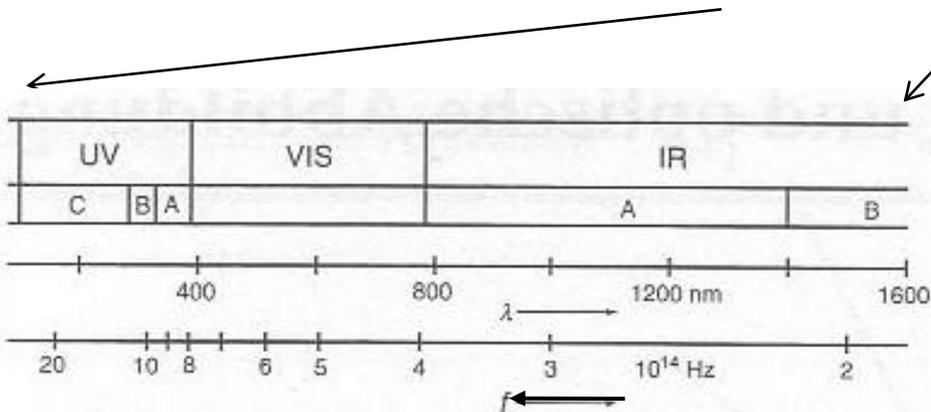
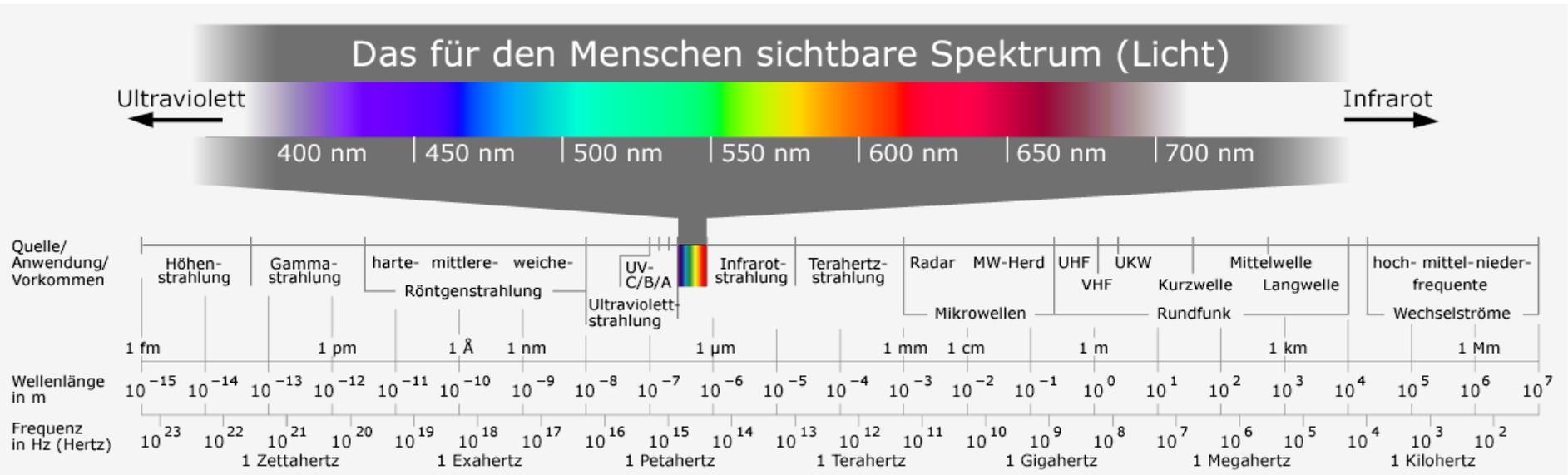


2 Licht – Optische Strahlung

Optische Strahlung Spektralbereiche



VIS: 380-780 nm

DIN 5031 Teil 7

UV-A: 315-380 nm

IR-A: 0,78-1,4μm

UV-B: 280-315 nm

IR-B: 1,4-3 μm

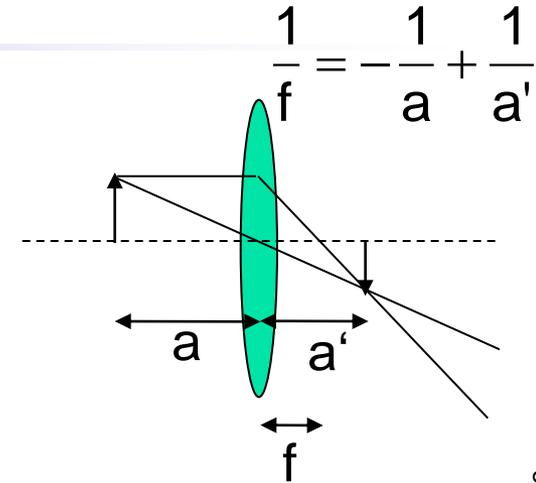
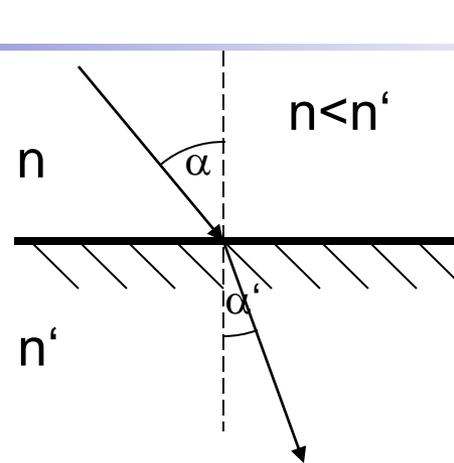
UV-C: 100-280 nm

IR-C: 3μm-1 mm

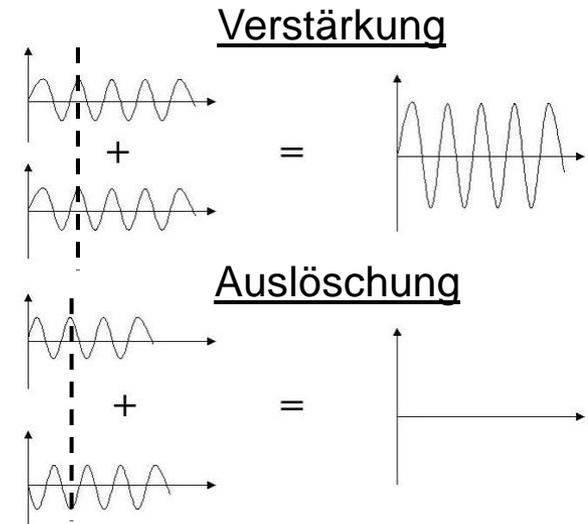
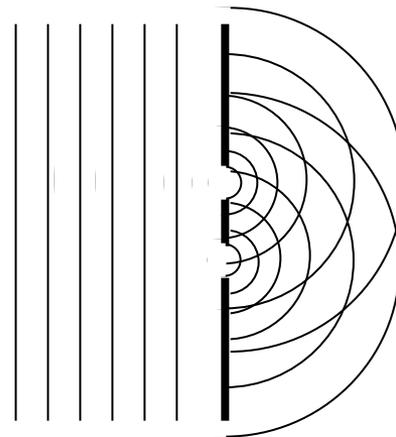
Einleitung: Was ist Licht ?

Brechung, Reflexion
Linsenabbildungen

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha'} = \frac{n'}{n}$$

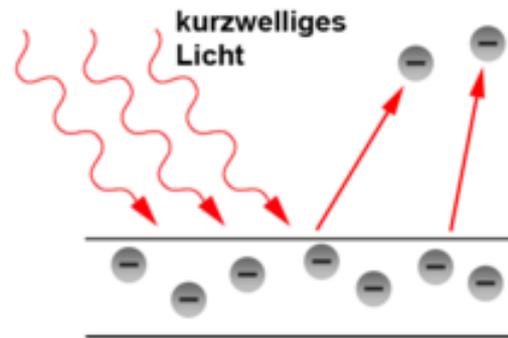


Beugung, Interferenz



Was ist Licht ?

(äußerer) photoelektrischer Effekt



Intensität hat keinen Einfluss auf die Energie der Elektronen,
Wohl aber die Farbe des Lichtes – die Energie der Lichtquanten

Max Planck: $E = h \cdot f$

h : Planck'sches Wirkungsquantum $h = 6,6260755 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$

Was ist Licht ?

