5 Fehlerfortpflanzung zum Versuchsteil Torsionsdraht

Im Versuch Kugelfall wird der Fehler der Ergebnisgröße Viskosität über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet. Voraussetzung hierfür ist, dass die statistischen Fehler der Messgrößen wesentlich bedeutsamer sind als die systematischen und die Messgrößen nicht korreliert sind.

Im Versuch Torsionsmodul wird der Fehler der Ergebnisgröße Torsionsmodul mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung ermittelt. Das Verfahren ist dann anzuwenden, wenn vermutet wird, dass systematische Fehler und Gerätefehler von Bedeutung sind.

Berechne den <u>absoluten</u> Größtfehler von G nach

$$|\Delta G| = \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial m_s}\Delta m_s\right|}_{=\Delta G|m_s} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial r_s}\Delta r_s\right|}_{=\Delta G|r_s} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial L}\Delta L\right|}_{=\Delta G|L} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial R}\Delta R\right|}_{=\Delta G|R} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial T_0}\Delta T_0\right|}_{=\Delta G|T_0} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial T_0'}\Delta T_0'\right|}_{=\Delta G|T_0'}.$$

Jeder Term $\Delta G|_x$ gibt den Beitrag des absoluten Fehlers $|\Delta x|$ der Messgröße x zum absoluten Gesamtfehler $|\Delta G|$ an.

Messgröße	Ableitungen (Formel und Zahlenwert)	abs. Fehler der Messgrößen	Beitrag zum Gesamtfehler
m_s	$\frac{\partial G}{\partial m_s} = \frac{4\pi l r^2}{R^4(T_0'^2 - T_0^2)} = 6{,}76 \cdot 10^{10}\,\frac{1}{m s^2}$	$\Delta m_s = \pm 0{,}1\,g$	$\Delta G\|_{m_s} = 6{,}76 \cdot 10^6\,\frac{kg}{ms^2}$
r_s	$\frac{\partial G}{\partial r_s} = \frac{8\pi l r m}{R^4(T_0'^2 - T_0^2)} = 2{,}58 \cdot 10^{12}\,\frac{kg}{m^2 s^2}$	$\Delta r_s = \pm 0{,}01\,cm$	$\Delta G\|_{r_s} = 2{,}58 \cdot 10^8\,\frac{kg}{ms^2}$
$L = l$	$\frac{\partial G}{\partial L} = \frac{\partial G}{\partial l} = \frac{4\pi r^2 m}{R^4(T_0'^2 - T_0^2)} = 4{,}34 \cdot 10^{10}\,\frac{kg}{m^2 s^2}$	$\Delta l = \pm 1\,mm$	$\Delta G\|_l = 4{,}34 \cdot 10^7\,\frac{kg}{ms^2}$
R	$\frac{\partial G}{\partial R} = -\frac{16\pi l r^2 m}{R^5(T_0'^2 - T_0^2)} = -1{,}64 \cdot 10^{12}\,\frac{kg}{m^2 s^2}$	$\Delta R = \pm 0{,}005\,cm$	$\Delta G\|_R = 8{,}2 \cdot 10^7\,\frac{kg}{ms^2}$
T_0	$\frac{\partial G}{\partial T_0} = \frac{8\pi l r^2 m T_0}{R^4(T_0'^2 - T_0^2)^2} = 4{,}24 \cdot 10^9\,\frac{kg}{ms^3}$	$\Delta T_0 = \pm 0{,}0026\,s$	$\Delta G\|_{T_0} = 1{,}1 \cdot 10^7\,\frac{kg}{ms^2}$
T_0'	$\frac{\partial G}{\partial T_0'} = -\frac{8\pi l r^2 m T_0'}{R^4(T_0'^2 - T_0^2)^2} = -4{,}8 \cdot 10^9\,\frac{kg}{ms^3}$	$\Delta T_0' = \pm 0{,}0015\,s$	$\Delta G\|_{T_0'} = 7{,}2 \cdot 10^6\,\frac{kg}{ms^2}$
		Gesamtfehler $\Delta G =$	$4{,}09 \cdot 10^8\,\frac{kg}{ms^2}$

geänderte Größen auf dem letzten Blatt

Berechne den <u>relativen</u> Größtfehler von G nach

$$\left|\frac{\Delta G}{G}\right| = \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial m_s}\Delta m_s\right| + \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial r_s}\Delta r_s\right| + \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial L}\Delta L\right| + \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial R}\Delta R\right| + \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial T_0}\Delta T_0\right| + \left|\frac{1}{G}\cdot\frac{\partial G}{\partial T_0'}\Delta T_0'\right|$$

$$= \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial m_s}\frac{m_s}{G}\right|\left|\frac{\Delta m_s}{m_s}\right|}_{=\Delta G/G|m_s} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial r_s}\frac{r_s}{G}\right|\left|\frac{\Delta r_s}{r_s}\right|}_{=\Delta G/G|r_s} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial L}\frac{L}{G}\right|\left|\frac{\Delta L}{L}\right|}_{=\Delta G/G|L} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial R}\frac{R}{G}\right|\left|\frac{\Delta R}{R}\right|}_{=\Delta G/G|R} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial T_0}\frac{T_0}{G}\right|\left|\frac{\Delta T_0}{T_0}\right|}_{=\Delta G/G|T_0} + \underbrace{\left|\frac{\partial G}{\partial T_0'}\frac{T_0'}{G}\right|\left|\frac{\Delta T_0'}{T_0'}\right|}_{=\Delta G/G|T_0'}$$