MECHANISCHE SCHWINGUNGEN
Physikalisches und Mathematisches Pendel

Physikalisches Pendel :

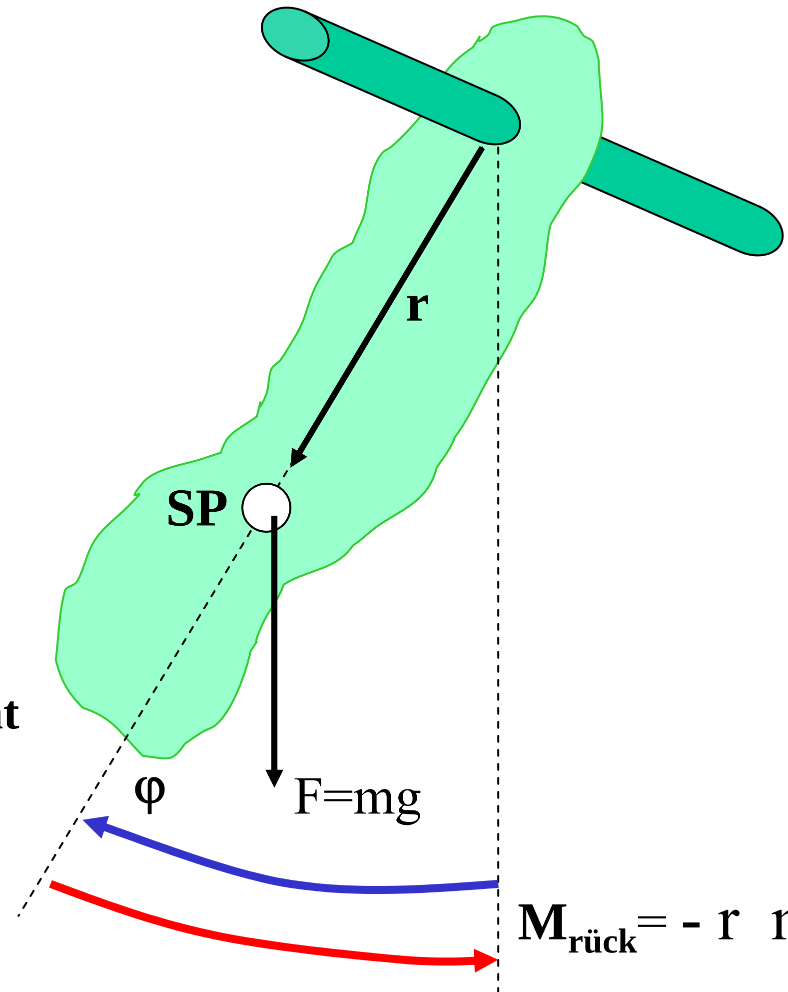
Das Pendel sei in
+ φ Richtung ausgelenkt

Bilanzierung der Drehmomente :

