| Fachhochschule Jena<br>University of Applied Sciences Jena<br>Fachbereich Grundlagenwissenschaften | Lehrgebiet Physik<br>Differenzieren / Integrieren<br>**Serie GL-1** |
|---|---|

## Aufgaben zum Differenzieren

**1** Lsg.: $y' = \frac{dy}{dx} = x^{-\frac{1}{2}} - 15x^4 - \frac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} + \frac{3}{2}x^{-4}$

---

**2** Lsg.: $y' = 14x^6 - 10x^4 \cdot \cos x + \left(2x^5 + 1\right)\sin x + 2x$

---

**3** Lsg.: $y' = e^x\left(\tan x + \frac{1}{\cos^2 x}\right)$

---

**4** Lsg.: $y' = -(1+x)^{-2} - (1-x)^{-2} = -\frac{1}{(1+x)^2} - \frac{1}{(1-x)^2}$

---

**5** Lsg.: $y' = \frac{2x^4 - 6x^2 + 2x}{\left(x^2 - 1\right)^2}$

---

**6** Lsg.: $y' = 8(2x-1)^3$

---

**7** Lsg.: $y' = -\frac{2x}{3\sqrt[3]{\left(1-x^2\right)^2}}$

---

**8** Lsg.: $y' = -2\left(3x - \sin x\right)^{-3} \cdot \left(3 - \cos x\right)$

---

**9** Lsg.: $\frac{ds}{dt} = \dot{s} = 8t \cdot \tan\left(\frac{1}{2}t\right) + 2t^2 \frac{1}{\cos^2\left(\frac{1}{2}t\right)}$

---

**10** Lsg.: $y' = (10x - 1)\ln x + 5x - 1$

---

**11** Lsg.: $y' = \frac{1}{\sqrt{2\tan x} \cdot \cos^2 x}$

---

**12** Lsg.: $y' = e^{\sqrt{x}}\left(2x + \frac{1}{2}x^{\frac{3}{2}}\right)$

---

**13** Lsg.: $y' = \frac{\sqrt{x-1} \cdot \left(2x^3 - 3x^2\right)}{2\sqrt{x^3} \cdot \left(x - 1^2\right)}$

---

**14** Lsg.: $y' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

---

## Anwendungen zum Differenzieren

**15** Lsg.: $v(t) = \frac{dx}{dt} = -\hat{x} \cdot \omega \sin(\omega t + \beta)$

---

**16** Lsg.: $\frac{dv}{dt} = \dot{v} = \underline{\underline{\frac{g^2 t}{\sqrt{v_0^2 + g^2 t^2}}}}$

---

**17** Lsg.: $\frac{dv}{dt} = \frac{-g(v_0 \sin\alpha - gt)}{\sqrt{v_0^2 - 2g\left(v_0 t \cdot \sin\alpha - \frac{g}{2} t^2\right)}}$

---

**18** Lsg.: $\frac{du}{dm_1} = \frac{v_1(m_1 + m_2) - (m_1 v_1 + m_2 v_2)}{(m_1 + m_2)^2} = \underline{\underline{\frac{m_2(v_1 - v_2)}{(m_1 + m_2)^2}}}$

---

**19** Lsg.: $\frac{dW}{dr_1} = \underline{\underline{-\frac{fMm}{r_1^2}}}$ $\quad \frac{dW}{dr_2} = \underline{\underline{\frac{fMm}{r_2^2}}}$

---

**20** Lsg.: $\frac{dp}{dh} = \underline{\underline{-\rho_0 g \; e^{-\frac{\rho_0 g h}{p_0}}}}$

---

**21** Lsg.: $\frac{dT}{ds} = -\pi \sqrt{\frac{J_A}{mg}} \; s^{-\frac{3}{2}} = \underline{\underline{-\pi \sqrt{\frac{J_A}{mgs^3}}}}$

---

**22** Lsg.: $U_{ind}(t) = -NB \frac{dA}{dt} = -NB \cdot \omega \hat{A} \cdot \cos\omega t$

---

**23** Lsg.: $\frac{dW}{dp_1} = \underline{\underline{-\frac{mR_S T}{p_1}}}$

---

**24** Lsg.: $\frac{dC}{dr_1} = \underline{\underline{\pi\varepsilon \frac{r_2^2}{(r_2 - r_1)^2}}}$

---

**25** Lsg.: $\frac{di}{dt} = \underline{\underline{-\frac{I_0}{\tau} \; e^{-\frac{t}{\tau}}}}$

---

**26** Lsg.: $\frac{dx}{dt} = v(t) = -\hat{x} e^{-\delta t} \left(\delta \cdot \cos(\omega t) + \omega \sin(\omega t)\right)$

## Aufgaben zum Integrieren

**27** Lsg.: $\int x^{-3}dx = -\frac{1}{2}x^{-2} + C = \underline{\underline{-\frac{1}{2x^2} + C}}$

---

**28** Lsg.: $\int\left(\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} - 4x^2\right)^2 dx = \int\left(\frac{1}{4}x^{-1} - 4x^{\frac{3}{2}} + 16x^4\right)dx$

