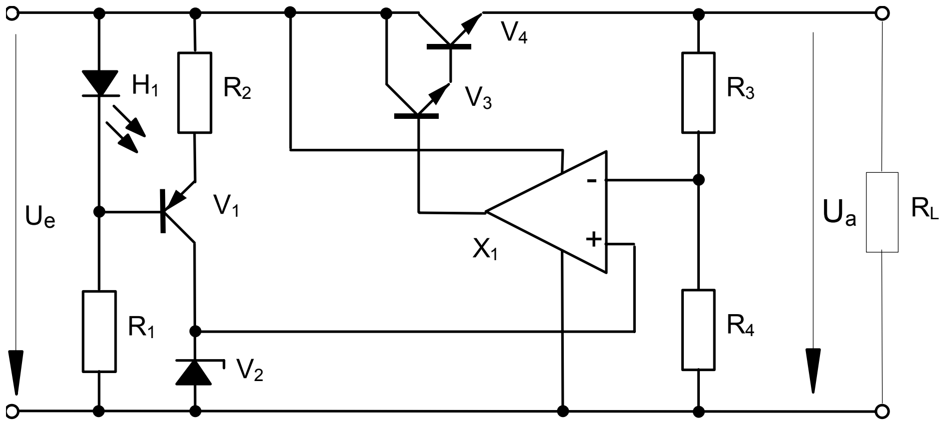


Geben Sie an:

- die regelungstechnische Aufgabe,
- die Regelgröße,
- die Führungsgröße,
- die Störgröße(n),
- das Meßglied,
- den Regler,
- das Stellglied!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan (Blockschaltbild) des Regelkreises!

A5. Gegeben ist eine übliche Geräteanordnung zur Spannungsstabilisierung.
Die Anordnung soll aus regelungstechnischer Sicht analysiert werden.

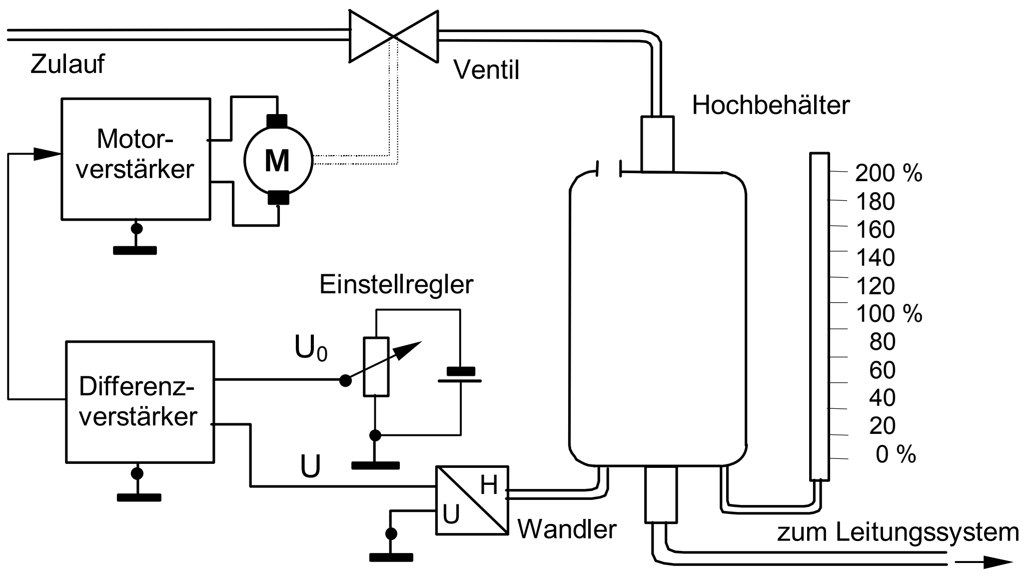


Geben Sie an:

- die Regelgröße,	- die Regelstrecke,
- die Führungsgröße,	- das Meßglied,
- die Stellgröße,	- den Regler,
- die Störgröße(n)	- das Stellglied!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan (Blockschaltbild) des Regelkreises!

A6. Ein überdruckfreier Hochbehälter sorgt für gleichmäßigen Druck in einem tiefer liegenden Leitungssystem.
Die im Bild dargestellte technische Anlage wirkt als Regelkreis und soll analysiert werden.



Geben Sie an:

- die Regelstrecke,	- die Regelgröße,
- den Regler,	- die Führungsgröße,
- das Meßglied,	- die Meßgröße,
- das Stellglied,	- die Störgröße(n)!

Skizzieren Sie den Wirkungsplan (Blockschaltbild)!

1.3. Linearisierung, Arbeitspunkt

A1. Die induzierte Spannung u (x_a) wird von dem magnetischen Fluß Ψ und der Winkelgeschwindigkeit Ω nach der Formel bestimmt

$$u = 0{,}9 \cdot \Psi \cdot \Omega$$

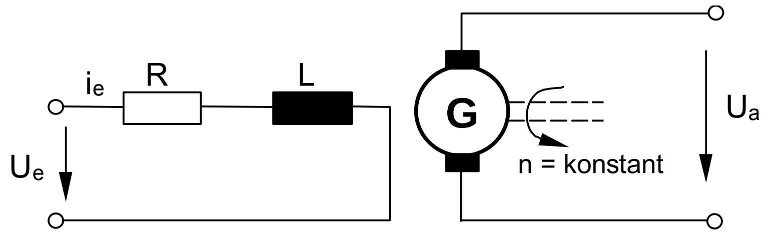
Diese Beziehung soll in der Umgebung des Arbeitspunktes

$$\Psi_0 = 20\ \mathrm{Vs}, \qquad \Omega_0 = 25\ \mathrm{s}^{-1}, \qquad u_0 = 450\ \mathrm{V}$$

linearisiert werden.

Geben Sie die Proportionalitätsbeiwerte für beide Eingangsgrößen an!

A2. Im nachfolgenden Bild ist ein Gleichstromgenerator dargestellt, der häufig in Spannungsregelkreisen als Regelstrecke dient.



Für den Beharrungszustand ist folgende Kennlinie gegeben:

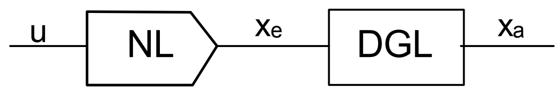
U_a in V	85	150	210	240	250
I_e in A	0,5	1	2	3	4

Der Ohmsche Widerstand im Erregerkreis beträgt R = 10 Ω , der Generator soll im Arbeitspunkt U_a = 200 V betrieben werden.

Bestimmen Sie durch Tangentenlinearisierung für diesen Arbeitspunkt

den Proportionalitätsbeiwert $K_P = \dfrac{\Delta U_a}{\Delta U_e}$!

A3. Eine Regelstrecke besteht aus einer statischen Nichtlinearität und einem linearen Übertragungsglied entsprechend nachfolgendem Wirkungsplan.



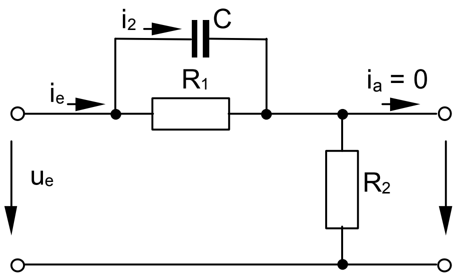
Die nichtlineare Kennlinie wird durch $x_e = \sqrt{10 \cdot u}$ und das lineare Übertragungsglied durch die Differentialgleichung $\ddot{x}_a(t) + 2 \cdot \dot{x}_a(t) + 2 \cdot x_a(t) = 0{,}8 \cdot x_e(t)$ beschrieben.

