

die Bestimmungsgleichung für die Richtung des Minimums 1-ter Ordnung

$$(5) \quad b \sin \beta_1^{\min} = \lambda.$$

Gleichung (5) gilt für alle weiteren wie oben bestimmten Punktpaare analog. So erfolgt eine paarweise Auslöschung von je einem Anteil aus der oberen und der unteren Hälfte des Spaltes.

Die Richtungen der weiteren Minima lassen sich erklären, indem man den Spalt weiter geradzahlig (4, 6, ...) unterteilt und den Abstand der Punktpaare  $P_1$  und  $P_2$  entsprechend kleiner wählt ( $b/4$ ,  $b/6, \dots$ ). Die von diesen Punkten ausgehenden Elementarwellen haben unter dem Beobachtungswinkel  $\beta_2^{\min}$ ,  $\beta_3^{\min}, \dots$  einen Gangunterschied von  $b/4 \sin \beta_2^{\min}$ ,  $b/6 \sin \beta_3^{\min}, \dots$ , der zur Auslöschung führt, wenn er  $\lambda/2$  beträgt. Dies wird durch folgende Gleichung für die **Intensitätsminima** ausgedrückt:

$$(6) \quad b \sin \beta_m^{\min} = m \lambda \quad \text{mit } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Die Richtungen der Intensitätsmaxima können durch analoge Überlegungen veranschaulicht werden. Hierbei wird allerdings der Spalt in eine ungerade Zahl von Teilen zerlegt.

Eine detailliertere Betrachtung der Überlagerung aller Elementarwellen liefert die Verteilung der Intensität über alle Beugungswinkel (vgl. auch Abb. 2b)

$$(7) \quad I(u) = I_0 \cdot \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad \text{mit} \quad (7a) \quad u = \frac{\pi \cdot b \cdot \sin \beta}{\lambda}.$$

Die Minima der Intensitätsverteilung (Gl. 7) liegen bei  $u^{\min} = \pm \pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$ . Das Einsetzen dieser Werte in (7a) führt ebenfalls auf Gleichung (6).

Bei  $\beta = 0$  (d.h.  $u = 0$ ) ist die Spaltfunktion Gl. (7) zunächst unbestimmt. Mit Hilfe der Regel von L'Hospital erhält man den Grenzwert  $\lim_{u \rightarrow 0} (I(u)) = I_0$ .

## 2.2 Fraunhofer-Beugung am Gitter

### 2.2.1. Ideales Gitter

Eine streng periodische Anordnung vieler Spalte ergibt ein (Amplituden-) Gitter. Ist die Spaltbreite  $b$  sehr viel kleiner als der Spaltabstand  $g$ , kann jeder Spalt näherungsweise als Quelle einer einzigen Elementarwelle betrachtet werden. Ein solches Gitter nennt man ein ideales Gitter. Den Spaltabstand  $g$  bezeichnet man auch als Gitterkonstante (vgl. Abb. 3a). Oft wird zur Charakterisierung des Gitters die reziproke Gitterkonstante  $G = 1/g$  (Anzahl der Linien pro mm) angegeben.