Beschreibung von Licht:

- „Wellen“ und „Teilchen-Natur: Welle-Teilchen-Dualismus

	Beschreibung	Phänomene
Licht als Welle	Wellennatur	„ <u>Wellenoptik</u> “: Polarisation, Ausbreitungsvorgänge, Beugung, Interferenz
Lichtstrahlen als einfachstes Modell	Fermat'sches Prinzip	„ <u>geometrische Optik</u> “: Brechung, Reflexion
Licht als Teilchen	Quanten-Natur, „Photonen“	„ <u>Quantenoptik</u> “: Emission, Absorption

Licht als (elektromagnetische) Welle

Maxwell'sche Gleichungen

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} - \varepsilon\mu \frac{\partial}{\partial t}\mathbf{E} = \nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon\mu \dot{\mathbf{E}} = \mu\mathbf{j}$$

$$\mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{E} = \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon}$$

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

\mathbf{E} : elektrische Feld

\mathbf{B} : magnetische Feld (magn. Flussdichte)

$\dot{\mathbf{B}}$: zeitliche Ableitung

\mathbf{J} : Ladungsstromdichte

ρ : elektrische Ladungsträgerdichte

ε : Dielektrizitätskonstante

μ : magnetische Permeabilität

σ : elektrische Leitfähigkeit

Herleitung der Wellengleichung

$$\sigma = 0 \text{ (Isolatoren)}$$

$$\rho = 0 \text{ (keine Ladungsträger)}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon\mu \dot{\mathbf{E}} = 0 \qquad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \left| \nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \rightarrow \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times \dot{\mathbf{B}} = 0 \right.$$

$$\left. \frac{\partial}{\partial t} \right| \nabla \times \mathbf{B} - \varepsilon\mu \dot{\mathbf{E}} = 0 \rightarrow \nabla \times \dot{\mathbf{B}} - \varepsilon\mu \ddot{\mathbf{E}} = 0$$

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \Delta \mathbf{E} = -\Delta \mathbf{E}$$

$$\Delta \mathbf{E} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Herleitung der Wellengleichung

$$\Delta \mathbf{E} = \nabla \times \dot{\mathbf{B}}$$

$$\Delta \mathbf{E} = \varepsilon \mu \ddot{\mathbf{E}}$$

$$\Delta \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \ddot{\mathbf{E}} = 0 \quad \Delta \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \ddot{\mathbf{B}} = 0$$

Wellengleichungen für elektrisches und magnetisches Feld

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_r \mu_r}} = c_0 \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r \mu_r}}$$

$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$: Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

$$\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ As / Vm}$$

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-6} \text{ N / A}^2$$

Etwas Vektoranalysis zum Nachlesen

1. Nabla-Operator: ∇

$$\nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix}$$

(alles in kartesischen Koordinaten)

2. Nabla-Operator ∇ ,
angewendet auf ein Vektorfeld $\mathbf{V} = \mathbf{V}(x,y,z)$

2.1 „Divergenz“
(Skalarprodukt)

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = \text{div} \mathbf{V} = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

2.2 „Rotation“
(Vektorprodukt)

$$\nabla \times \mathbf{V} = \text{rot} \mathbf{V} = \begin{pmatrix} \frac{\partial V_z}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial z} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} - \frac{\partial V_z}{\partial x} \\ \frac{\partial V_y}{\partial x} - \frac{\partial V_x}{\partial y} \end{pmatrix}$$

Lösung der Wellengleichung: Ebene Welle (in kartesischen Koordinaten)

Einfachste Lösung der Wellengleichung ist die ebene harmonische Welle:

elektr.
Feld:

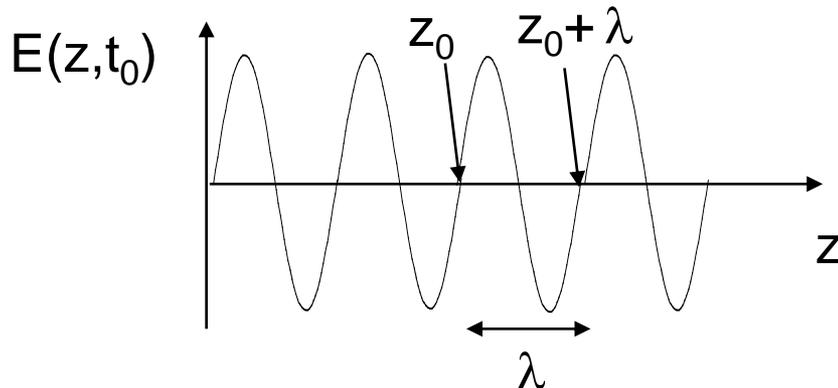
$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \hat{\mathbf{E}} e^{j(\mathbf{k}\mathbf{r} \pm \omega t)}$$

mit der Kreisfrequenz ω

$$\omega = ck$$

Ausbreitung in z-Richtung:

$$\mathbf{E}(z, t) = \hat{\mathbf{E}} e^{j(kz \pm \omega t)}$$



λ : Wellenlänge

$E(z)$ ist periodisch in z :

$$e^{jkz} = e^{j[k(z_0 + \lambda)]} = e^{jkz} e^{jk\lambda}$$

$$\Rightarrow e^{jk\lambda} = 1 \quad \Rightarrow k\lambda = 2\pi \quad k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Einfluss von Materie

Beschreibung der Materie durch Brechungsindex n^* .

$$n^* = \frac{c_0}{c^*}$$

$$f = \frac{c_0}{\lambda} = \frac{c^*}{\lambda^*} \Rightarrow \lambda^* = \frac{\lambda}{n^*}$$

f ist durch Emissionsprozess „eingepägt“
($E=hf$)

Dispersion: Abhängigkeit des Brechungsindex von der Wellenlänge

$$\frac{\partial n^*}{\partial \lambda}$$

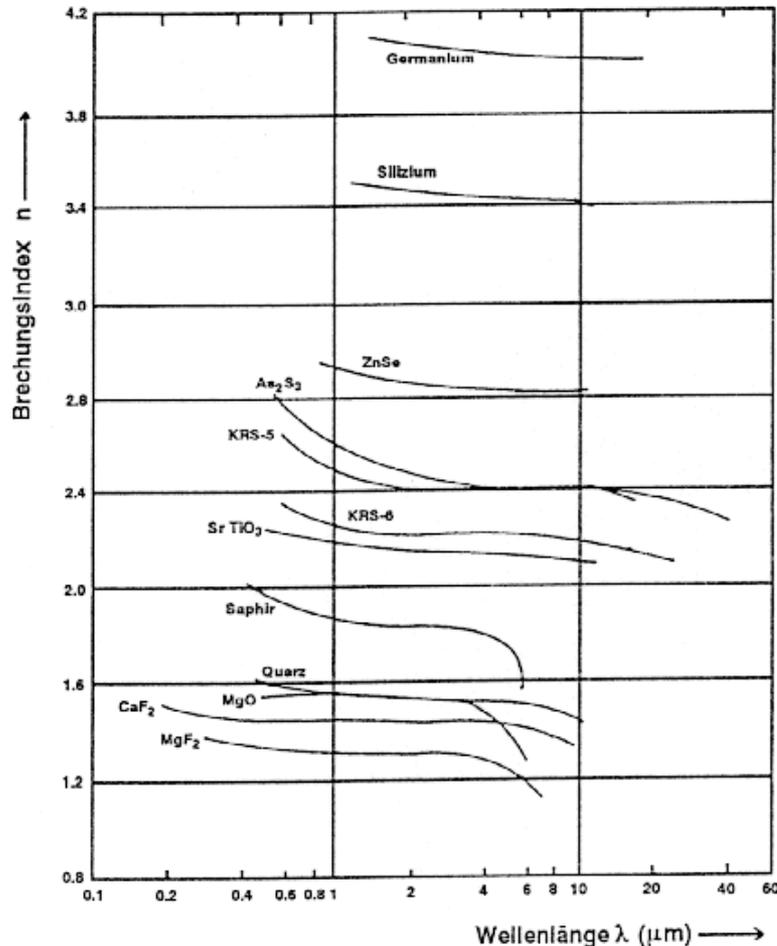
Normale Dispersion:

$$\frac{\partial n^*}{\partial \lambda} < 0$$

Anormale Dispersion:

$$\frac{\partial n^*}{\partial \lambda} > 0$$

Brechungsindex in Abhängigkeit der Wellenlänge



typische Werte für n^* :

