# Massenträgheitsmoment des Starren Kontinuierlichen Körpers bei Drehung um feste Achsen - Steinerscher Satz

---

Das Ergebnis des Experiments „Exzenter-Hantel“ (zwei PM um Achse ) war :

1) Massenträgheitsmoment PM : $\mathbf{J = m\, r^2}$

2) $\mathbf{J_{ges} = \Sigma\, J_i}$

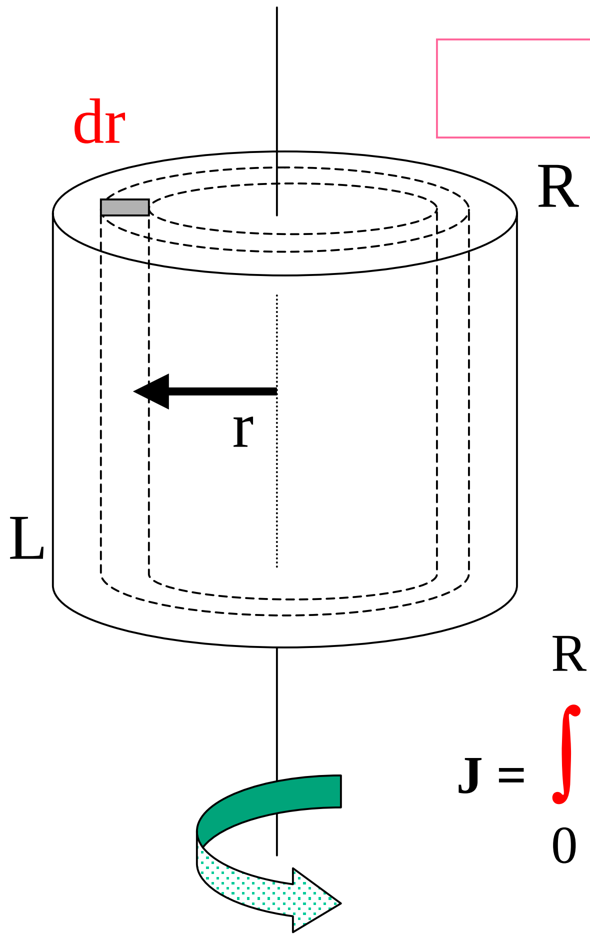
Schlussfolgerung für den Kontinuierlichen Körper :