Geben Sie das linearisierte Gleichungssystem im Arbeitspunkt ($u_0 = 4$, x_{e0} , x_{a0}) sowie den Wirkungsplan an!

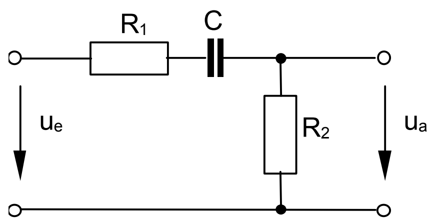
1.4. Übertragungsverhalten von Systemen

1.4.1. Differentialgleichung

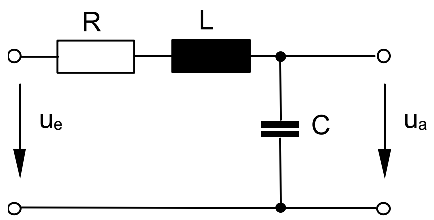
A1. Bestimmen Sie die Differentialgleichung des elektrischen Filters aus dem nachfolgenden Stromlaufplan!



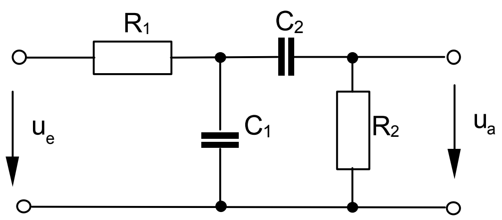
A2. Bestimmen Sie die Differentialgleichung des folgenden Vierpols!



A3. Bestimmen Sie die Differentialgleichung des folgenden Vierpols!



A4. Bestimmen Sie die Differentialgleichung des folgenden Vierpols!



1.4.2. Sprungantwort, Übergangsfunktion

A1. Eine Druckregelstrecke wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$2\,\mathrm{s}\cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = 2\,\mathrm{bar}\cdot\mathrm{cm}^{-1}\cdot x_e(t)$$
$$x_{a0} = 0{,}5\ \mathrm{bar};\quad x_{e0} = 0{,}5\ \mathrm{cm}$$

Zeichnen Sie die Sprungantwort für einen Eingangssprung $x_e(t) = \begin{cases} 0{,}5\ \mathrm{cm}\ \text{für}\ t < 0 \\ 1{,}0\ \mathrm{cm}\ \text{für}\ t \geq 0 \end{cases}$!

A2. Ein elektrisches System wurde zwecks Untersuchung des dynamischen Verhaltens

mit der Sprungfunktion $x_{es}(t) = \begin{cases} 0\ \ \text{für}\ t < 0 \\ 2\ \mathrm{V}\ \text{für}\ t \geq 0 \end{cases}$

und der Anstiegsfunktion $x_{eA}(t) = \begin{cases} 0\ \text{für}\ t < 0 \\ 0{,}1\ \mathrm{Vs}^{-1}\cdot t\ \text{für}\ t \geq 0 \end{cases}$ getestet.

Die Testergebnisse sind der folgenden Tabelle zu entnehmen:

t in s	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	30	40	50	$\to\infty$
x_{as} in mA	0	29,9	54,4	74,4	90,8	104	115	124	132	138	143	147	150	157	162	163	165
x_{aA} in mA	0	1,54	5,80	12,3	20,6	30,4	41,4	53,5	66,2	79,6	93,7	108	123	169	249	331	-

- Berechnen Sie die Übergangsfunktion $h(t)$ aus der Sprungantwort $x_{as}(t)$!
- Berechnen Sie die Übergangsfunktion $h(t)$ aus der Anstiegsantwort $x_{aA}(t)$!
- Stellen Sie die auf unterschiedlichen Wegen ermittelten Übergangsfunktionen grafisch dar und vergleichen Sie das Ergebnis!

A3. Skizzieren Sie zu den nachfolgenden Differentialgleichungen jeweils den qualitativen Verlauf der Übergangsfunktion h(t) und zeichnen Sie die Kennwerte ein!

$$5\ \mathrm{min}\cdot \dot{x}_a(t) + 2\cdot x_a(t) = 6\cdot x_e(t - 2\ \mathrm{min})$$

$$9\cdot \dot{x}_a(t) + 3\cdot x_a(t) = 2\cdot x_e(t)$$

$$3\cdot \ddot{x}_a(t) + 2\cdot \dot{x}_a(t) = 5\cdot x_e(t)$$

$$4\cdot \ddot{x}_a(t) + 20\cdot \dot{x}_a(t) + 9\cdot x_a(t) = x_e(t)$$

A4. Bei einem Förderband mit 40 m Förderlänge und konstanter Bandgeschwindigkeit von 0,2 m/s bewirkt eine sprungförmige Verstellung des Materialzuflusses an einem Schieber um 10% nach Ablauf der Transportzeit eine plötzliche Veränderung der Abwurfmenge um 36 m^3 / h .

Skizzieren Sie den Verlauf der Übergangsfunktion h(t) und geben Sie die Gleichung sowie die Kennwerte zahlenmäßig an!

A5. Berechnen Sie die Übergangsfunktion h(t) für das Übertragungsglied mit P-T_2-Verhalten

$$0{,}2\cdot\frac{d^2x_a(t)}{dt^2} + 1{,}2\cdot\frac{dx_a(t)}{dt} + x_a(t) = K\cdot x_e(t)\,!$$

1.4.3. Laplace-Transformation, Übertragungsfunktion

A1. Geben Sie für die folgenden, durch Differentialgleichungen beschriebenen Übertragungsglieder jeweils die Übertragungsfunktion an und bezeichnen Sie das Verhalten!

$$T_1 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_S \cdot x_e(t)$$

$$x_a(t) = K_P \cdot \left[x_e(t) + \frac{1}{T_n} \int x_e(t)\,dt \right]$$

$$x_a(t) = K_P \cdot \left[x_e(t) + T_v \cdot \dot{x}_e(t) \right]$$

$$T_1 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_I \cdot \int x_e(t)\,dt$$

$$T_1 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_D \cdot \dot{x}_e(t)$$

$$T_1 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = K_S \cdot x_e(t - T_t)$$

$$62{,}5s^2 \cdot \ddot{x}_a(t) + 16s \cdot \dot{x}_a(t) + 10 \cdot x_a(t) = 100 \cdot x_e(t)$$

$$3 \cdot \ddot{x}_a(t) + 2 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = x_e(t)$$

$$2 \cdot \ddot{x}_a(t) + 4 \cdot \dot{x}_a(t) = x_e(t)$$

$$3 \cdot \dddot{x}_a(t) + 4 \cdot \ddot{x}_a(t) + 2 \cdot \dot{x}_a(t) + x_a(t) = 2 \cdot \dot{x}_e(t)$$

$$3s \cdot \dot{x}_a(t) + 2 \cdot x_a(t) = 5 \cdot x_e(t - 4s)$$

A2. Gegeben sind die Übertragungsfunktionen von Systemen.

