2.2 Drehschwingungen

Ein Drehschwinger ist ein um eine Achse drehbar gelagertes schwingungsfähiges System. Wird der Schwinger durch Drehung um diese Achse um den Winkel $+\varphi$ aus der Gleichgewichtslage entfernt, so tritt ein rücktreibendes Drehmoment M auf. Es ist bei nicht zu großem Drehwinkel φ diesem Winkel proportional. Analog zur rücktreibenden Federkraft $F = -kx$ gilt:

$$M = -D \cdot \varphi . \tag{4}$$

Die für die elastische Aufhängung typische Konstante D heißt Winkelrichtgröße (auch Direktionsmoment bzw. Federkonstante für Torsion).
Zwischen dem an einem Körper angreifenden Drehmoment M und der ihm dadurch erteilten Winkelbeschleunigung α gilt in Analogie zu $F = m \cdot a$ die Beziehung

$$M = J \cdot \alpha . \tag{5}$$

mit der Winkelbeschleunigung $\alpha = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$

J ist das Massenträgheitsmoment des Körpers. Unter Vernachlässigung der Dämpfung erhält man aus
(Gl. 4) und (Gl. 5) die Bewegungsgleichung des Pendels

$$\ddot{\varphi} + \frac{D}{J} \cdot \varphi = 0 . \tag{6}$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$\varphi(t) = A \cos(\sqrt{D/J} \cdot t + \delta) \tag{7}$$

mit der Kreisfrequenz der ungedämpften freien Schwingung. $\omega_0 = \sqrt{D/J}$ (8)

Die Schwingungsdauer $T_0 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{J}{D}}$ ergibt sich aus $\omega = {}^{2\pi}\!/_{T}$. (9)

Um aus Gl. (9) die Winkelrichtgröße D bestimmen zu können, muss das Massenträgheitsmoment J bekannt sein. Dazu ist eine zweite Messung notwendig. Man erhöht das Massenträgheitsmoment J des Systems um ein bekanntes Massenträgheitsmoment J'. Mittels dieser Anordnung bestimmt man die Schwingungsdauer T_0'.

$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{J + J'}{D}} \tag{10}$$

Mit (9) und (10) stehen zwei Gleichungen zur Bestimmung der zwei Unbekannten D und J zur Verfügung.