Silizium (1,1 μm): 3,5

Germanium (1,878 μm): 4,1

GaAs (871 nm): 3,65

InP (918 nm): 3,45

Quarz (900 nm): 1,4

MgO (800 nm): 1,35

MgF₂ (500 nm): 1,3

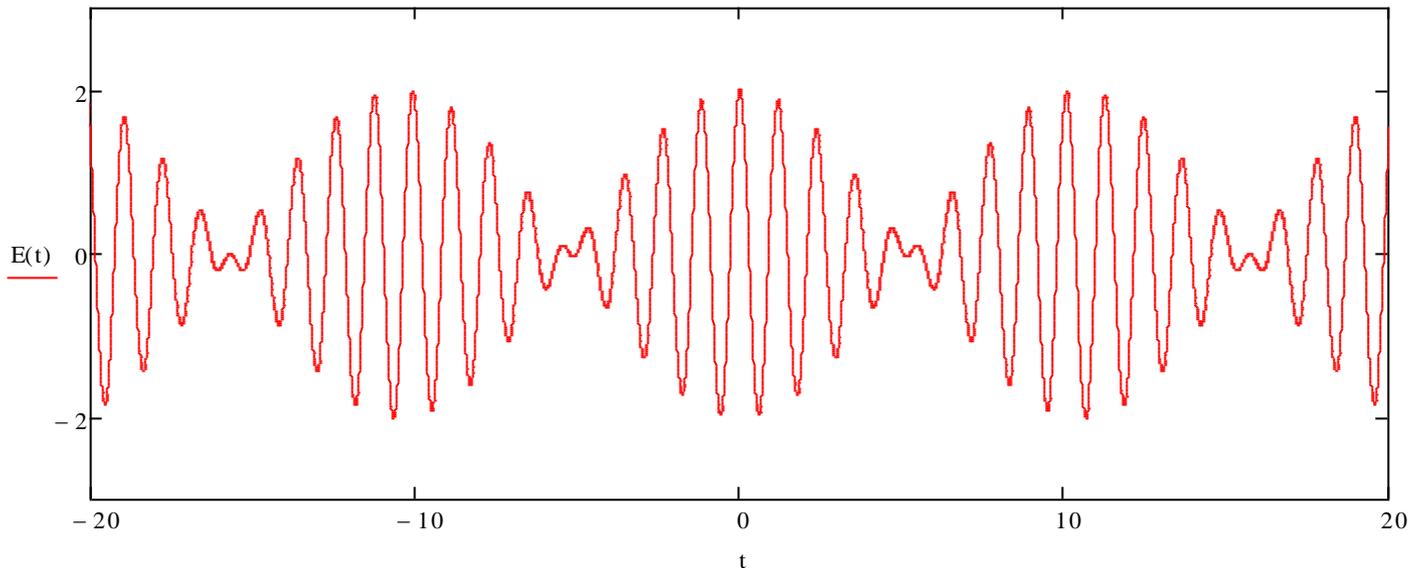
Wellengruppen

Entstehung: Überlagerung mehrerer mono-frequenter Wellen (Schwebung)

$$E_1 = \hat{E} \cos(k_0 x - \omega_0 t)$$

$$E_2 = \hat{E} \cos((k_0 + \Delta k)x - (\omega_0 + \Delta \omega)t)$$

$$E = E_1 + E_2$$



Phasengeschwindigkeit vs. Gruppengeschwindigkeit

Phasengeschwindigkeit: Ausbreitungsgeschwindigkeit eines Punktes gleicher Phase (z.B. Wellenberg)

$$v_{\text{Phase}}(\lambda) = c^* = \frac{c_0}{n^*(\lambda)} = \frac{\omega}{k}$$

Gruppengeschwindigkeit: Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Wellengruppe eines Signals bestehend aus mehreren mono-frequenten Wellen (z.B. optischer Puls)

$$v_{\text{Gruppe}}(\lambda) = \frac{d\omega}{dk} = v_{\text{Phase}} \left(1 - \frac{\lambda}{n^*} \frac{dn^*}{d\lambda} \right)^{-1} = \frac{c_0}{N_g}$$

$$N_g = n^* - \lambda \frac{dn^*}{d\lambda} \quad (\text{Gruppenindex})$$

Lichtpolarisation

Licht: elektromagnetische Transversalwelle $\mathbf{E} \perp \mathbf{B} \perp \mathbf{k}$
(in isotropen Medien)

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ \hat{\mathbf{E}} e^{j(kz - \omega t)} \right\}$$

$$\hat{\mathbf{E}} = \mathbf{e}_x \hat{E}_x e^{j\varphi_x} + \mathbf{e}_y \hat{E}_y e^{j\varphi_y}$$

Realwertiges physikalisches E-Feld

$$E_x(z, t) = \hat{E}_x \cos(kz - \omega t + \varphi_x)$$

$$E_y(z, t) = \hat{E}_y \cos(kz - \omega t + \varphi_y)$$

$$E_z(z, t) = 0$$

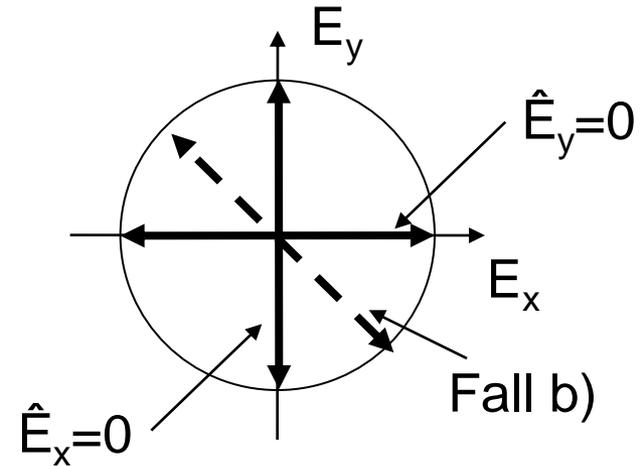
Isotropes Medium:
 n^* in allen Richtungen gleich

Anisotropes Medium
 n^* richtungsabhängig \rightarrow
 c^* richtungsabhängig

Lichtpolarisation

Linear polarisiertes Licht

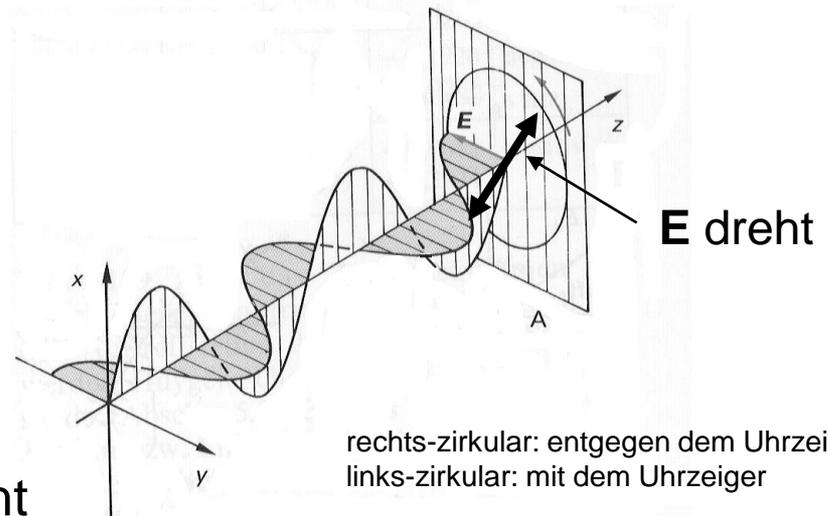
- a) $\hat{E}_x = 0$ oder $\hat{E}_y = 0$
- b) $\hat{E}_x \neq 0$ und $\hat{E}_y \neq 0$ und
 $\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y = 0, \pi$



Zirkular polarisiertes Licht

$$\hat{E}_x = \hat{E}_y \quad \text{und}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_x - \varphi_y = \pm \frac{\pi}{2}$$



rechts-zirkular: entgegen dem Uhrzeiger
 links-zirkular: mit dem Uhrzeiger

Allgemein: elliptisch polarisiertes Licht

Kohärenz

- Interferenzfähigkeit von Wellen
- Kohärenzgrad
 - zeitlich
 - Gedankenexperiment: Interferometer
 - räumlich
 - Gedankenexperiment: räumlich ausgedehnte Lichtquelle