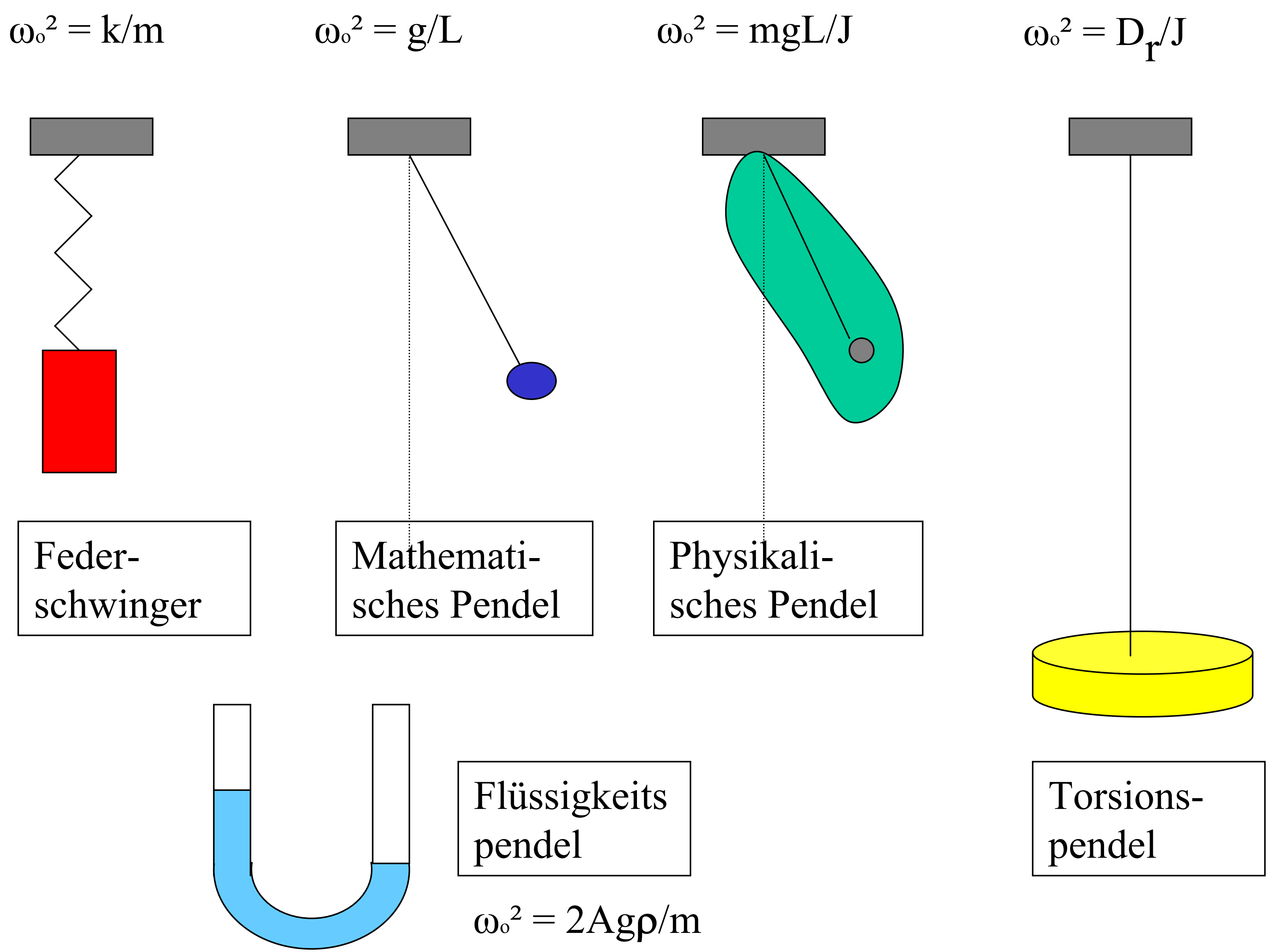
$\mathbf{M_{res} = \sum M = J\,\alpha}$

Im SP greift die Gewichtskraft an,
es wirkt das rücktreibende Moment

$\mathbf{M_{res} = r \times F_G}$



$M_{rück} = -\,r\;m\,g\,\sin\varphi$


$\omega_o^2 = k/m$
$\omega_o^2 = g/L$
$\omega_o^2 = mgL/J$
$\omega_o^2 = D_r/J$
Feder-schwinger
Mathemati-sches Pendel
Physikali-sches Pendel
Flüssigkeits pendel
$\omega_o^2 = 2Ag\rho/m$
Torsions-pendel

Gedämpfte freie Schwingung

$F_{Reibung} \sim v$ Viskose Reibung STOKES-Reibung

Dgl. der gedämpften freien Schwingung bei STOKESscher Reibung :

$m\ddot{x} + bx + cx = 0$ oder $mx + bx + kx = 0$

Die in der „Hüllkurve“ vorkommende sog. „Abklingkonstante“ δ hängt mit den Koeffizienten m und b der Dgl. zusammen : $\boldsymbol{\delta = b / 2m}$