Stellen Sie die zugehörige Differentialgleichung auf und bezeichnen Sie das Übertragungsverhalten!

$$G(p) = \frac{8}{p \cdot (p^2 + p + 16{,}25)}$$

$$G(p) = \frac{6 \cdot (p+3)}{p \cdot (p+1) \cdot (p^2 + 2p + 2)}$$

$$G(p) = \frac{2}{p \cdot (1 + 5p)}$$

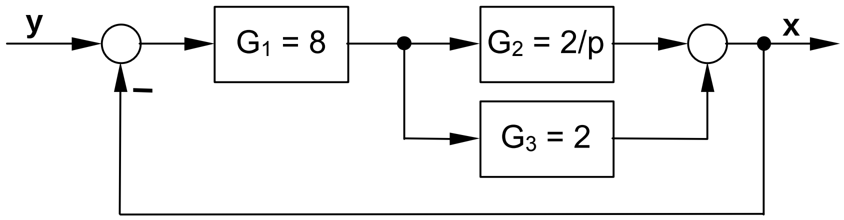
$$G(p) = \frac{8}{(1+p) \cdot (1+4p)}$$

$$G(p) = \frac{4}{3p^3 + 2p^2 + 4p + 2}$$

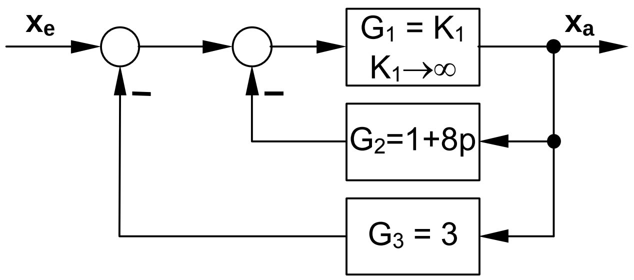
$$G(p) = \frac{3p}{2p^2 + 3p + 2}$$

$$G(p) = \frac{5 \cdot e^{-2p}}{1 + 3p}$$

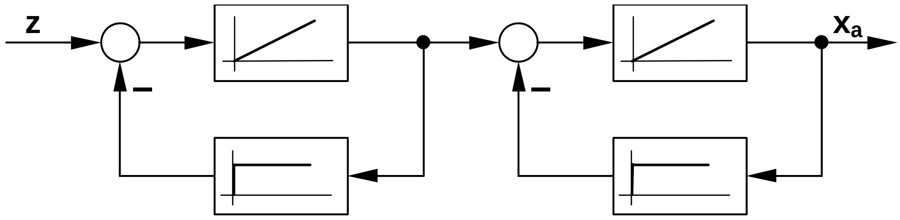
A3. Bestimmen Sie die Gesamtübertragungsfunktion der im Wirkungsplan dargestellten Struktur!



A4. Bestimmen Sie die Gesamtübertragungsfunktion!

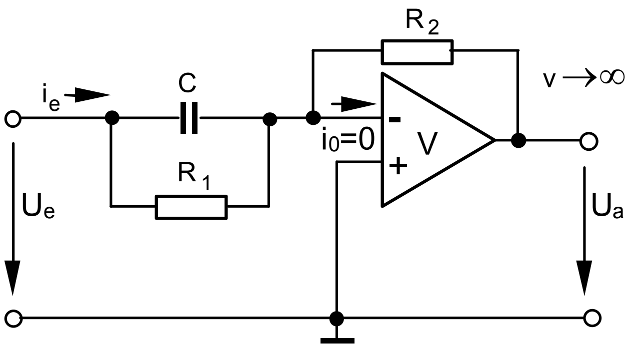


A5. Bestimmen Sie die Gesamtübertragungsfunktion!



A6. Berechnen Sie die Übertragungsfunktionen der elektrischen Netzwerke in den Aufgaben 1.4.1. A1, A2 und A3 !

A7. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion für die dargestellte Operationsverstärkerschaltung!



A8. Gegeben ist die Übertragungsfunktion eines Systems:

$$G(p) = \frac{2}{p^2\,(1 + 1{,}25\,p + 0{,}25\,p^2)}$$

Bestimmen Sie die Gewichtsfunktion $g(t)$ und die Übergangsfunktion $h(t)$!

1.4.4. Diskretes Übertragungsverhalten

A1. Das dynamische Verhalten eines Reglers wird durch folgende Differentialgleichung beschrieben:

$$y_R = K_P\left(x_w + T_v \cdot \dot{x}_w\right)$$

Geben Sie die Differenzengleichung (Rückwärtsdifferenz) für den Regler an!

A2. Ein Übertragungsglied hat folgende Übertragungsfunktion:

$$G(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{2}{1 + 1{,}5\,p + 0{,}5\,p^2}$$

Bestimmen Sie die Differenzengleichung (Rückwärtsdifferenz)!

A3. Die Übertragungsfunktion eines zeitdiskreten Systems lautet:

$$G(z) = \frac{z^2 - z + 1}{z(z - 0{,}5)^3}$$

Untersuchen Sie, ob das System stabil ist!

A4. Gegeben ist die z-Transformierte

$$X_z(z) = \frac{z-1}{z}.$$

Berechnen Sie die diskrete Funktion $x(k)$!

A5. Gegeben ist die Wertefolge einer diskreten Funktion

$x(0) = 1$; $x(1) = 2$; $x(2) = 3$; $x(k) = 0$ für $k \geq 3$.

Berechnen Sie die z-Transformierte $X_z(z)$!

1.4.5. Frequenzganganalyse

A1. Bei der Frequenzgangmessung eines Systems wurden folgende Werte ermittelt:

ω in min^{-1}	0,01	0,025	0,04	0,1	0,25	0,4	1,0	1,6	2,5	4,0	6,3	10	15	25
Re{G(jω)}	11,5	5,3	3,9	2,6	2,0	1,86	1,49	1,14	0,72	0,375	0,17	0,072	0,03	0,012
Im{G(jω)}	-8,6	-6,1	-4,45	-2,35	-1,3	-1,05	-1,02	-1,08	-1,01	-0,81	-0,58	-0,38	-0,25	-0,16

- Zeichnen Sie die Ortskurve, berechnen und zeichnen Sie das Bodediagramm!
- Geben Sie die Kennwerte für das gemessene System an!

A2. Für das elektrische Netzwerk in 1.4.1. A1 sind folgende Parameter gegeben:
R_1 = 200 kΩ , R_2 = 50 kΩ , C = 10 nF .

Bestimmen Sie den Frequenzgang und skizzieren Sie die Ortskurve sowie den Amplitudengang mit Hilfe der Werte $\omega \to 0$; $\omega \to \infty$ und den Eckkreisfrequenzen!

A3. Für eine Regelstrecke wurde folgender Frequenzgang ermittelt:

$$G(j\omega) = \frac{1 + j\omega \cdot 2\text{ms}}{1 + j\omega \cdot 8\text{ms}}.$$

- Berechnen Sie Betrag und Phase für die Werte
$$\omega = 0; \quad \omega_{e1} = \frac{1}{8\,\text{ms}}; \quad \omega_{e2} = \frac{1}{2\,\text{ms}}; \quad \omega_3 = \sqrt{\omega_1 \cdot \omega_2} \text{ und } \omega \to \infty \,!$$
- Stellen Sie Amplitudengang und Phasengang dar!
- Skizzieren Sie die Ortskurve mit Hilfe der berechneten Werte!

A4. Bei der Frequenzganganalyse an zwei Systemen wurden folgende Werte aufgenommen:

System 1.

ω in min^{-1}	0,0	0,1	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10	$\omega \to \infty$
Re{G(jω)}	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0	5,0
Im{G(jω)}	0,0	0,5	1,0	2,5	5,0	10,0	25,0	50,0	$\to \infty$

System 2.