- Kohärenzlänge

$$l_K = cT_K$$

$$T_K \approx \frac{1}{\Delta f_{\text{HWB}}}$$

Beispiele für l_K

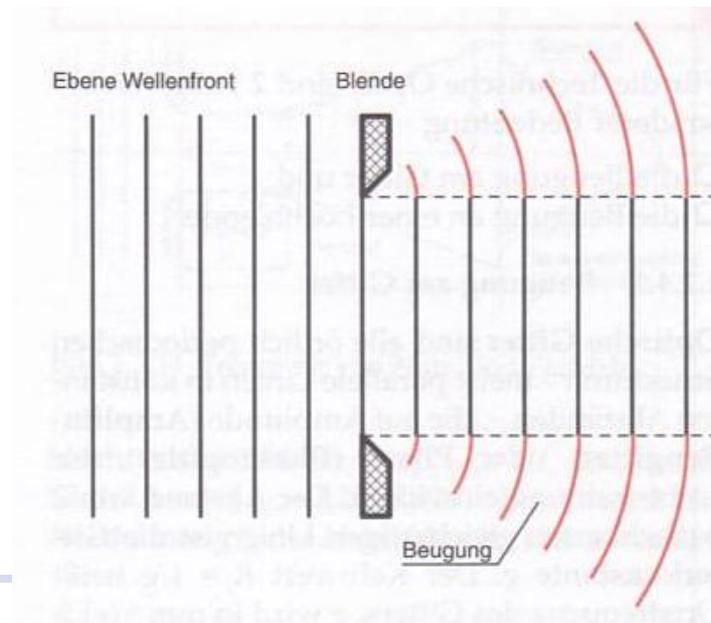
weisses Licht: 1,5 μm

schmalbandige Spektrallampe: 84 cm

HeNe Laser: 60 m

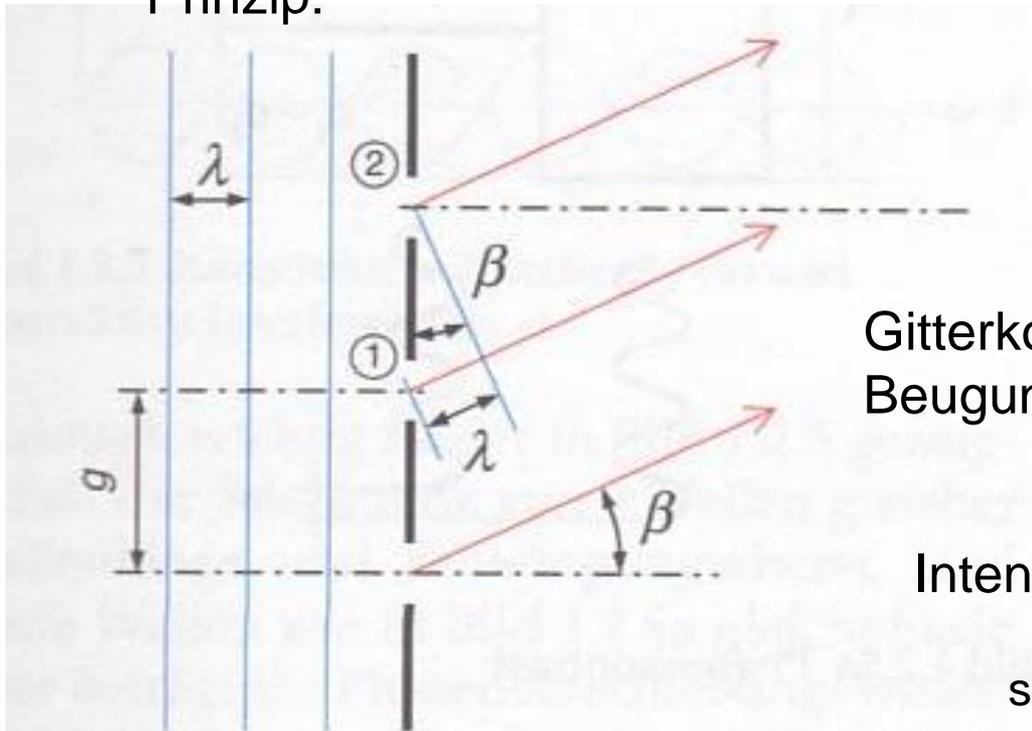
Beugung

- Prinzip von Huygens: Jeder Punkt einer Wellenfront ist Ausgangspunkt einer Kugelwelle.
- Beugung: Kommen Ausdehnungen von Hindernissen in den Bereich der Wellenlänge wird Ausbreitung der Welle durch das Hindernis bestimmt.



Beispiel: Beugung am (Amplituden-)Gitter

Prinzip:



Gitterkonstante g
Beugungsordnung m ($0, \pm 1, \pm 2, \dots$)

Intensitätsmaxima:

$$\sin \beta_{l_{\max}} = \frac{m\lambda}{g}$$

Zusammenfassung: Licht im Wellenbild

Wichtige Größen

Formelzeichen	Beschreibung	Definition
φ	Phase der ebenen Welle	$\varphi = \omega t + \mathbf{k} \mathbf{e}_k \cdot \mathbf{r}$
\mathbf{e}_k	Ausbreitungsrichtung	$\mathbf{e}_k = \mathbf{k} / \mathbf{k} $
$\mathbf{c}, \mathbf{v}_{\text{Phase}}$	Phasengeschwindigkeit	$d\mathbf{r}/dt = \mathbf{c} \mathbf{e}_k$
f, ω	Frequenz, Kreisfrequenz	$\omega = 2\pi f$
λ	Wellenlänge	$\lambda = c/f \quad c = \lambda f$
k	Wellenzahl	$k = 2\pi/\lambda \quad c = \omega/k$
n^*	Brechungsindex	$n^* = c/c^* = c/v_{\text{Phase}}^*$
v_{Gruppe}	Gruppengeschwindigkeit	$v_{\text{Gruppe}} = \frac{d\omega}{dk} = v_{\text{Phase}} \left(1 - \frac{\lambda}{n^*} \frac{dn^*}{d\lambda} \right)^{-1}$
T_C, L_C	Kohärenzlänge und -zeit	$L_C = c T_C$
Δf_{HWB}	Spektrale Bandbreite	$\Delta f_{\text{HWB}} \sim 1/T_C$

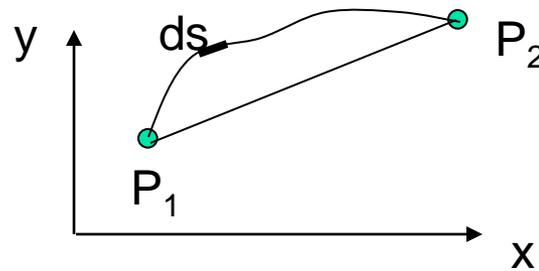
Lichtstrahlenmodell

Lichtstrahl breitet sich im homogenen Medium geradlinig aus.

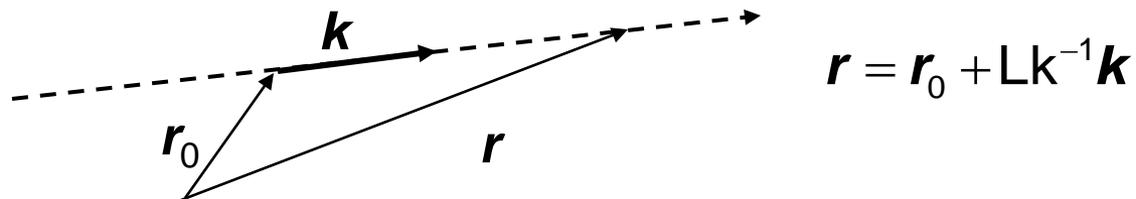
Beruhet auf dem Fermat'schen Prinzip

Minimierung der „optischen Weglänge“, OWL $Owl = n^*(\mathbf{r}) \cdot s$

$$\int_{P_1}^{P_2} n^*(\mathbf{r}) \cdot ds = \text{Min}$$



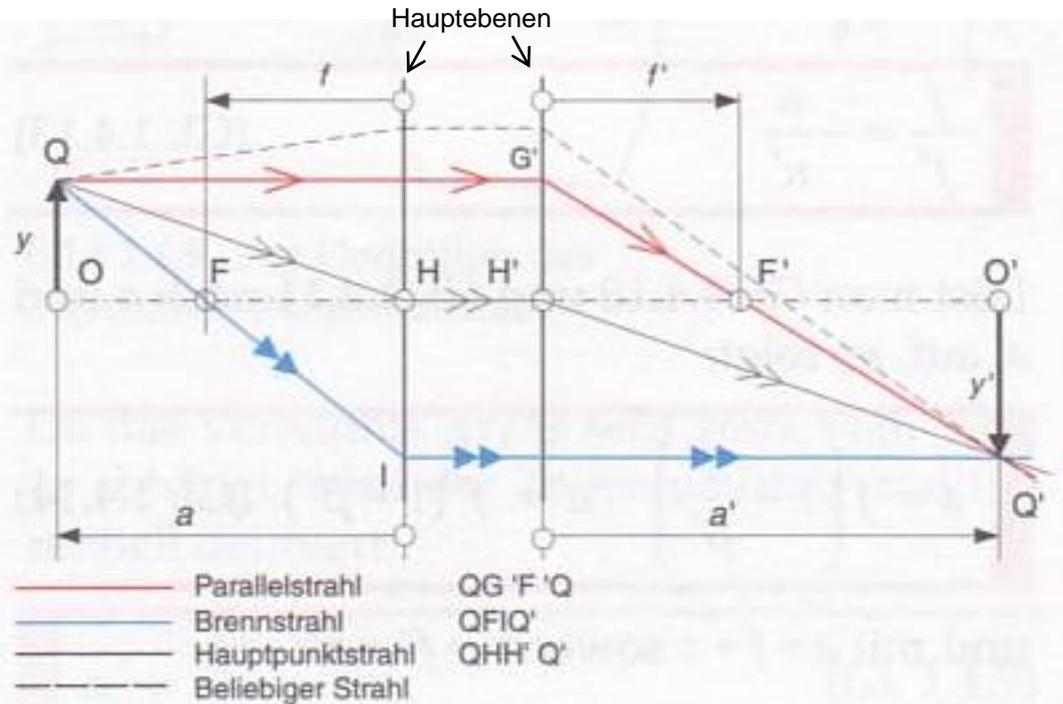
Beschreibung durch \mathbf{k} -Vektoren des Wellenbildes:



Geometrische Optik

- Beschreibung von Brechung und optischen Abbildungen an
 - Flächen
 - Linsen
 - Prismen
 - Spiegeln
 - Reflexion (vollständig beschreibbar unter Berücksichtigung der Polarisation des Lichtes)

Beispiel: Abbildung mit Linsensystemen



Beachte:
 „dicke Linsen“ und
 Linsensysteme →
 2 Hauptebenen
 „dünne Linse“ →
 1 Hauptebene
 und
 QHIIH'Q'

Abbildungsgleichung:
$$-\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f'}$$

