

Erzwungene Schwingung

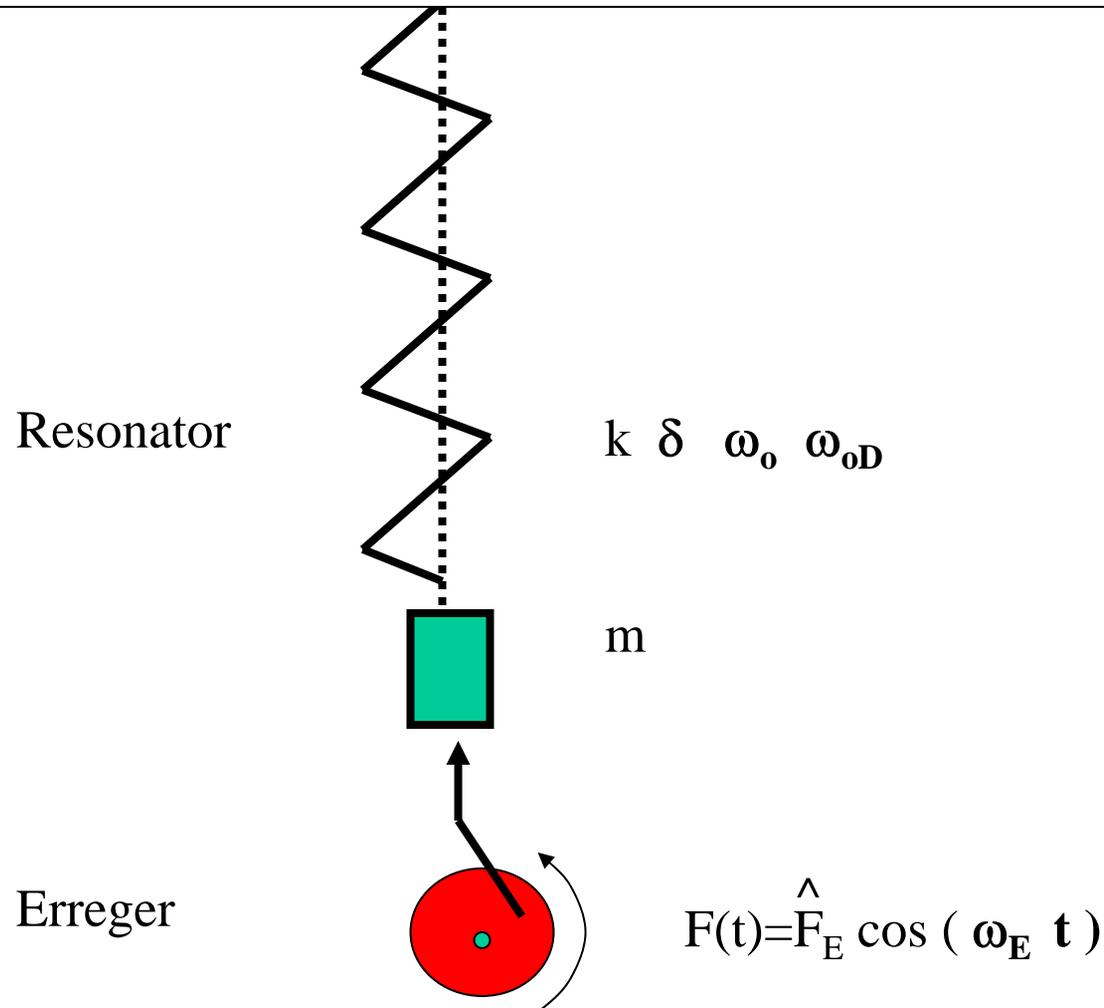
ideal : ungedämpft $m\ddot{x} + c\ddot{x} = 0$

real : gedämpft $m\ddot{x} + b\dot{x} + c\ddot{x} = 0$

erzwungen : $m\ddot{x} + b\dot{x} + c\ddot{x} = F(t)$

Erzwungene Schwingung eines schwingungsfähigen Systems

Nach einer Einschwingzeit nimmt das System die Kreisfrequenz ω_E des Erregers an.



