

Cunningham-Korrektur

Das Modell, das der Stokesschen Reibungskraft (3) zugrunde liegt, gilt streng nur in einem Kontinuum. Die Öltröpfchen besitzen Durchmesser von etwa $1\mu\text{m}$. Damit liegt er in der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Luftmoleküle (10^{-7}m). Soll der Wert der Elementarladung sehr genau bestimmt werden, muss man das berücksichtigen und den Ausdruck die Viskosität nach Cunningham korrigieren

$$(8) \quad \eta_c = \frac{\eta}{1 + \frac{b}{pr}} \quad (\text{Viskosität mit Cunningham-Korrektur}).$$

Die auf diese Weise korrigierte Ladung

$$(9) \quad Q_c = C_1 (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} \left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{-\frac{3}{2}} = Q \left(1 + \frac{b}{pr}\right)^{-\frac{3}{2}}$$

liegt auf alle Fälle näher am wahren Wert als der nach Gleichung (6) berechnete. Hier ist p der Luftdruck und b eine empirische Konstante, die mit Hilfe der experimentellen Daten so bestimmt wird, dass die korrigierte Ladung Q_c nicht mehr vom Kugelradius und vom Luftdruck abhängt. Wir führen diese komplizierte Ausgleichsrechnung nicht durch und nehmen einen Wert von $b = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$ an. Sollte der ermittelte Wert der Elementarladung im Rahmen der anderen Fehlergrenzen nicht mit dem Tabellenwert übereinstimmen, kann das auch an Abweichungen der Konstanten b liegen (aus der Literatur bekannte Werte: $6 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m} < b < 8 \cdot 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{m}$).

Auswertung der Messwerte mit Hilfe des Histogrammes

Die Ladungen Q_c sind Vielfache der zu bestimmenden Elementarladung e . Deshalb ermittelt man Q_c für viele Teilchen und ordnet die auftretenden Werte bestimmten Klassen zu. Um den diskreten Charakter der auftretenden Ladungen zu erkennen, muss man die Klassenbreite kleiner als das Ladungsincrement (die Elementarladung) wählen. Trägt man die Häufigkeit des Auftretens der Werte in den verschiedenen Klassen in Form eines Histogramms (vgl. Abb. 2) auf, so erkennt man, dass bestimmte Werte häufig auftreten und andere überhaupt nicht. Unter der Annahme, dass der Abstand der Häufungsmaxima gleich dem Wert der Elementarladung ist und dass das erste Häufungsmaximum um Werte herum liegt, die gleich diesem Abstand sind, kann man schließen, dass die Tröpfchen des n -ten Häufungsmaximums offenbar n Elementarladungen tragen.

Es gibt nun mehrere Möglichkeiten der Ermittlung der Elementarladung.

1. Der äquidistante Abstand der Häufungsmaxima (bzw. des 1. Maximum zu $Q=0$) ist gleich der Elementarladung. Auf diese Weise kann ihr Wert grafisch ermittelt werden.
2. Man bildet die Mittelwerte von jedem Häufungsmaximum. Dividiert man diese Werte jeweils durch n , erhält man Werte, die man ihrerseits wieder mitteln kann.
3. Man ordnet jeden Wert von Q_c einem Häufungsmaximum n des Histogramms zu und dividiert alle Messwerte durch diesen Wert n . Damit verschiebt man alle Messwerte auf das erste Häufungsmaximum. Der Mittelwert dieser Werte ist die Elementarladung. Eine statistische Auswertung liefert darüber hinaus noch Aussagen über den statistischen Fehler der Elementarladung.