Def.: Abklingkonstante : $\boldsymbol{\delta = b / 2m}$

Def.: dimensionslose Dämpfung : $D = \delta / \omega_o$

Def.: Verlustfaktor : $d = 2 D$

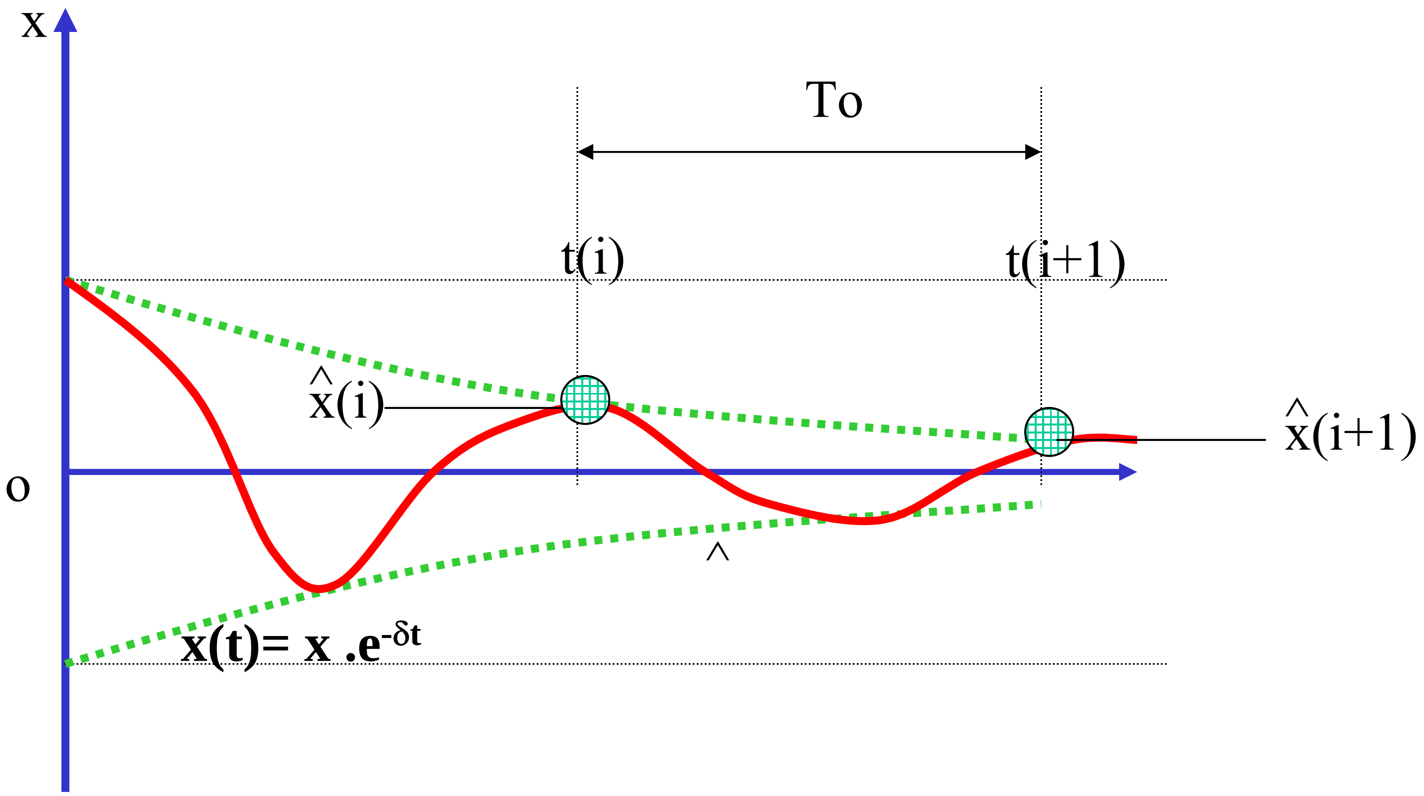
Def.: Güte : $Q = 1 / \mathbf{d}$

Lösung der Dgl. : Unterscheidung in drei Fälle

1	Schwache Dämpfung	(Schwingfall)
2	Mittlere Dämpfung	(aperiodischer Grenzfall)
3	Starke Dämpfung	(Kriechfall)

1	$x(t) = \hat{x} \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_{oD} \cdot t + \phi)$	$\omega_{oD}^2 = \omega_o^2 - \delta^2$	$\delta < \omega_o$	$b^2 < 4\,mc$
2	$x(t) = \hat{x} \cdot e^{-\delta t} \cdot (1 - \delta \cdot t)$	$\omega_{oD}^2 = \omega_o^2 - \delta^2$	$\delta = \omega_o$	$b^2 = 4\,mc$
3	$x(t) = \hat{x} \cdot e^{-\delta t} \cdot f(t, \delta, \omega_o)$	$\omega_{oD}^2 = \omega_o^2 - \delta^2$	$\delta > \omega_o$	$b^2 > 4\,mc$

Bestimmung des Abklingfaktors bei viskoser Reibung



bekannt : Messwerte x zweier
aufeinanderfolgender Maxima

Einsetzen der Messwerte x(i) und x(i+1) in die Lsg. der DGl.

$$x(t) = \hat{x} \cdot e^{-\delta t} \cdot \cos(\omega_{oD} \cdot t + \phi)$$

(beachte : die cos-Funktion erreicht bei den Amplitudenwerten immer den Wert 1)
(beachte : die Zeitspanne t(i+1) – t(i) ist gleich der Periodendauer To)

$$\delta = \ln \frac{x(i)}{x(i+1)} \Big/ T_o$$

$$\text{logarithmisches Dekrement } \Lambda = \ln \frac{x(i)}{x(i+1)}$$

Das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Amplitudenwerte ist konstant :

$$x(i+1) / x(i) = \text{const.}$$