Nach einer Einschwingzeit nimmt das System die Kreisfrequenz ω_E des Erregers an.

$$\mathbf{x}(t) = \hat{\mathbf{x}} \exp (j (\omega_E t - \alpha)) \quad (\text{A})$$

ω_E - Erregerfrequenz

α - Phasenverschiebung der beobachtbaren Resonatorfrequenz
bezüglich der Erregerfrequenz

Gleichung (A) wird ein-, bzw. zweifach nach der Zeit differenziert und die Resultate in die Dgl. eingesetzt. Es entstehen Re und Im der Dgl.

Aus Re und Im kann man $\hat{\mathbf{x}}(\omega_E)$ und $\alpha(\omega_E)$ errechnen.

Amplitudenresonanzfunktion $x(\omega_E)$

\hat{x}/\hat{x}_0

10

8

6

4

2

1

$$\hat{x} = \hat{F}_E / (m[\omega_0^2 - \omega_E^2]^2 + (2\delta\omega_E)^2)^{1/2}$$

0.5

1

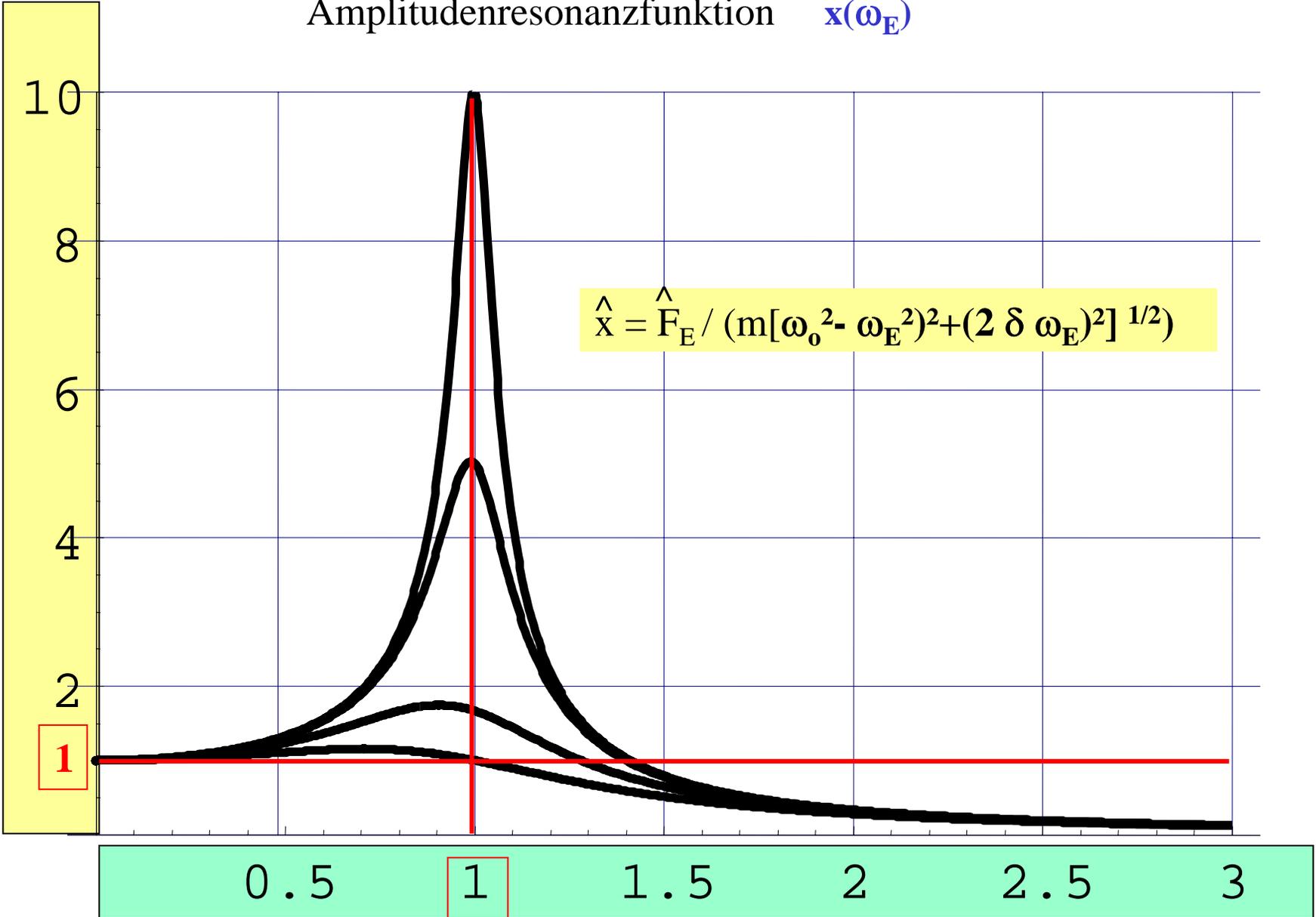
1.5

2