ω in min^{-1}	0,0	0,1	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	10,0	$\omega \to \infty$
Re{G(jω)}	0,0	0,01	0,2	0,5	0,69	0,8	0,86	0,9	0,99	1,0
Im{G(jω)}	0,0	0,1	0,4	0,5	0,46	0,4	0,34	0,3	0,099	0,0

- Skizzieren Sie die Ortskurven für beide Systeme!
- Berechnen und zeichnen Sie für beide Übertragungssysteme das Bodediagramm!
- Ermitteln Sie die Übertragungsfunktion für jedes System und geben Sie die Kennwerte an!

A5. Die Messung eines linearen technischen Systems ergab den folgenden Amplitudengang:

ω in s^{-1}	10	20	40	70	100	200	400	700	1000	2000	4000	7000	10000
|G(jω)|	0,016	0,031	0,064	0,11	0,16	0,31	0,54	0,75	0,85	0,95	0,99	1,0	1,0

Zeichnen Sie die Amplitudenkennlinie und ermitteln Sie daraus die Gleichung für den Frequenzgang!

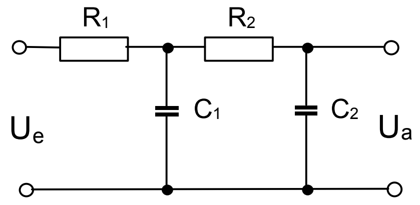
A6. Ein System wird durch folgende Übertragungsfunktion beschrieben:

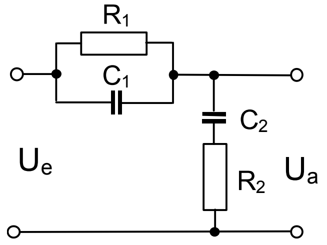
$$G(p) = \frac{1 + pT_D}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)} \quad \text{mit } T_D = 0{,}5\text{ s}; \; T_1 = 2{,}5\text{ s}; \; T_2 = 0{,}025\text{ s}.$$

Konstruieren Sie den Amplitudengang (Asymptotenverläufe)!

1.4.6. Übertragungsverhalten von Systemen, Komplexaufgaben

A1. Berechnen Sie die Übertragungsfunktion G(p) der Schaltungen in allgemeiner Form!

a) 

b) 

a) R_1 = 120 K ; R_2 = 390 K ; C_1 = 2,2 µF ; C_2 = 1 µF;

b) R_1 = 390 K ; R_2 = 120 K ; C_1 = 1 µF ; C_2 = 2,2 µF.

- Geben Sie den Frequenzgang in Zeitkonstantenschreibweise in allgemeiner Form an!
- Berechnen Sie die Übertragungsbeiwerte und die Zeitkonstanten!
- Geben Sie den PN-Plan für beide Übertragungsfunktionen an!
- Zeichnen Sie das Bodediagramm für beide Schaltungen!

A2. Gegeben sind die Übertragungsfunktionen von zwei verschiedenen Regelstrecken:

a) $$G_S(p) = \frac{2,5}{(1+1,5\,p)(1+0,8\,p)},$$ b) $$G_S(p) = \frac{0,2}{p\,(1+2,2\,p)}.$$

- Geben Sie den Systemtyp an!
- Geben Sie die Gleichung für die Übergangsfunktion an!
- Skizzieren Sie die Übergangsfunktion!
- Skizzieren Sie den Amplitudengang und Phasengang!

A3. Gegeben sind die zwei Übergangsfunktionen von einfachen Regelstrecken:

a) $$h(t) = 5 \cdot \left(e^{-\frac{t}{2,5}} + \frac{t}{2,5} - 1 \right),$$ b) $$h(t) = 1,3 \cdot \left(1 - \frac{0,3+t}{0,3} \cdot e^{-\frac{t}{0,3}} \right).$$

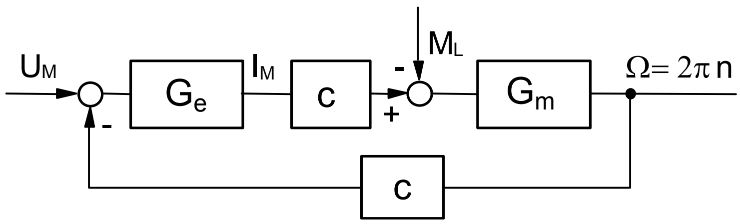
- Berechnen Sie die zugehörigen Übertragungsfunktionen!
- Geben Sie den jeweiligen Typ der Regelstrecke an!
- Durch welche Differentialgleichung werden die Strecken beschrieben?
- Skizzieren Sie das Bodediagramm (Amplitudengang und Phasengang)!

A4. Ein Übertragungsglied hat die Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{2}{(1+p)(1+5\,p)}.$$

- Bestimmen Sie die zugehörige Übergangsfunktion h(t) !
- Skizzieren Sie die Übergangsfunktion!

A5. Das dynamische Verhalten eines Mikromotors wird durch folgenden Wirkungsplan beschrieben:



Die Frequenzgänge $G_e(j\omega)$ und $G_m(j\omega)$ ergeben sich aus

$$G_e(j\omega) = \frac{1}{R_A + R_M} \cdot \frac{1}{(1 + j\omega T_e)}; \qquad G_m(j\omega) = \frac{1}{f_r} \cdot \frac{1}{(1 + j\omega T_m)};$$

$$T_e = \frac{L_A}{R_A}; \qquad T_m = \frac{\Theta_A}{f_r}.$$

Trägheitsmoment:	Θ_A	=	$0{,}03\ 10^{-7}$	kg m^2
Reibbeiwert:	f_r	=	$2{,}2\ 10^{-8}$	Nm s
Drehmomentkonstante	c	=	$2{,}8\ 10^{-3}$	Nm/A = Ws/A = Vs
Elektrische Zeitkonstante	T_e	=	$3{,}84 \cdot 10^{-6}$	s
Mechanische Zeitkonstante	T_m	=	0,138	s
Ankerinduktivität	L_A	=	$0{,}1 \cdot 10^{-3}$	H = Ω s
Ankerwiderstand	R_A	=	26	Ω
Meßwiderstand	R_M	=	1	Ω
Nenndrehmoment	M_{el}	=	$0{,}5\ 10^{-3}$	Nm

- Berechnen Sie die Winkelgeschwindigkeit Ω in s^{-1} und die Drehzahl der Motorachse n in U/s im Leerlauf ($M_L = 0$) für $U_M = 2{,}5$ V !
- Berechnen Sie die Abhängigkeit der Drehzahl vom Lastmoment M_L !
- Welche Drehzahl ergibt sich, wenn das Lastmoment 20% vom Nennmoment beträgt?
- Bei welchem Lastmoment bleibt der Motor stehen?
- Wie verändert sich die Drehzahl im Leerlauf und bei einem Lastmoment, das 20% vom Nennmoment beträgt, wenn der Meßwiderstand auf 10 Ω vergrößert wird?

