

5 Fehlerrechnung und Fehlerfortpflanzung

Im Versuch Kugelfall wird der Fehler der Ergebnisgröße Viskosität über das Gaußsche Fehlerfortpflanzungsgesetz berechnet. Voraussetzung hierfür ist, dass die statistischen Fehler der Messgrößen wesentlich bedeutsamer sind als die systematischen und die Messgrößen nicht korreliert sind.

Im Versuch Torsionsmodul wird der Fehler der Ergebnisgröße Torsionsmodul mit Hilfe der Größtfehlerabschätzung ermittelt. Das Verfahren ist dann anzuwenden, wenn vermutet wird, dass systematische Fehler und Gerätefehler von Bedeutung sind.

Die Ermittlung der Messfehler für die Größen L , t und r_K erfolgt durch Auswertung ihrer statistischen Schwankungen in den Messwertetabellen der obigen drei Versuche. Hierbei wird angenommen, dass systematische Messfehler gegenüber den statistischen Schwankungen vernachlässigt werden können. Die Standardabweichung σ_x einer statistisch schwankenden Messgröße x erhält man aus

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} . \quad (14)$$

Sie ist ein Maß für die *Abweichung eines einzelnen Messwertes* vom Mittelwert und wird hier nicht weiter benötigt. Hierbei ist n die Anzahl der Messwerte.

Als typischer Fehler wird der mittlere Fehler des Mittelwertes Δx weiter verwendet. Er berechnet sich aus

$$\Delta x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (15)$$

und steht für die *Schwankungsbreite des Mittelwertes*. Die Verteilung der Messwerte ergibt erst bei einer sehr großen Anzahl (> 100) annähernd eine so genannte Normalverteilung. In unserem Fall haben wir lediglich eine Stichprobe von 10 Messwerten genommen. Hierfür gibt es gesonderte statistische Überlegungen, die hier nicht diskutiert werden. Das Ergebnis $L \pm \Delta L$, $t \pm \Delta t$ bzw. $r_K \pm \Delta r_K$ sagt aus, dass der wahre Wert der Messgröße mit 68 % Wahrscheinlichkeit (das ist die sog. 1- σ -Grenze) innerhalb des berechneten statistischen Toleranzbandes $\pm \Delta x$ liegt. Häufig reicht diese Genauigkeit nicht aus und man fordert 95 % (2- σ -Grenze) oder gar 99% (3- σ -Grenze).

Der Beitrag des Fehlers der Messgrößen L , t und r_K zum Fehler für die zu berechnende Viskosität η berechnet man mit der Formel

$$\Delta \eta = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial L} \Delta L \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial t} \Delta t \right)^2 + \left(\frac{\partial \eta}{\partial r_K} \Delta r_K \right)^2} \quad (15)$$

Bei der Angabe des Ergebnisses ist die Schreibweise $\eta \pm \Delta \eta$ zu verwenden. Die gemeinsame Maßeinheit und evtl. auftretende gemeinsame Zehnerpotenzen sind auszuklammern. Die Fehler Δx sind nicht mit beliebiger Rechengenauigkeit anzugeben. Hierzu sind eigentlich gesonderte Betrachtungen nötig. Als Vereinfachung wird erlaubt, die Fehler Δx mit einer signifikanten Ziffer anzugeben. Sie sind prinzipiell aufzurunden. Die Stellenanzahl der Ergebnisgröße (hier η) ergibt sich dann aus der Stellenanzahl des Fehlers. Wenn z.B. die Rechnungen $\eta = 5,14379 \text{ Pa s}$ und $\Delta \eta = 0,14289 \text{ Pa s}$ ergeben, lautet das richtig gerundete Ergebnis $\eta = (5,1 \pm 0,2) \text{ Pa s}$.