Abbildungs-
maßstab
$$\frac{y'}{y} = \beta' \quad \beta' = \frac{a'}{a}$$

Zusatz:
Tiefenabstimmungsmaßstab

$$\alpha' = \frac{da'}{da} = \beta'^2$$

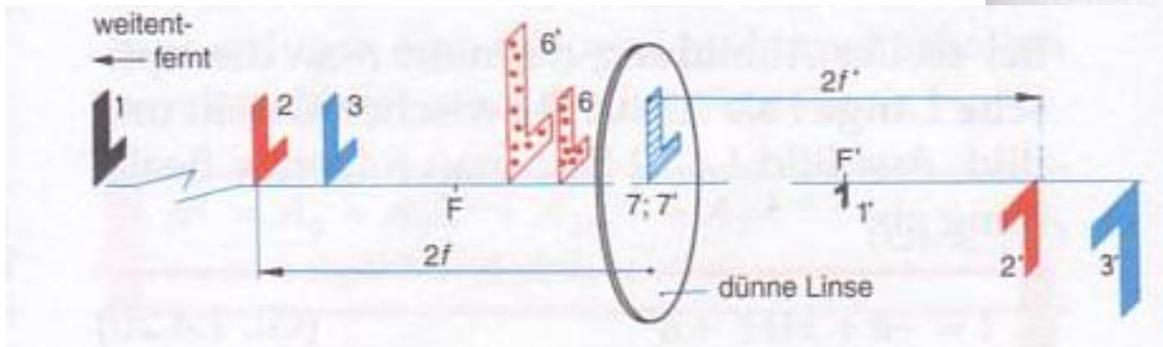
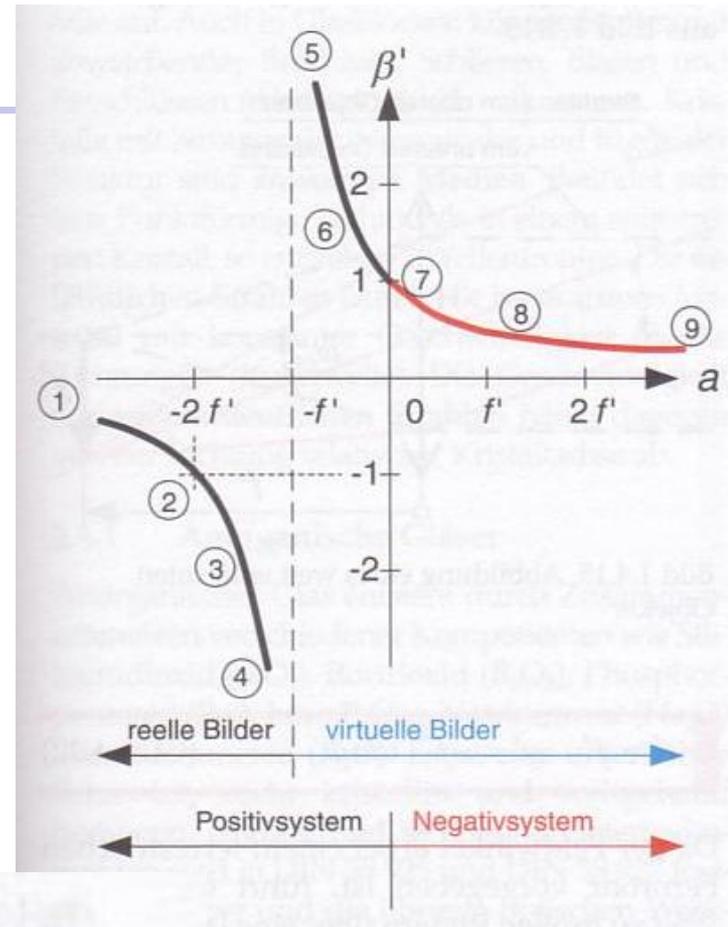
Abbildungsmöglichkeiten mit einem Linsensystem

Positivsystem:

Markierung in Bild 1.4.13	a	a'	β'	Bildart
1	$-\infty$	f'	0	reell
2	$-2f'$	$2f'$	-1	reell
4 und 5	$-f'$	$\pm\infty$	$\mp\infty$	Reel/virtuell
7	0	0	1	virtuell

Negativsystem*:

Markierung in Bild 1.4.13	a	a'	β'	Bildart
7	0	0	1	virtuell
9	$-\infty$	f'	0	virtuell

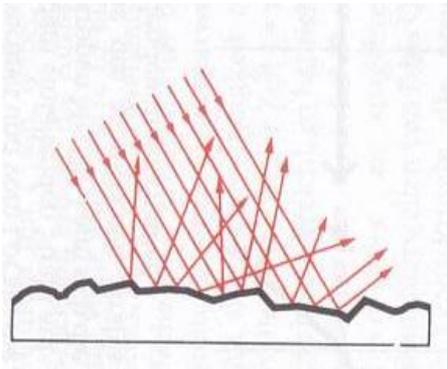


a : Objektweite
 β' : Abbildungsmaßstab

* nicht prüfungsrelevant

Reflexion

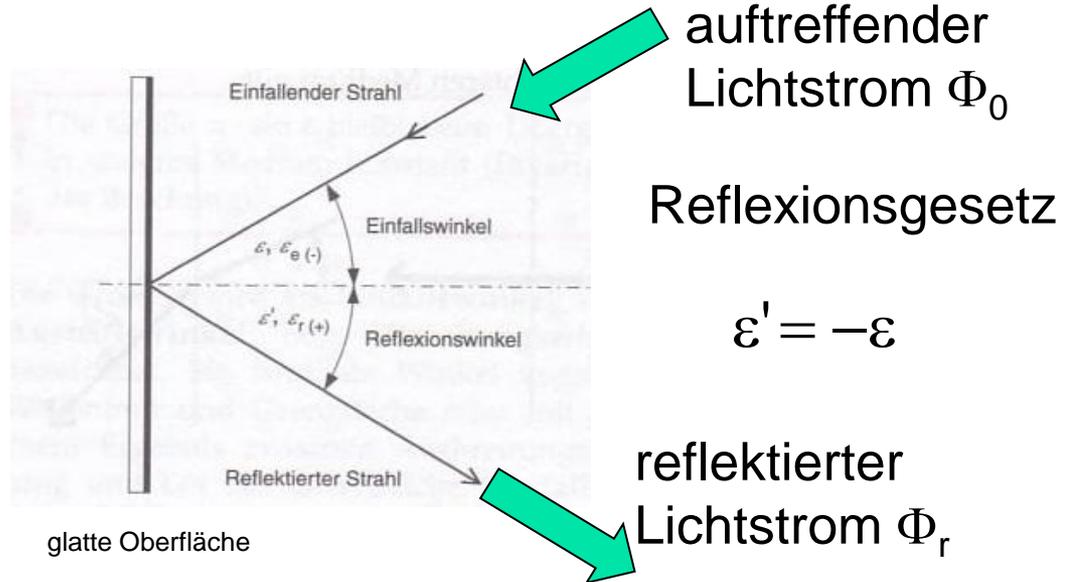
diffuse Reflexion:



Reflexionsgrad:

$$\rho = \frac{\Phi_r}{\Phi_0}$$

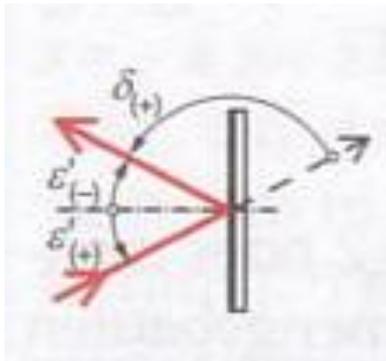
gerichtete Reflexion:



Beachte:
Gemischte Reflexion möglich !

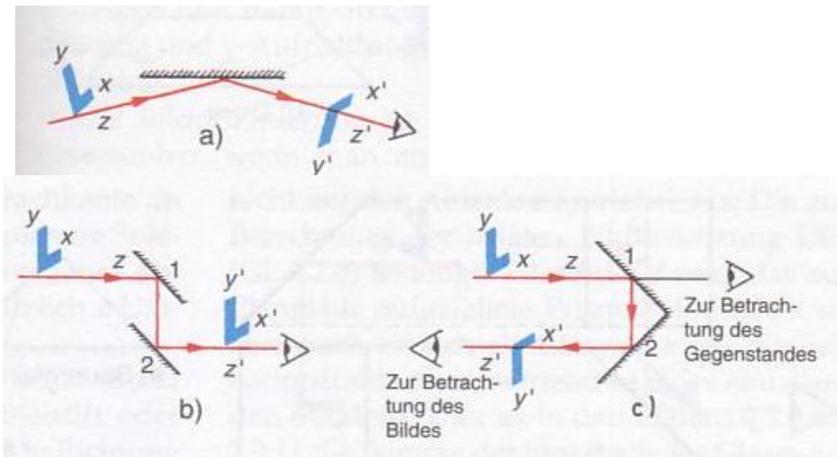
Beispiel: Planspiegelsysteme

Richtungsänderung durch
Planspiegelsysteme



$$\delta = 180^\circ - 2\varepsilon$$

Änderung der Bildorientierung
durch Spiegelsysteme



- gerade Anzahl: keine oder vollständige Bildumkehr (b,c)
- ungerade Anzahl: Bildumkehr in einer Koordinate (a)

Reflexion

... an transparenten Medien

Fresnel'sche Formeln beschreiben Reflexionsgrad von parallel (ρ_{\parallel}) und senkrecht (ρ_{\perp}) zur Einfallsebene polarisiertem Licht:

$$\rho_{\parallel} = \left(\frac{\tan(\varepsilon - \varepsilon')}{\tan(\varepsilon + \varepsilon')} \right)^2$$

