

$$(1) \quad F_E = QE = Q \frac{U}{d}.$$

Hierbei ist Q seine Ladung, U die elektrische Spannung zwischen den Platten und d der Plattenabstand. Da die Bewegung in der Vertikalen verläuft, begnügen wir uns mit der Angabe des Betrages der z -Komponenten. Weiterhin unterliegt das Tröpfchen dem Einfluss der Gewichtskraft und Auftriebskraft, die wir zu einem „effektiven“ Gewicht zusammenfassen

$$(2) \quad F_G - F_A = (m_T - m_L)g = \underbrace{(\rho_T - \rho_L)}_{=\rho} \frac{4}{3} \pi r^3 g = \rho \frac{4}{3} \pi r^3 g.$$

Hier sind m_T bzw. m_L die Masse des Tröpfchens bzw. der von ihm verdrängten Luft, ρ_T und ρ_L die Dichte des Öles und der Luft sowie r der Radius des Tröpfchens.

In der Bewegung unterliegt es schließlich noch der Stokeschen Reibungskraft

$$(3) \quad F_R(v) = 6\pi\eta r v.$$

Diese ist linear von der Driftgeschwindigkeit v der Teilchen und der Viskosität der Luft η abhängig.

Ist die elektrische Feldkraft stärker als das effektive Gewicht, wird das Tröpfchen in Richtung der elektrischen Feldlinien beschleunigt. In dem Maße, wie seine Geschwindigkeit zunimmt, wird auch die Reibungskraft größer. Sie wächst, bis sich das Tröpfchen mit einer konstanten Geschwindigkeit v_2 (Steiggeschwindigkeit) nach oben bewegt. Dieser sehr schnell erreichte Zustand ist durch das Kräftegleichgewicht

$$(4) \quad F_E - (F_G - F_A) - F_R(v_2) = 0$$

bestimmt. Gleichung (4) kann man nun nach der gesuchten Ladung Q des Tröpfchens auflösen. Sind die Materialgrößen und Konstanten U , d , ρ_T , ρ_L , η und g gegeben, braucht man nur noch die Geschwindigkeit v_2 und den Tröpfchenradius r zu messen. Die Tröpfchen sind jedoch so klein, dass ihr Radius r nicht mit dem Mikroskop bestimmt werden kann. Diesen kann man aber aus dem Kräftegleichgewicht bei abgeschaltetem elektrischem Feld

$$(5) \quad (F_G - F_A) - F_R(v_1) = 0$$

aus der Sinkgeschwindigkeit v_1 ermitteln. Löst man die Gleichungen (4) und (5) nach Q und r auf, so erhält man

$$(6) \quad Q = \left(\eta^{\frac{3}{2}} \frac{18\pi d}{\sqrt{2\rho g}} \right) (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} = C_1 (v_1 + v_2) \frac{\sqrt{v_1}}{U} \quad \text{und}$$

$$(7) \quad r = \left(\sqrt{\frac{9\eta}{2\rho g}} \right) \sqrt{v_1} = C_2 \sqrt{v_1}.$$

Die Konstanten C_1 und C_2 ergeben sich aus den Zahlenwerten der Versuchsanordnung ($\eta = 1,81 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s}$, $d = 6 \text{ mm}$, $\rho = (875,3 - 1,29) \text{ kg/m}^3$) zu

$$C_1 = 2,00 \cdot 10^{-10} \text{ kg} \sqrt{\frac{\text{m}}{\text{s}}} \quad \text{und} \quad C_2 = 9,75 \cdot 10^{-5} \sqrt{\text{s} \cdot \text{m}}.$$