A6. Ein technischer PID-Regler hat die Übertragungsfunktion

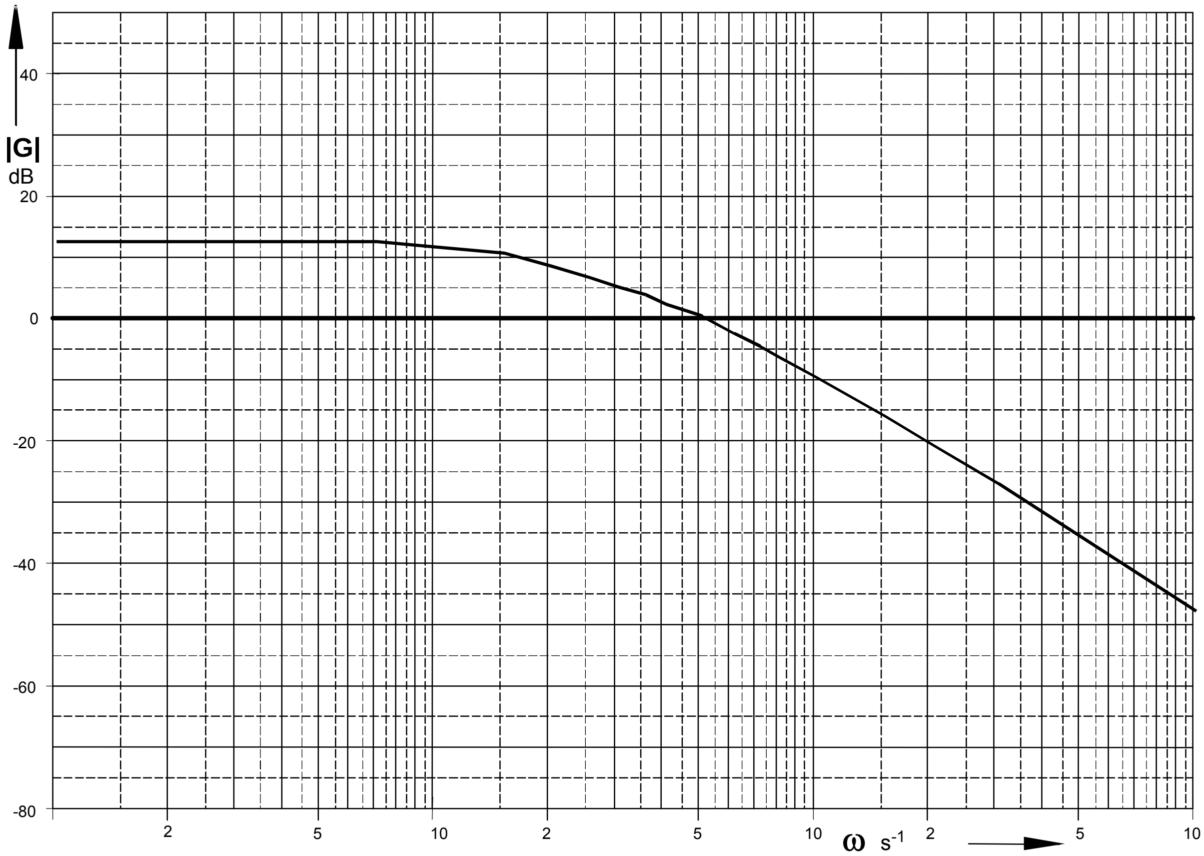
$$G_R(p) = \frac{K_P}{1 + pT_1}\left(1 + \frac{1}{pT_n} + pT_v\right) = \frac{K_P}{1 + pT_1} \cdot \frac{1}{pT_n} \cdot \left(1 + pT_n + p^2 T_v T_n\right)$$

mit den Kennwerten

$$K_P = 0{,}42; \quad T_n = 13\,\text{ms}; \quad T_v = 2{,}3\,\text{ms}; \quad T_1 = 0{,}3\,\text{ms}.$$

- Geben Sie die Übertragungsfunktion in Zeitkonstantenschreibweise an!
- Stellen Sie Amplitudengang und Phasengang des PID-Reglers dar!
- Skizzieren Sie die PN-Verteilung für den Regler!
- Berechnen Sie die Übergangsfunktion des Reglers!
- Skizzieren Sie die Übergangsfunktion!

A7. An einer linearen Regelstrecke ohne Totzeit wurde folgender Amplitudengang gemessen:



- Bestimmen Sie die Gleichung für den Frequenzgang!
- Zeichnen Sie den zugehörigen Phasengang!
- Geben Sie die Übertragungsfunktion und die Differentialgleichung der Regelstrecke an!
- Berechnen Sie die Übergangsfunktion mit Hilfe der Laplacetransformation!

2. Kennwertermittlung

2.1. Kennwertermittlung im Zeitbereich

A1. Zur dynamischen Untersuchung eines Dampfkessels wird die elektrische Heizung $P = 1{,}25$ kW eingeschaltet und die Sprungantwort gemessen:

t in min	0	10	20	30	40	50	60	80	100	120	140	160	200	240	$\to\infty$
ϑ in °C	20	23	27	34	42	48	55	67	77	85	92	97	105	111	120

- Berechnen und zeichnen Sie die Übergangsfunktion h(t)!
- Ermitteln Sie die Kennwerte nach dem Wendetangentenverfahren!
- Geben Sie die Gleichung für die Übergangsfunktion an!
- Bestimmen Sie die Differentialgleichung!

A2. Aus der Übergangsfunktion beim Aufheizung eines elektrische Experimentierofens wurden nach dem Wendetangentenverfahren folgende Kennwerte ermittelt:

$T_u = 18$ s ; $T_g = 350$ s ; $K_S = 1{,}3$ mV/V .

- Geben Sie die Übertragungsfunktion an!
- Bestimmen Sie die Differentialgleichung!
- Berechnen Sie die Gleichung für die Übergangsfunktion!

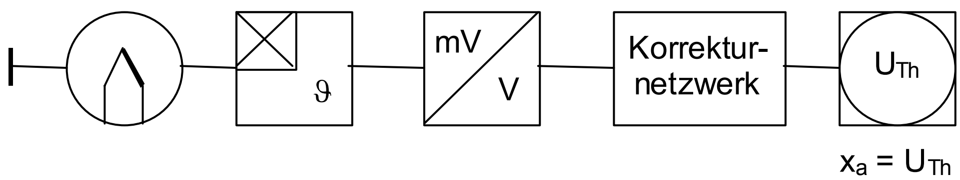
A3. Nach dem Einschalten der elektrischen Heizung von 0,5 kW wurde an einem Laborofen die folgende Meßreihe für die Sprungantwort aufgenommen:

t in min	0	0,2	0,4	0,6	1,0	2,0	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0	14,0	$\to\infty$
ϑ in °C	20	23	29	39	58	117	185	250	365	445	500	525	545	590

- Zeichnen Sie die Übergangsfunktion!
- Bestimmen Sie Kennwerte nach dem Zeitprozentkennwertverfahren!
- Geben Sie die Übertragungsfunktion an!
- Geben Sie die Differentialgleichung an!

A4. Die abgebildete Meßanordnung ergab für eine sprungförmige Veränderung der Eingangsgröße von 20 °C auf 90 °C eine Sprungantwort der Ausgangsgröße $x_a(t)$ mit den Werten

$\Delta x_a = 3{,}2$ mV ; $T_{30} = 7{,}1$ s ; $T_{50} = 9{,}5$ s ; $T_{90} = 19{,}5$ s .