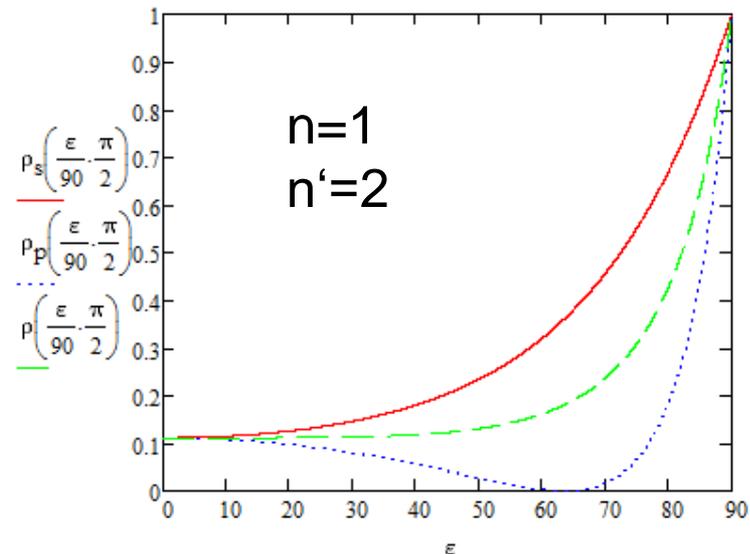
$$\rho_{\perp} = \left(\frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon + \varepsilon')} \right)^2$$

Brewster'sches Gesetz:

$$\tan \varepsilon_p = \frac{n'}{n}$$

unpolarisiertes Licht

$$\rho = \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\tan(\varepsilon - \varepsilon')}{\tan(\varepsilon + \varepsilon')} \right)^2 + \left(\frac{\sin(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon + \varepsilon')} \right)^2 \right)$$



kleine Winkel ε

$$\rho \approx \left(\frac{n' - n}{n' + n} \right)^2$$

Beispiel:

$$n' = 1,5 \rightarrow$$

$$\rho(0^\circ) \approx 0,04$$

Photonen

Teilchenbild: Lichtwelle entspricht Photonenstrom

$$E_{\text{Ph}} = hf = \frac{hc}{\lambda} = \hbar\omega \quad \text{Photonen-energie}$$
$$E_{\text{Ph}}[\text{eV}] = \frac{1240}{\lambda[\text{nm}]}$$

Achtung:
Zahlenwertgleichung

Einheit „eV“: Energie eines Elektrons nach Durchlauf eines Potentials von 1 V

$$E_{\text{el}} = eU = e \cdot 1\text{V} = 1\text{eV}$$

$$1\text{eV} = e \cdot 1\text{V} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{VAs} = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{J}$$

$$c^* = \frac{E_{\text{Ph}}}{p_{\text{Ph}}} \quad \text{Photonengeschwindigkeit (Lichtgeschwindigkeit)}$$

$$p_{\text{Ph}}^* = \frac{E_{\text{Ph}}}{c^*} = \frac{hf}{c^*} = \frac{h}{\lambda^*} = \frac{h}{\lambda^*} = \frac{\hbar k^*}{2\pi} = \hbar k^* \quad \text{Photonenimpuls}$$

$$\text{vektoriell: } \mathbf{p}_{\text{Ph}}^* = \hbar \mathbf{k}^*$$

Photonen im Wellenbild

Quantenmechanik:

Wahrscheinlichkeiten für Aufenthaltsort und Impuls eines Teilchens.

Photon als unendliche Ebene Welle:

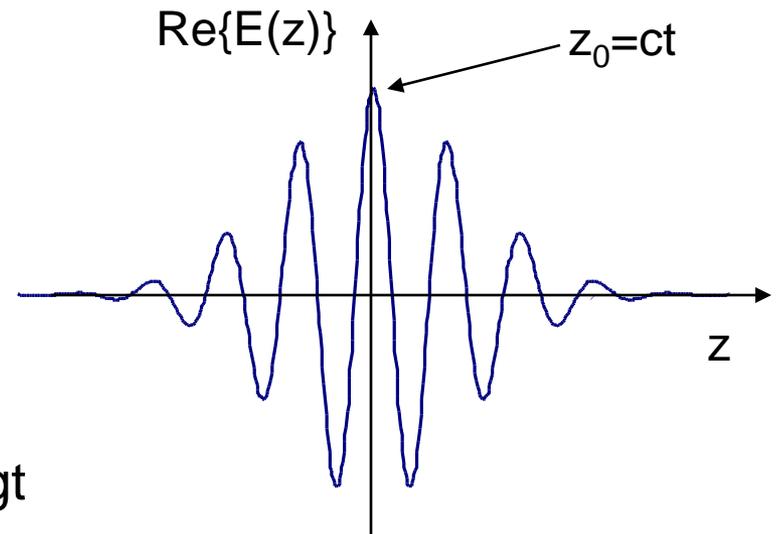
Impuls ist mit k genau bestimmt, der Ort des Photons aber nicht

Photon als Gauß'sches Wellenpaket

Photon als Wellenzug,

- der räumlich begrenzt ist,
- nicht auseinander läuft,
- dessen wahrscheinlichster

Aufenthaltsort $z_0=ct$ sich mit c bewegt



Energietransport, Lichtintensität

Wie beobachtet man Licht ?

Photonenbild: als Teilchenstrom von N Photonen/s
Intensität J und Strahlungsfluss* Φ :

Hinweis:
 J : später „Bestrahlungsstärke“, E

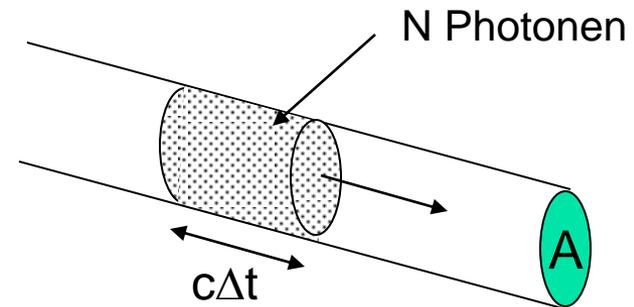
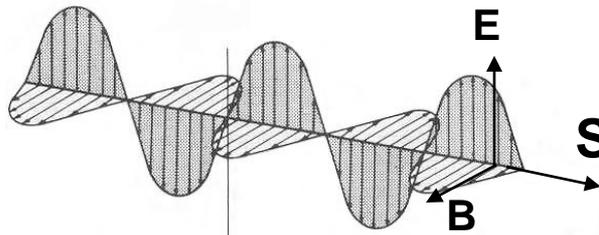
$$J = \frac{\Phi}{A} = \frac{NE_{\text{ph}}}{A} = \frac{Nhf}{A}; \text{ Einheit: eV/sm}^2 \text{ bzw. Watt/m}^2$$

Wellenbild: mit Poyntingvektor \mathbf{S}

$$\mathbf{S} = \mu^{-1} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{S} = \varepsilon E^2 c \frac{\mathbf{k}}{k}$$

$$J = |\overline{\mathbf{S}}| = \frac{\varepsilon c}{t_0} \int_0^{t_0} |\mathbf{E}(t)|^2 dt$$



* „optische Leistung“, P_{opt}

Monochromatisches Licht

Polychromatisches Licht

Monochromatisches (einfarbiges) Licht, z.B.:

blau: $\lambda = 460\text{nm} \Rightarrow E_{\text{ph}} = 2,7\text{eV}$

rot: $\lambda = 680\text{nm} \Rightarrow E_{\text{ph}} = 1,8\text{eV}$

Spektrale Strahlungsleistungsdichte $\Phi_\lambda(\lambda)$ bei mehrfarbigem Licht:

mit dem Spektralbereich $\Delta\lambda$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta\lambda}(\lambda) = \Phi_\lambda(\lambda) \quad \Phi = \int_\lambda \frac{\Delta\Phi}{\Delta\lambda}(\lambda) d\lambda = \int_\lambda \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda$$

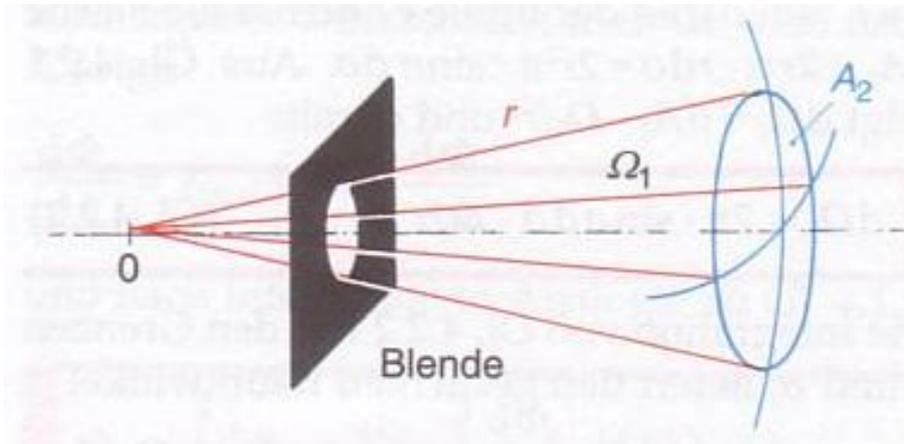
wenn Spektralbereich sehr klein, dann $d\lambda$

$$\frac{d\Phi}{d\lambda}(\lambda) = \Phi_\lambda(\lambda) \quad \Phi = \int_\lambda \frac{d\Phi}{d\lambda}(\lambda) d\lambda = \int_\lambda \Phi_\lambda(\lambda) d\lambda$$