Massenträgheitsmoment : $\mathbf{J = \int r^2\, dm}$ ,

**dabei zeigt r vom Drehpunkt zur Gesamtheit der dm ,**
**aus denen der Körper besteht.**

# Drehachse durch SP

$J_{\text{polar}}$




$$J = \int_0^R r^2 \, dm$$

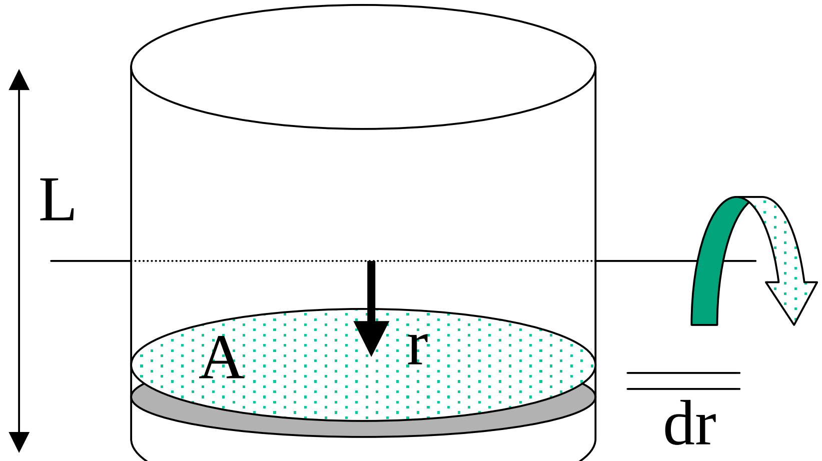
$$dm = \rho \, dV$$

$$dm = \rho \, L \, dA = \rho \, L \, 2\pi r \, dr$$

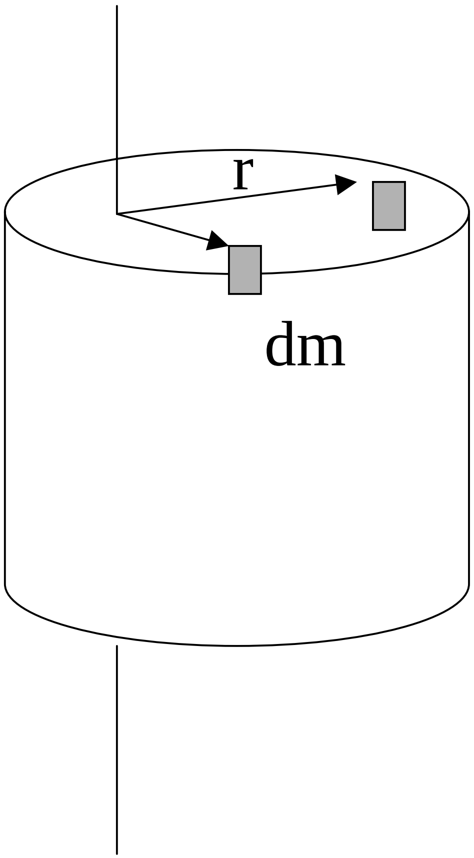
$J_{\text{äquatorial}}$

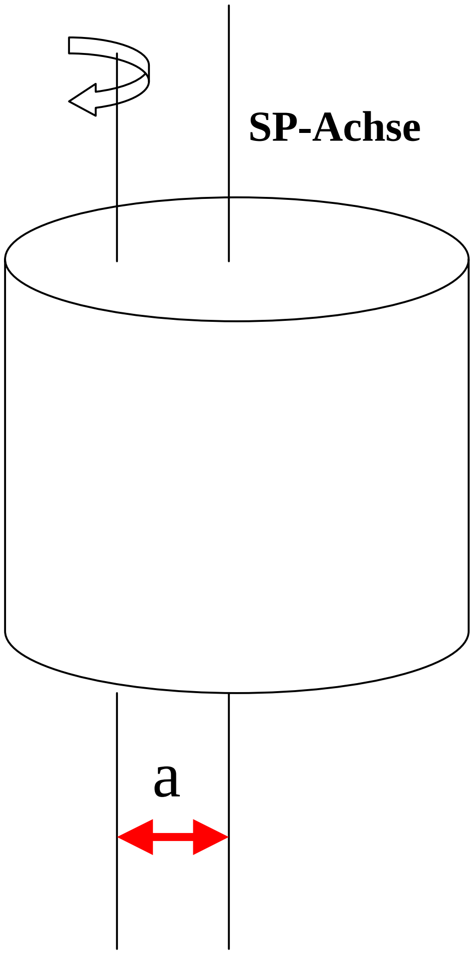
$$J = \int_{r=-L/2}^{r=+L/2} r^2 \, dm$$