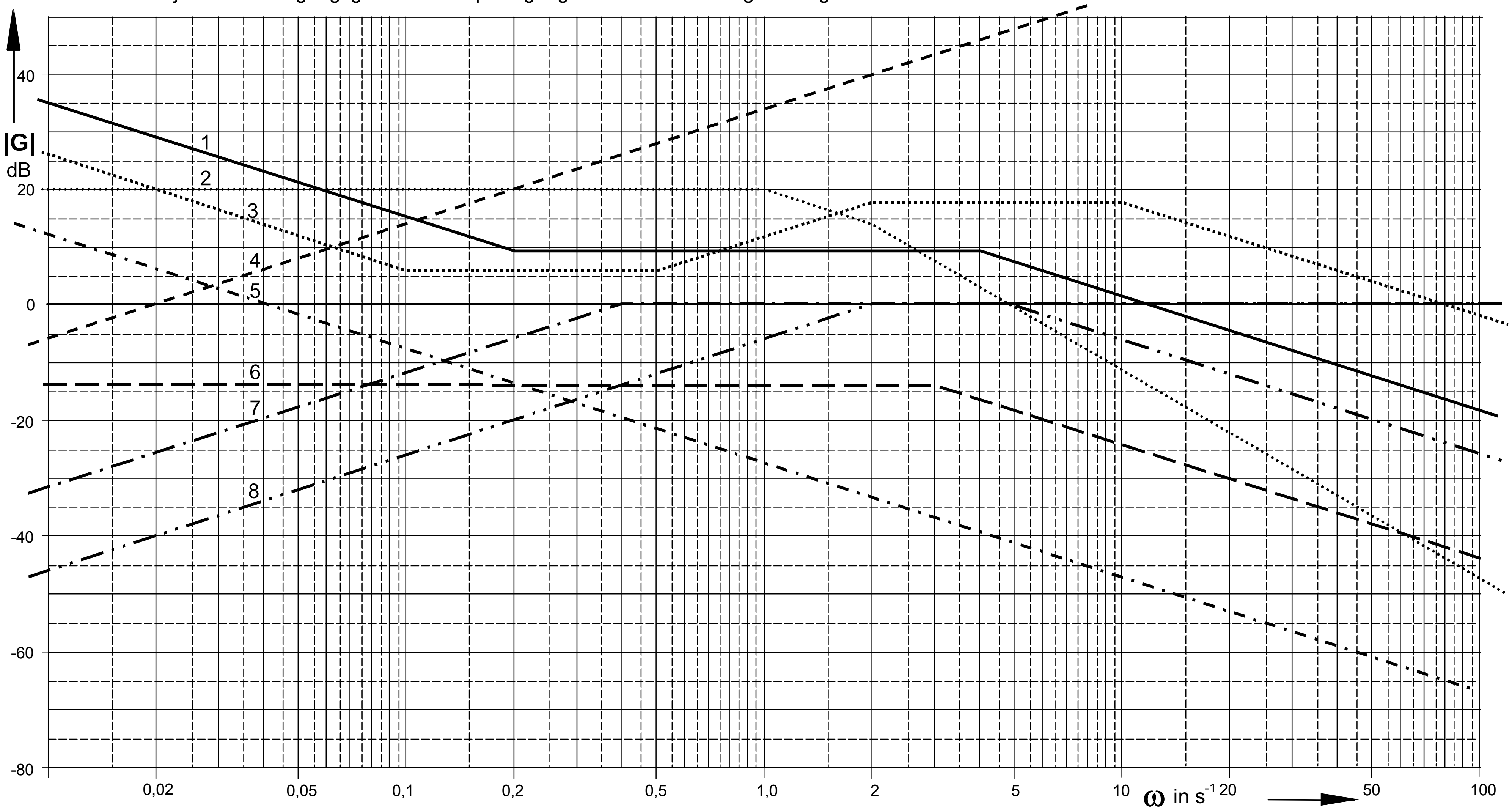


- Ermitteln Sie durch Approximation die Übertragungsfunktion!
- Geben Sie die Übergangsfunktion an!

2.2. Kennwertermittlung im Frequenzbereich

A1. Gegeben sind die Asymptotenverläufe der Amplitudenkennlinie von 8 linearen Übertragungsgliedern.

Bestimmen Sie für jedes Übertragungsglied den Frequenzgang und die Differentialgleichung!



3. Regeleinrichtungen und Regelalgorithmen

3.1. Zweipunktregler

A1. Die Temperatur eines gasbeheizten Ofens soll mit Hilfe eines Zweipunktreglers mit Hysterese (x_Δ = 10 K) auf den konstanten Wert x_S= 200 °C geregelt werden.
Die Kennwerte der Regelstrecke sind:

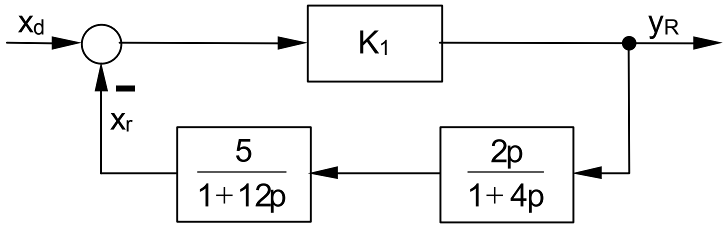
K_S =12 K m^{-3} h ; T_t = 4 min ; $T_{1auf} = T_{1ab}$ = 15 min ;

x(0) = x_0 = 150 °C ; $x(\infty) = x_{max}$ = 250 °C .

Berechnen Sie für den ungestörten Arbeitszyklus
- die Grundlast,
- den Schaltsprung für die Regellast,
- die Schwankungsbreite der Arbeitsbewegung
- die Extremtemperaturen,
- die Schwingungsdauer,
- das Einschalt-Ausschaltverhältnis,
- die mittlere bleibende Regeldifferenz!

3.2. Stetige Regeleinrichtungen

A1. Ein Verstärker mit sehr großem Übertragungsbeiwert ($K_1 \to \infty$) erhält eine Rückführung nach dem folgenden Wirkungsplan:



Welcher Reglertyp ergibt sich dabei und wie sind seine Kennwerte eingestellt?

A2. Für einen elektronischen I-Regler ist bekannt:

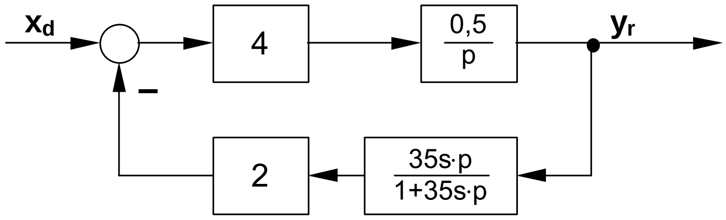
maximale Stellgeschwindigkeit: $\dot{y}_{max} = 5\,cm/s$

Stellbereich: $y_h = 30\,cm$

Regelbereich: $x_h = 10\,V$

Ermitteln Sie
- die Kennlinie,
- den eingestellten Integrierbeiwert K_I ,
- die Stellzeit!

A3. Gegeben ist die folgende Reglerstruktur:



Bestimmen Sie die Übertragungsfunktion, den Typ und die eingestellten Kennwerte!

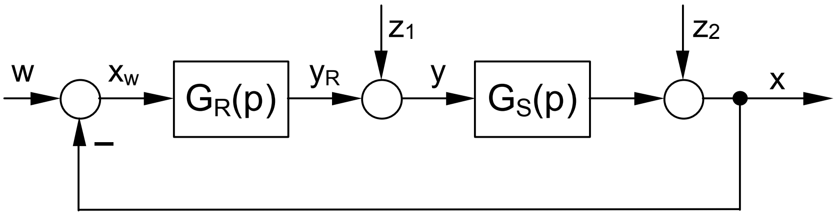
A4. Aus einem P-Glied mit sehr großem Übertragungsbeiwert ($K_1 \to \infty$) und der Rückführung $G_r(p) = \dfrac{2p}{1+3p}$ wird ein elektronischer Regler aufgebaut.

- Geben Sie den Typ des Reglers (dynamisches Verhalten) an!
- Wie sind die Kennwerte des Reglers eingestellt?