Mathematische Beschreibung von Strahlung Größen zur Strahlungsbewertung

- Lichtquellen geben Energie ab.
- „Stärke der Strahlung“ = Energie/Zeit = Leistung
- räumliche Verteilung der Strahlung
 - Abstrahlung durch Quelle
 - Empfang durch Senke (Empfänger, Auge, CCD incl. abbildende Optik)
- Strahlungsphysikalische vs. Lichttechnische Größen → Spektrale Empfindlichkeit des Auges

Einschub: Raumwinkel



Raumwinkel:

$$\Omega_1 = \frac{A_2}{r^2} \Omega_0$$

$$\Omega_0 = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{m}^2} = 1 \text{sr}$$

vergleiche ebener Winkel (in rad):

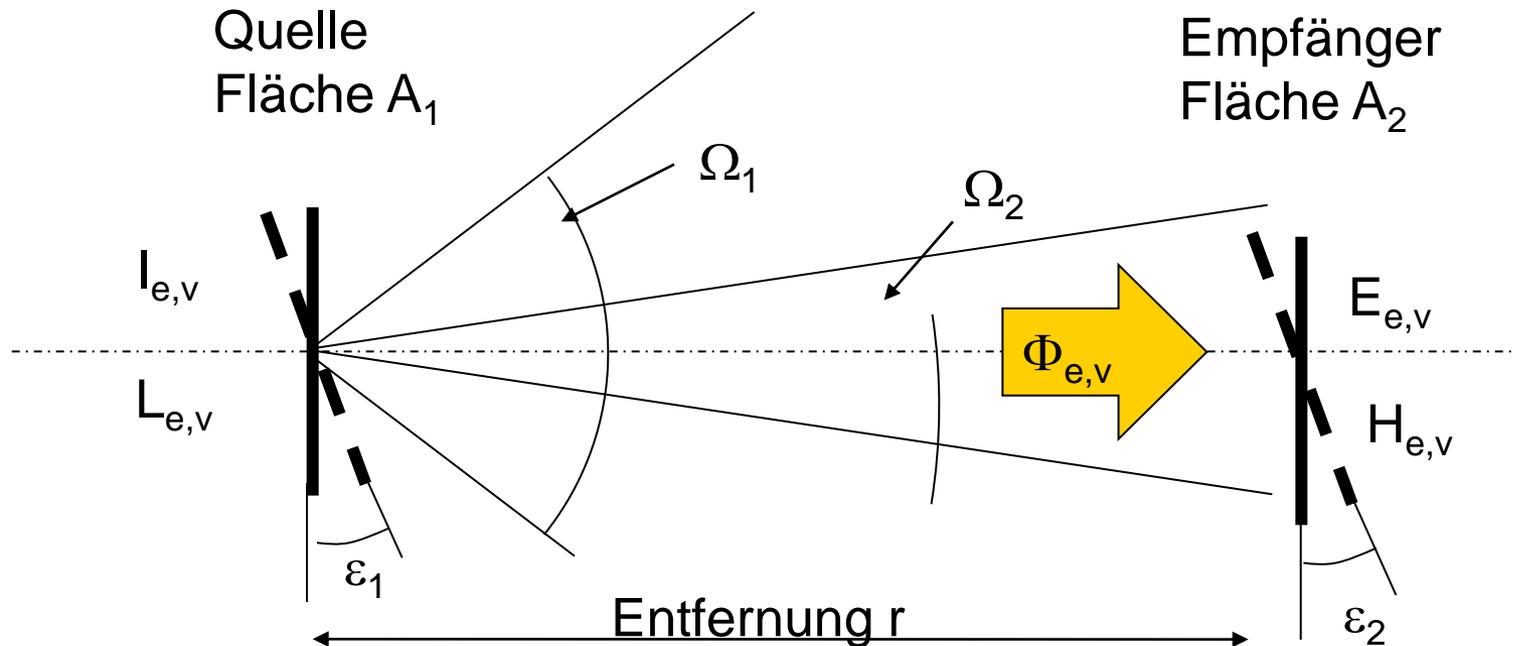
$$\alpha_{\text{rad}} = \frac{\text{Bogenlänge}}{\text{Radius}} \quad [\alpha_{\text{rad}}] = 1 \text{rad} = 1 \frac{\text{m}}{\text{m}}$$

gesamter Raumwinkel $\Omega_1 = \frac{A_2}{r^2} \Omega_0 = \frac{4\pi R^2}{R^2} \Omega_0 = 4\pi \Omega_0$

Raumwinkel eines Kugelsegments
mit dem halben Öffnungswinkel σ_1

$$\Omega_1(\sigma_1) = 2\pi(1 - \cos \sigma_1) \Omega_0$$

Grundanordnung



Ω_1 : Raumwinkel in den die Quelle strahlt

Ω_2 : Raumwinkel der vom Empfänger „genutzt“ wird

Index e: strahlungsphysikalische Größe

Index v: Lichttechnische Größe

Strahlungsphysikalische Größen

- Strahlungsfluss Φ_e W
- Strahlstärke $I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega_1}$ $\frac{W}{sr}$
- Strahldichte $L_e = \frac{dI_e}{dA_1}$ $\frac{W}{m^2sr}$

bei nicht senkrecht
stehender Fläche A

$$L_e = \frac{dI_e}{\cos \varepsilon_1 dA_1}$$

- Bestrahlungsstärke
nicht aufgeführt: spezifische Ausstrahlung

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_2} \quad \frac{W}{m^2}$$

bei schrägem Einfall:

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dA_2 \cos \varepsilon_2}$$

- Bestrahlung

$$H_e = \int E_e dt \quad \frac{Ws}{m^2}$$

Photometrisches Entfernungsgesetz

10-fach-Regel (photometrische Grenzentfernung)

- 10-fach-Regel

Wenn Abstand Sender-Empfänger größer als das 10-fache der größeren Flächendiagonale ist
→ Flächen können als eben angenommen,
Sender als Punktquelle betrachtet werden

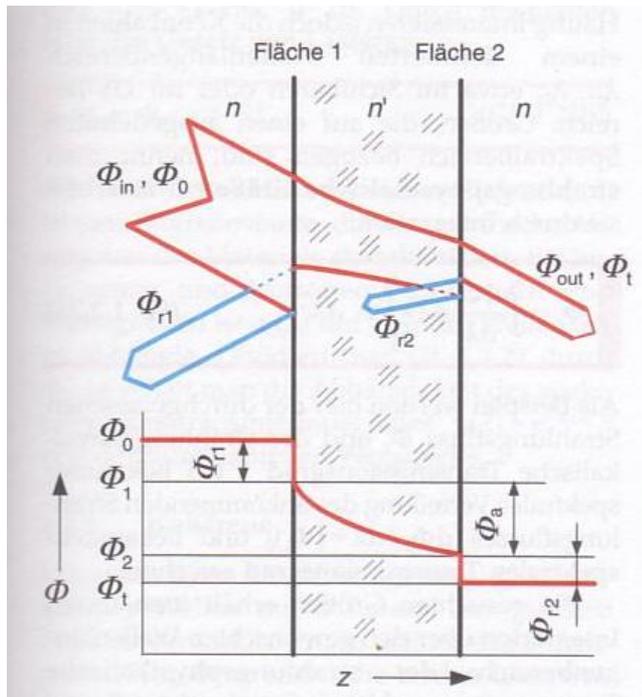
- Abstandsgesetz: $\Phi = I\Omega = I\frac{A_2}{r^2}\Omega_0$
(nur so, wenn $\Phi \neq f(\Omega)$)

$$E = \frac{\Phi}{A_2}$$

$$E = \frac{I}{r^2}\Omega_0$$

Strahlungsdurchgang durch Materie

Beschreibung nach DIN 1349, 5036



Es gilt: $\tau(\lambda) + \rho(\lambda) + \alpha(\lambda) = 1$

spektraler
Transmissionsgrad

$$\tau(\lambda) = \frac{d\Phi_t/d\lambda}{d\Phi_0/d\lambda} = \frac{(\Phi_\lambda)_t}{(\Phi_\lambda)_0}$$

spektrale
Dichte

$$D(\lambda) = \lg \frac{1}{\tau(\lambda)}$$

spektraler Reflexionsgrad

$$\rho(\lambda) = \frac{(\Phi_\lambda)_r}{(\Phi_\lambda)_0} = \frac{\sum_i (\Phi_\lambda)_{r,i}}{(\Phi_\lambda)_0}$$

spektraler Absorptionsgrad

$$\alpha(\lambda) = \frac{(\Phi_\lambda)_a}{(\Phi_\lambda)_0}$$

Strahlungsphysikalische Größen

Absorptionsgesetz

Integration über
interessanten λ -Bereich

$$\Phi = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{d\Phi}{d\lambda} d\lambda = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \Phi_{\lambda} d\lambda$$