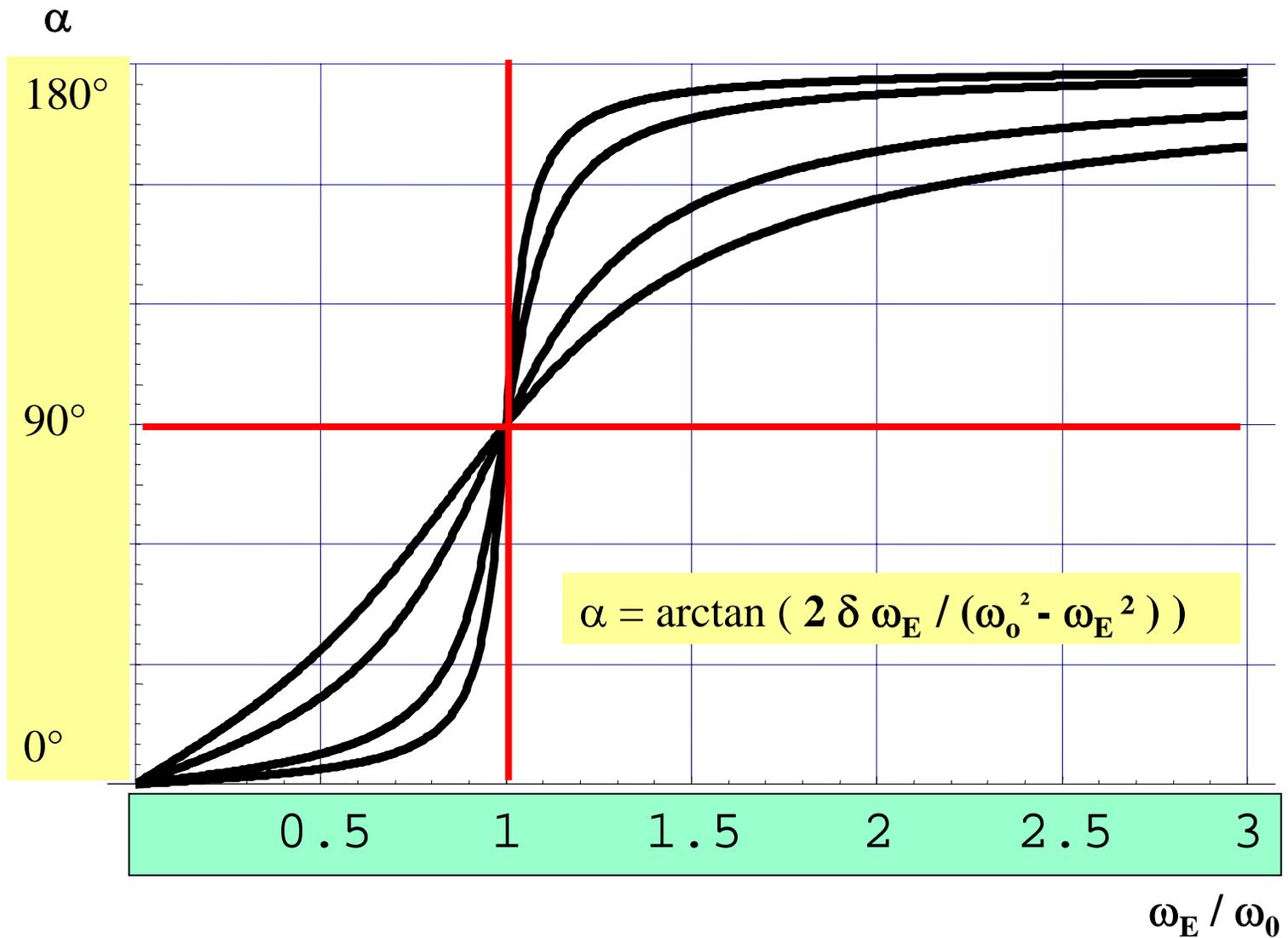
2.5

3

ω_E / ω_0



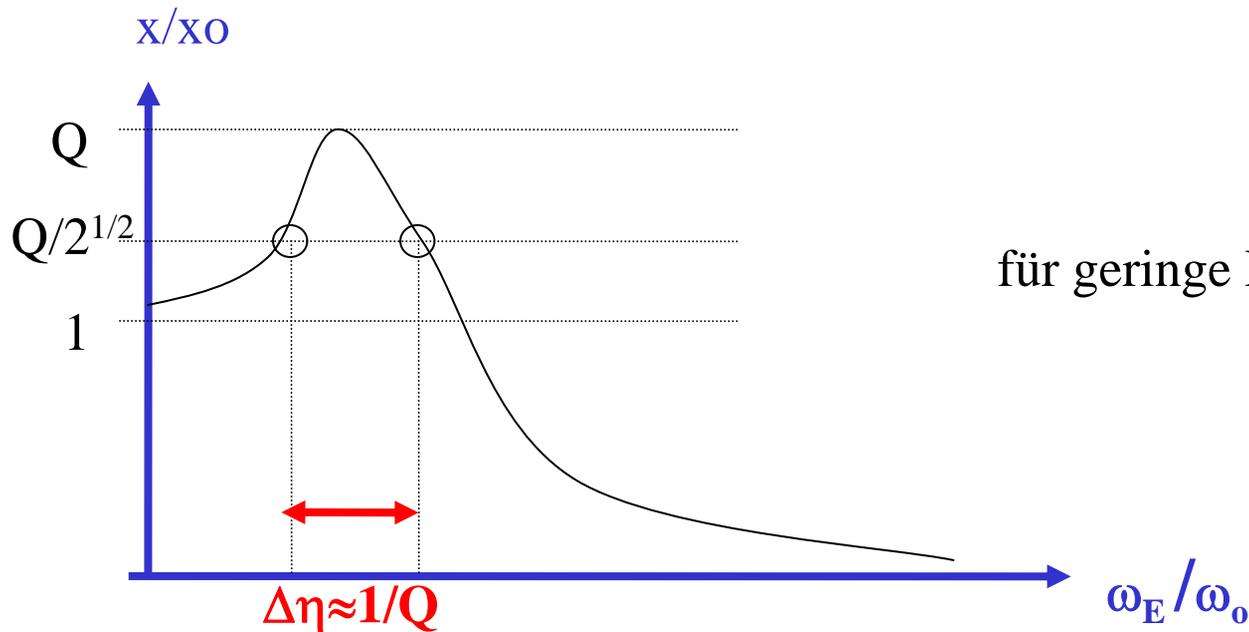
Phasenresonanzfunktion $\alpha(\omega_E)$



Resonanz überhöhung :

**Verhältnis der Amplitude x
im Resonanzfall zur Amplitude x_0
des statischen Falls.**

$$\frac{x_{\text{RES}}}{x_0} = \frac{1}{2D (1-D^2)^{1/2}} \approx \frac{1}{2D} = Q$$



für geringe Dämpfung $D < 0,01$