4. Entwurf und Verhalten einschleifiger linearer Regelkreise

4.1. Übertragungsverhalten des Regelkreises

A1. Eine Regelstrecke mit P-Verhalten wird mit einem idealen I-Regler geregelt:



- Berechnen Sie die Führungsübertragungsfunktion!
- Berechnen Sie die Störübertragungsfunktionen bei Speise- (z_1) und Laststörung (z_2)!
- Skizzieren Sie die zugehörigen Übergangsfunktionen!

A2. Die Regelstrecke mit der Differentialgleichung

$$3 \cdot \dddot{x}(t) + 20 \cdot \ddot{x}(t) + 8 \cdot \dot{x}(t) + 2 \cdot x(t) = z(t) + y_R(t)$$

soll mit einem P-Regler geregelt werden.

- Berechnen Sie den Proportionalbeiwert K_P des Reglers so, daß der reelle Regelfaktor R = 0,1 wird!
- Bestimmen Sie die bleibende Regeldifferenz bei einer Störung z = 0,5 !

A3. Gegeben sind die Übertragungsfunktionen von zwei Regelstrecken (siehe 1.4.6. A2):

a) $$G_S(p) = \frac{2{,}5}{(1+1{,}5\,p)(1+0{,}8\,p)};$$ b) $$G_S(p) = \frac{0{,}2}{p\,(1+2{,}2\,p)}.$$

Mit welchen Reglertypen kann jede Strecke geregelt werden, welche Eigenschaften ergeben sich jeweils dabei für das Übergangs- und Beharrungsverhalten bei Führung und Störung?

A4. Gegeben sind die Übergangsfunktionen von zwei Regelstrecken (siehe 1.4.6. A3):

a) $$h(t) = 5 \cdot \left(e^{-\frac{t}{2{,}5}} + \frac{t}{2{,}5} - 1 \right),$$ b) $$h(t) = 1{,}3 \cdot \left(1 - \frac{0{,}3 + t}{0{,}3} \cdot e^{-\frac{t}{0{,}3}} \right).$$

Wählen Sie einen geeigneten Regler für jede Regelstrecke aus und begründen Sie ihre Auswahl!

4.2. Stabilität des Regelkreises

A1. An eine Regelstrecke mit **I**-T_1-Verhalten wird ein **PI**-Regler angeschlossen:

$$T_1 \cdot \dot{x}(t) + x(t) = K_I \int_0^t y_R(\tau)\,d\tau \;;$$

$$y_R(t) = K_P \cdot \left(w - x(t)\right) + \frac{K_P}{T_n} \cdot \int_0^t \left(w - x(\tau)\right) d\tau; \quad w = 0 .$$

- Geben Sie für die Kennwerte K_P und T_n des Reglers mit Hilfe des Hurwitzkriteriums den Bereich an, für den der Regelkreis stabil ist.
- Wie lautet die Differentialgleichung des Regelkreises, wenn der Regler als **I**-Regler betrieben wird und welche Aussage zur Stabilität ist dann möglich?

A2. Die Kennwertermittlung einer Regelstrecke ergab folgende Übertragungsfunktion:

$$G_S(p) = \frac{2}{(1+p)(1+0{,}5\,p)(1+2\,p)}$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Hurwitzkriteriums, in welchem Bereich der Proportionalbeiwert K_P eines P-Reglers liegen darf, wenn der Regelkreis stabil arbeiten soll!

A3. Für einen Regelkreis sind die Übertragungsfunktionen der Strecke und des Reglers gegeben:

$$G_S(p) = \frac{1}{1+p+p^2}; \quad G_R(p) = K_P\left(1 + \frac{2}{p}\right).$$

- Berechnen Sie nach dem Zwei-Ortskurven-Kriterium die Stabilitätsgrenze!
- Geben Sie die Werte für K_{Pkrit} und die Schwingungsdauer T_{krit} (in Minuten) an!

A4. Ein Regelkreis besteht aus einer P-T_2-Strecke und einem **I**-Regler:

$$G_S(p) = \frac{1}{1+4\,p+4\,p^2}; \quad G_R(p) = \frac{0{,}5}{p}.$$

Untersuchen Sie mit Hilfe des Zwei-Ortskurven-Kriteriums, ob der Regelkreis stabil ist!

A5. Eine Totzeitstrecke soll mit einem **I**-Regler geregelt werden.

$$G_S(j\omega) = e^{-j\omega T_t}; \quad G_R(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega}.$$

- Bestimmen Sie die Grenzeinstellung für K_I an der Stabilitätsgrenze des Regelkreises!
- Bestimmen Sie den Integrierbeiwert K_I des Reglers für eine Phasenreserve des Regelkreises von $\varphi_{Res} = 60°$!

A6. Für das Übertragungsverhalten eines offenen Regelkreises ergibt sich

$$G_0(p) = \frac{K}{p^4 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0}.$$

Prüfen Sie, ob der Regelkreis beim Schließen stabil ist!

4.3. Einstellregeln

A1. An einem Wärmeaggregat wurden experimentell ermittelt:

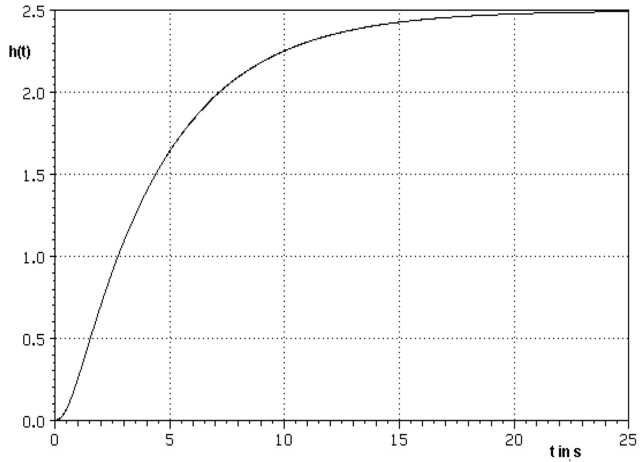
$K_S = 10$ K / kW ; $T_u = 3$ min ; $T_g = 5{,}7$ min .

Wie sind die Kennwerte eines Temperaturreglers mit PI-Verhalten einzustellen, damit ein möglich günstiges aperiodisches Regelverhalten bei Störung am Eingang der Regelstrecke erreicht wird?

A2. Eine lineare zeitinvariante Regelstrecke mit der berechneten Übertragungsfunktion

$$G(p) = \frac{2{,}5}{(1+0{,}2\cdot p)(1+0{,}5\cdot p)(1+4\cdot p)}$$

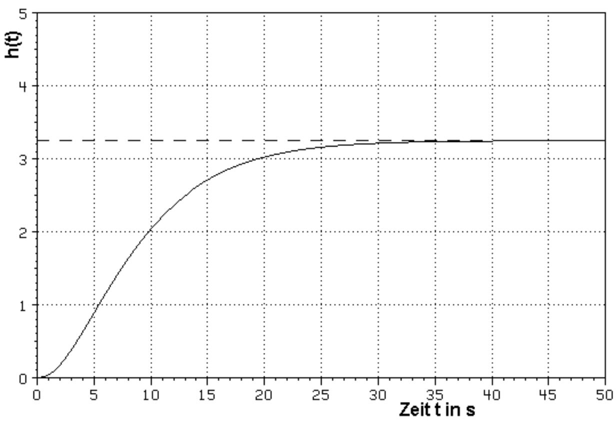
soll mit einem PI-Regler geregelt werden.
Zusätzlich wurde die Übergangsfunktion der Regelstrecke gemessen.



Die Reglerkennwerte sind zunächst nach dem Frequenzkennlinienverfahren zu ermitteln.