$$dV = A \, dr$$



# Drehachse nicht durch SP - Steinerscher Satz

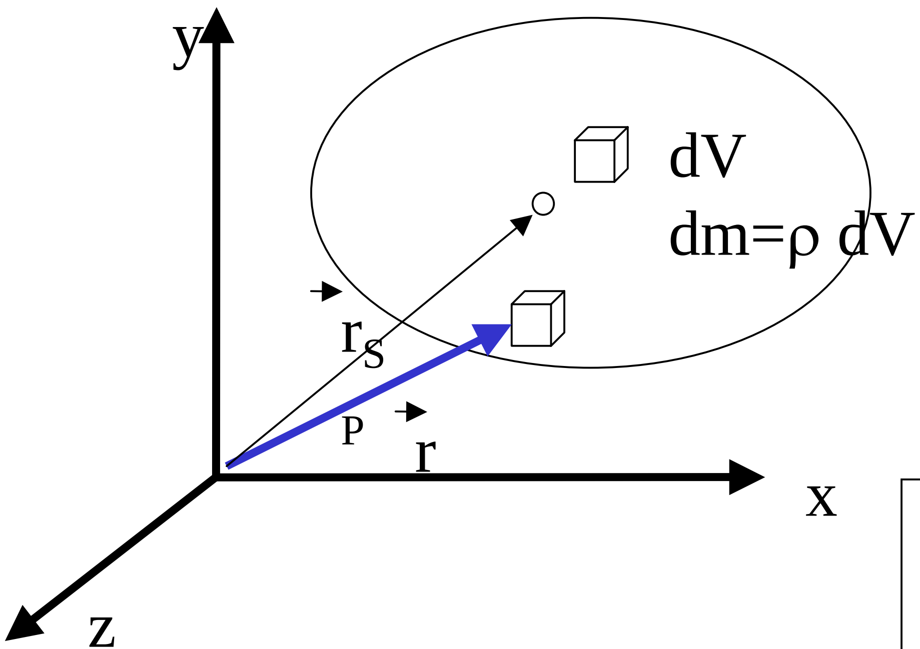



$$J = \int_{0}^{?} r^2 \, dm$$

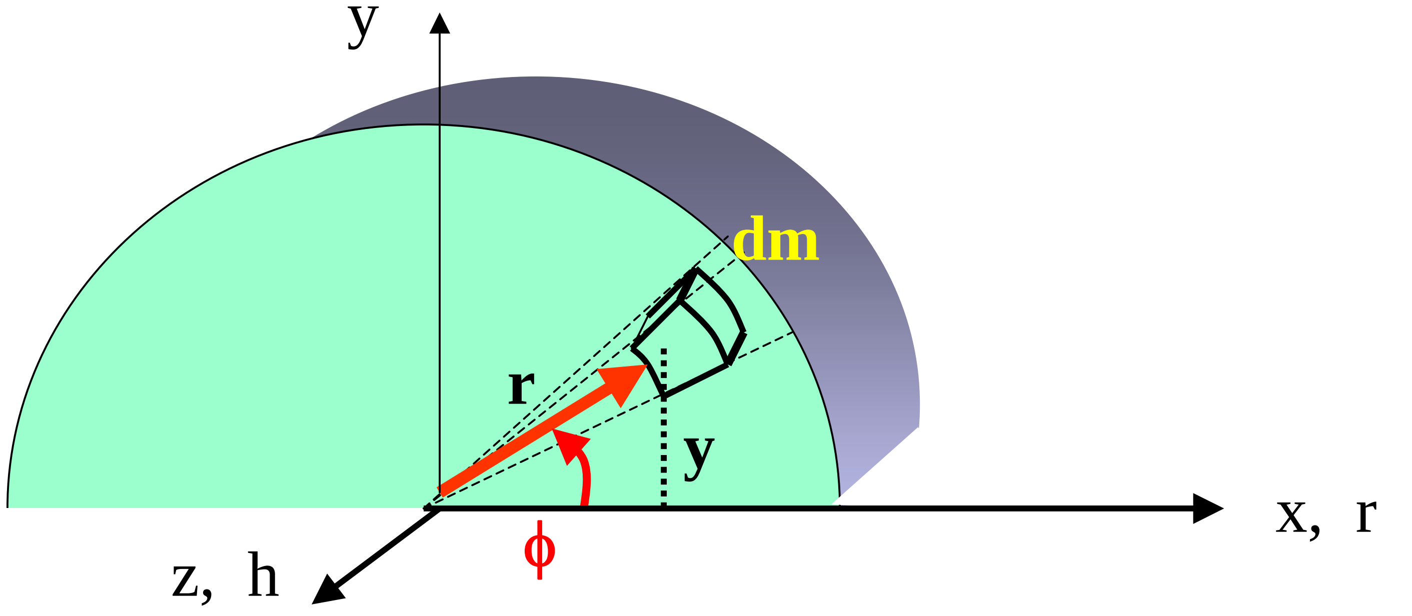
$$\boxed{J_{\text{Drehachse}} = J_{\text{SP-Achse}} + m\,a^2}$$

# Schwerpunkt des kontinuierlichen starren Körpers




$$\vec{r}_{SP} = \frac{\int_V \vec{r}\, dm}{\int_V dm}$$

# Schwerpunkt eines halben Zylinders




$dm = \rho \, dV$

$\sin \phi = y/r$

$dV = dh \;\; dr \;\; db$

$y = r \;\; \sin \phi$

$db = r \, d\phi$

$$y_{SP} = \frac{\int^{V} y \quad \rho \, dV}{\int_{V} \rho \, dV}$$

$$r_{SP} = \frac{\int_0^{\pi} \int_0^{R} \int_0^{H} \mathbf{r \sin \phi} \quad \rho \quad \mathbf{r \ \ dh \ \ dr \, d\phi}}{\int_0^{\pi} \int_0^{R} \int_0^{H} \rho \quad \mathbf{r \ \ dh \ \ dr \, d\phi}}$$

$$y_{SP} = 4\,R \Big/ 3\,\pi$$