$\underline{\underline{= \frac{1}{4}\ln x - \frac{8}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{16}{5}x^5 + C}}$

---

**29** Lsg.: $\int\left(u^2 + 4u + 4\right)du = \underline{\underline{\frac{1}{3}u^3 + 2u^2 + 4u + C}}$

---

**30** Lsg.: $\frac{1}{2}\int\left(9t^2 - a^2\right)dt = \underline{\underline{\frac{3}{2}t^3 - \frac{1}{2}a^2 t + C}}$

---

**31** Lsg.: $\int x^{\frac{5}{4}}dx = \underline{\underline{\frac{4}{9}x^{\frac{9}{4}} + C}}$

---

**32** Lsg.: $\int\left(x^2 - x^{-1}\right)dx = \underline{\underline{\frac{1}{3}x^3 - \ln x + C}}$

---

**33** Lsg.: $\underline{\underline{\frac{1}{20}(3+5x)^4 + C}}$

---

**34** $\int x \cdot e^{-3x}dx =$

Lsg.: $-\frac{1}{3}x \cdot e^{-3x} - \frac{1}{9}e^{-3x} + C = \underline{\underline{\left(-\frac{1}{3}x - \frac{1}{9}\right)e^{-3x} + C}}$

---

**35** Lsg.: $\underline{\underline{\left(2 - t^2\right)\cos t + 2t \cdot \sin t + C}}$

---

**36** Lsg.: $\underline{\underline{\frac{1}{2}\tan 2x + C}}$

---

**37** Lsg.: $\underline{\underline{\frac{x^4}{4} + x}}$

---

**38** Lsg.: $\int_1^8 x^{-\frac{7}{3}}dx = -\frac{3}{4}x^{-\frac{4}{3}}\Big|_1^8 \underline{\underline{= 0{,}30}}$

---

**39** Lsg.: $\underline{\underline{2}}$

---

## Anwendungen zum Integrieren

**40** Lsg.: $\underline{\underline{\Delta l = \frac{\rho g}{E}\frac{l^2}{2}}}$ Dehnung

---

**41** Lsg.: $\underline{\underline{W = fmM\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)}}$ Arbeit im Gravitationsfeld

---

**42** Lsg.: $\underline{\underline{J = \rho l\, 2\pi \frac{R^4}{4} = \frac{m}{2} R^2}}$ Massenträgheitsmoment des Vollzylinders bei Rotation um die polare Achse

---

**43** Lsg.: $\underline{\underline{W = \frac{1}{2}\varepsilon_0\, A\, U^2\left(\frac{1}{s_1} - \frac{1}{s_2}\right)}}$ Arbeit zur Änderung des Plattenabstandes am Kondensator

---

**44** Lsg.: $v_1 = \frac{1}{m}\int_0^{t_1}(F_0 - b\,t)dt = \frac{1}{m}\left(F_0\, t_1 - \frac{b}{2} t_1^{\,2}\right)$

für $m = 1\,kg, F_0 = 400\,N$ und $b = 5\cdot 10^4\ N\,s^{-1}$ gilt : $\underline{\underline{v = 1{,}5\,ms^{-1}}}$

---

**45** Lsg.: $\omega(t) = \int \alpha(t)\ dt = \frac{M_0}{J_A}\int e^{-ct}dt = \underline{\underline{-\frac{M_0}{J_A c} e^{-ct} + C}}$

---

**46** Lsg.: $m = \frac{3}{5} d\left(0{,}1g\cdot cm^{-4}\ \frac{x^3}{3} + 2{,}2g\cdot cm^{-3}\ \frac{x^2}{2}\right)_0^{5cm} \underline{\underline{= 3{,}8g}}$

---

**47** Lsg.: $s(t) = \int v(t)\,dt = v_{max}\int \sin\left(2\pi\frac{t}{T}\right)dt = \underline{\underline{-v_{max}\frac{T}{2\pi}\cos\left(2\pi\frac{t}{T}\right) + C}}$

---

**48** Lsg.: $s(t) = v_0\int \cos\left(\frac{\pi v_B}{2B} t - \frac{\pi}{2}\right)dt = \underline{\underline{v_0\frac{2B}{\pi v_B}\sin\left(\frac{\pi v_B}{2B} t - \frac{\pi}{2}\right) + C}}$

---

**49** Lsg.: $s(t) = v_0\int\frac{dt}{1 + v_0 Kt} = \underline{\underline{\frac{1}{K}\ln(1 + v_0 Kt) + C}}$

---

**50** Lsg.: $\underline{\underline{W = \frac{AE}{2l}(\Delta l)^2}}$

---

**51** Lsg.: $W = -p_1 V_1^{\kappa}\ \frac{V^{-\kappa+1}}{-\kappa+1}\Big|_{V_1}^{V_2}$

$= \frac{1}{\kappa - 1} p_1\cdot V_1^{\kappa}\left[V_2^{-\kappa+1} - V_1^{-\kappa+1}\right]$

mit $p_1 V_1^{\kappa} = p_2 V_2^{\kappa}$ gilt $\underline{\underline{W = \frac{1}{\kappa - 1}\left[p_2 V_2 - p_1 V_1\right]}}$