Für die Kugelumströmung ist $$\mathrm{Re} = \frac{\rho_{Fl} \cdot v \cdot 2 r_K}{\eta_{Fl}}. \tag{4}$$

Bei größeren Geschwindigkeiten kann man die Trägheitskraft nicht vernachlässigen. Eine Näherungslösung hierfür wurde von OSEEN (engl.) 1910 gefunden. Unter Berücksichtigung von f_R ermittelte er eine genauere Geschwindigkeitsverteilung $\vec{v}(x,y,z)$ um die Kugel und berechnete daraus die Reibungskraft

OSEEN $$\vec{F}_R = -6\,\pi\,\eta\,r\,\vec{v}\left(1 + \frac{3}{16}\mathrm{Re}\right) \tag{5}$$

2.4 Kugelfallviskosimeter, Kugelfallmethode

Bringt man eine Kugel mit dem Radius r_K, dem Volumen V_K, der Dichte ρ_K und der Masse m_K in eine zähe Flüssigkeit mit der Dichte ρ_{Fl} und der dynamischen Viskosität η, so greifen an dieser Kugel hauptsächlich 3 Kräfte an. Diese sind der Auftrieb F_A, die Schwerkraft F_G und die Reibungskraft F_R. Die Summe dieser drei Kräfte ergibt die auf die Kugel wirkende resultierende Kraft und bestimmt damit ihre Beschleunigung $\vec{a}$

$$\vec{F}_{res} = \vec{F}_A + \vec{F}_G + \vec{F}_R = m_K \vec{a}\,. \tag{6}$$

Für die Schwerkraft gilt die Beziehung $$\vec{F}_G = m_K \vec{g} \tag{7}$$

für die Auftriebskraft $$\vec{F}_A = -\rho_{Fl} \cdot V_K \cdot \vec{g} \tag{8}$$

und für die Reibungskraft nach STOKES ($\mathrm{Re} < 1$) die Formel (3).
Diese Formeln in (6) eingesetzt ergeben mit $\vec{a} = d\vec{v}/dt$ und $m_K = \rho_K \cdot V_K$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}\left(1 - \frac{\rho_{Fl}}{\rho_K}\right) - \frac{6\,\pi\,\eta\,r_K}{\rho_K \cdot V_K} \cdot \vec{v} \tag{9}$$

Die Lösung dieser DGl. lautet $$\vec{v} = \frac{(\rho_K - \rho_{Fl}) V_K \vec{g}}{6\pi\eta r_K} \cdot \left(1 - e^{-\frac{6\pi\eta r_K}{\rho_K V_K} \cdot t}\right) \tag{10}$$

Eine annähernd konstante Endfallgeschwindigkeit $\vec{v}_\infty$ ist dann erreicht, wenn der Term mit der exp-Funktion genügend klein ist ($\exp(-K \cdot t) \le 0{,}01$). Unter dieser Bedingung und unter Berücksichtigung des Kugelvolumens $V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_K^{\,3}$ ergibt sich aus (10) die konstante Endfallgeschwindigkeit zu

$$\vec{v}_\infty = \frac{2}{9} \cdot \frac{r_K^{\,2}}{\eta}\,\vec{g}\,(\rho_K - \rho_{Fl}) \tag{11}$$

Für die Viskosität der Flüssigkeit folgt somit $$\eta = \frac{2}{9} r^2\, g\,(\rho_K - \rho_{Fl}) \frac{1}{v_\infty} \tag{12}$$