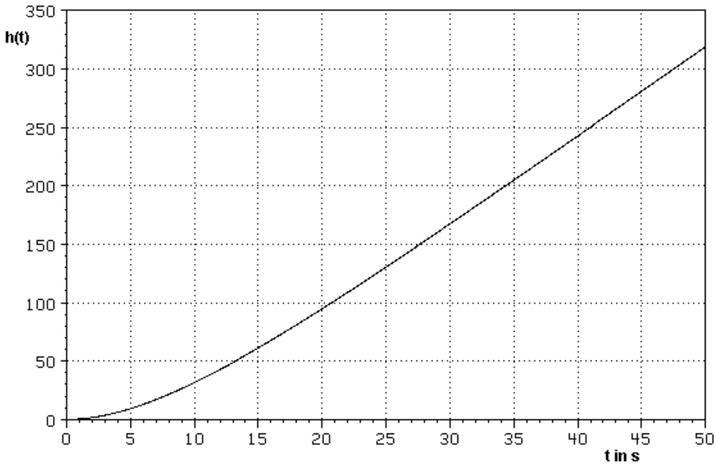
- Kompensieren Sie die größte Zeitkonstante der Strecke durch die Nachstellzeit T_n !
- Zeichnen sie Amplituden- und Phasengang der nach Wahl von T_n verbleibenden Strecke auf halblogarithmisches Papier!
- Bestimmen Sie K_I an der Stabiltitätsgrenze des Regelkreises!
- Bestimmen Sie K_I für eine Phasenreserve von $\varphi_{Res} = 60$ °!
- Geben Sie die Übertragungsfunktion des kompletten PI-Reglers für den Fall mit $\varphi_{Res} = 60°$ an!
- Dimensionieren Sie nach Chien/Hrones/Reswick einen PI-Regler für Führungsverhalten ohne Überschwingen nach der gemessenen Übergangsfunktion h(t)!
- Vergleichen Sie die Ergebnisse!
- Geben Sie verbal an, was sich am Verhalten des Regelkreises ändert, wenn statt des PI-Reglers ein I-Regler bzw. ein P-Regler eingesetzt wird!

A3. Die Messung einer linearen Regelstrecke ergab die im Bild dargestellte Übergangsfunktion.



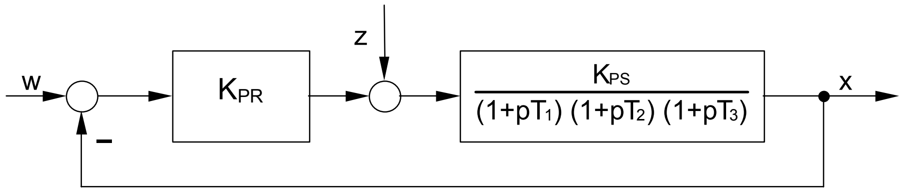
- Bestimmen Sie nach der Methode der Wendetangente die Gleichung für das Übertragungsverhalten (Approximation durch P-T_n-Strecke mit gleichen Zeitkonstanten)!
- Geben Sie die Übertragungsfunktion in Zeitkonstantenschreibweise, die Differentialgleichung und die Übergangsfunktion an!
- Nennen Sie Typ der Regelstrecke und die Kennwerte!
- Legen Sie einen geeigneten Reglertyp fest und bestimmen Sie dessen Kennwerte nach Chien/Hrones/Reswick für zeitoptimales aperiodisches Führungsverhalten!
- Skizzieren Sie den prinzipiellen Verlauf der Übergangsfunktion des geschlossenen Regelkreises für das Führungsverhalten!

A4. Die Messung einer linearen Regelstrecke ergab die im Bild dargestellte Übergangsfunktion.



- Bestimmen Sie mit dem Asymptotenverfahren die Näherungsgleichung für das Übertragungsverhalten!
- Geben Sie die Gleichungen für die Übertragungsfunktion in Zeitkonstantenschreibweise und für die Übergangsfunktion an!
- Nennen Sie Typ der Regelstrecke und die Kennwerte!
- Legen Sie einen geeigneten Reglertyp fest und bestimmen Sie nach Chien/Hrones/Reswick dessen Parameter für gutes Störverhalten mit Überschwingen!
- Skizzieren Sie die Übergangsfunktion des geschlossenen Regelkreise für das Störverhalten!

A5. Gegeben ist ein Regelkreis mit einem P-Regler und einer P-T_3-Strecke, wie im folgenden Wirkungsplan (Blockschaltbild) dargestellt:

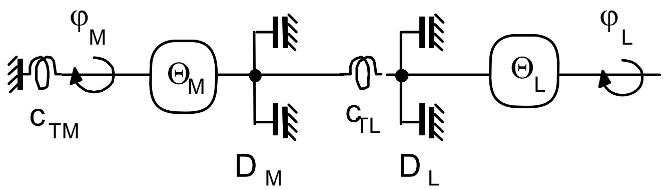


Für die Regelstrecke wurden folgende Parameter ermittelt:

$K_{PS} = 0{,}5$; $T_1 = 7{,}8$ s ; $T_2 = 1{,}2$ s ; $T_3 = 0{,}5$ s.

- Berechnen Sie den reellen Regelfaktor, wenn $K_{PR} = 4$ voreingestellt ist!
- Berechnen Sie den Wert für die bleibende Regeldifferenz e_∞ für einen Sollwert $w = 5$!
- Bestimmen Sie für die gegebene Regelstrecke den K_{PR} - Wert an der Stabilitätsgrenze rechnerisch nach Hurwitz sowie grafisch nach dem Frequenzkennlinienverfahren und vergleichen Sie das Ergebnis!
- Bestimmen Sie nach dem Frequenzkennlinienverfahren den K_{PR} –Wert so, daß für den Regelkreis eine Phasenreserve von 60° verbleibt!
- Könnte für diese Strecke das Regelverhalten mit einem PI-Regler verbessert werden?

A6. Die Mechanik eines Galvanometerantriebes wird angenähert durch folgendes Schema beschrieben:



Dabei sind Θ die Trägheitmomente, D die linearen Reibmomente und c_T die Torsionssteifigkeiten.
Alle Werte sind auf die Motorwelle bezogen. Die nichtlineare Reibung soll vernachlässigt werden.
Als Eingangsgröße wirkt der Motorstrom I_M, das Motormoment ist $M_{el} = h_M * I_M$,
Ausgangsgröße ist der Drehwinkel φ_M der belasteten Motorachse.

Motorträgheitsmoment	Θ_M	=	$5{,}0 \cdot 10^{-7}$	kg m^2
Torsionssteifigkeit der Gegenfeder	c_{TM}	=	0,1	Nm/rad
Lineares Reibmoment	D_M	=	$2{,}0 \cdot 10^{-5}$	Nms/rad
Antriebskonstante	h_M	=	0,1	Nm/A
Last-Trägheitsmoment	Θ_L	=	$7{,}0 \cdot 10^{-6}$	kg m^2
Koppelsteifigkeit	c_{TL}	=	1,0	Nm/rad
Lineares Reibmoment	D_L	=	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	Nm
Proportionalitätsfaktor Meßsystem	K_φ	=	1,0	V/rad

- Stellen Sie die Differentialgleichungen auf!
- Berechnen Sie die Übertragungsfunktion des Antriebs in allgemeiner Form!
- Berechnen Sie den Frequenzgang mit den gegebenen Werten in Zeitkonstantenschreibweise!
- Stellen Sie das Bodediagramm dar!
- Entwerfen Sie einen Regler!