	Transmission	Reflexion	Absorption
spektrale Stoffzahl	$\tau(\lambda) = \frac{(\Phi_{\lambda})_t}{(\Phi_{\lambda})_0}$	$\rho(\lambda) = \frac{(\Phi_{\lambda})_r}{(\Phi_{\lambda})_0}$	$\alpha(\lambda) = \frac{(\Phi_{\lambda})_a}{(\Phi_{\lambda})_0}$
strahlungs- physikalische Stoffzahl	$\tau = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 \tau(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 d\lambda}$	$\rho = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 \rho(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 d\lambda}$	$\alpha = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 \alpha(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} (\Phi_{\lambda})_0 d\lambda}$

Absorptionsgesetz
(Gesetz von Lambert)

$$\Phi_2(x) = \Phi_1 e^{-\alpha_n(\lambda)x}$$

α_n natürlicher
Absorptionskoeffizient

Strahlungsphysikalische und lichttechnische Größen

Lichttechnische Größen beziehen sich auf die spektrale Empfindlichkeit des menschlichen Auges

Ableitung der lichttechnischen Größe (Index V) aus der korrespondierenden strahlungsphysikalischen Größe (Index E):

Strahlungsfluss \rightarrow Lichtstrom

$$K(\lambda) = K_m V(\lambda)$$

Photometrisches Strahlungsäquivalent:

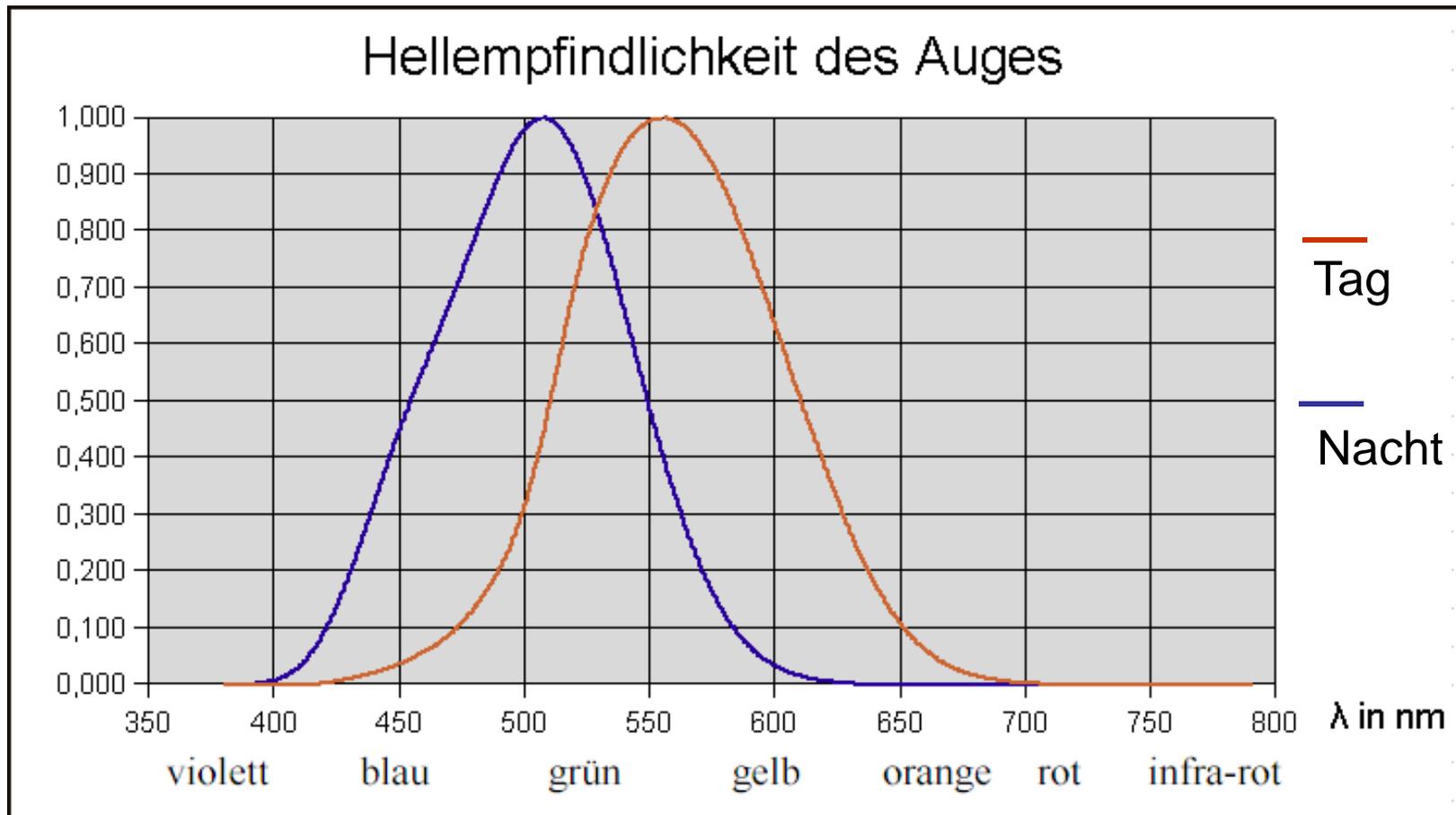
$$K_m = 683 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \quad \text{Tagsehen}$$

$$K'_m = 1699 \frac{\text{lm}}{\text{W}} \quad \text{Nachtsehen}$$

$$0 < V(\lambda) \leq 1$$

$$\Phi_V = K_m \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \frac{d\Phi_e(\lambda)}{d\lambda} V(\lambda) d\lambda$$

Hellempfindlichkeit des Auges $V(\lambda)$



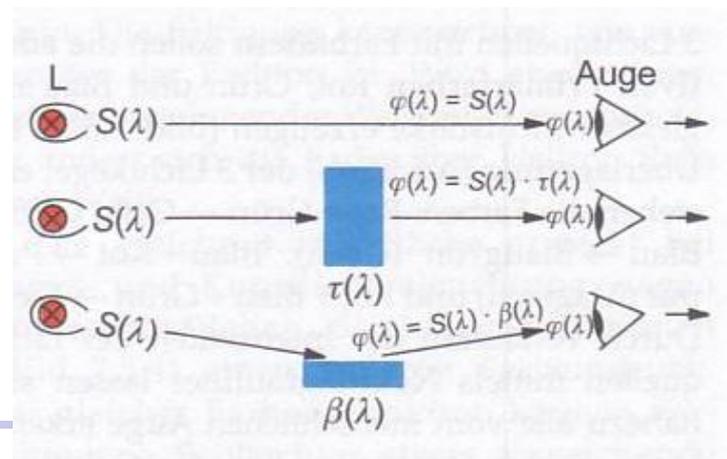
Strahlungsphysikalische vs. Lichttechnische Größen

Bezug auf	Definition	strahlungs-physikalische Größe	lichttechnische Größe
Strahlungsfeld	Energie W (auch E, Q) Strahlungsfluss $\Phi_{e,v} = \frac{dW}{dt}$	Strahlungsenergie $W_e [Ws]$ Strahlungsleistung Strahlungsfluss $\Phi_e [W]$	Lichtmenge $W_v [lms]$ Lichtstrom Lichtfluss $\Phi_v [lm]$
Sender, (ausgestrahlte Leistung)	pro Flächenelement $M_{e,v} = \frac{d\Phi}{dA} \Big _{\text{Send}}$ je Raumwinkeleinheit $I_{e,v} = \frac{d\Phi}{d\Omega_1} \Big _{\text{Send}}$	Spezifische Ausstrahlung $M_e [Wm^{-2}]$ Strahlstärke $I_e [Wsr^{-1}]$	Spezifische Lichtausstrahlung $M_v [lmm^{-2}]$ Lichtstärke $I_v [lmsr^{-1}=cd]$
Empfänger (empfangene Leistung)	Empfangene Leistung $E_{e,v} = \frac{d\Phi_{e,v}}{dA_2} \Big _{\text{Empf}}$ Zeitintegral $H_{e,v} = \int \frac{d\Phi}{dA} \Big _{\text{Empf}} dt$	Bestrahlungsstärke $E_e [Wm^{-2}]$ Bestrahlung $H_e [Wsm^{-2}]$	Beleuchtungsstärke $E_v [lx]$ Belichtung $H_v [lmsm^{-2}]$ $1lm\ s/m^2 = 1lx\ s$
Sender- und Empfänger (Geometrie)	Leistung je Raumwinkeleinheit und sichtbarem Sender-Flächenelement $L_{e,v} = \frac{d^2\Phi_{e,v}}{\cos\epsilon dA_1 d\Omega} \Big _{\text{Send}}$	Strahldichte $L_e [Wm^{-2}sr^{-1}]$	Leuchtdichte $L_v [cdm^{-2}]$ $1cd/cm^2 = 1\ sb$ $1sb = 1\ stilb$

Farbe / Farbeindruck

- Farbe → subjektiver physiologischer Eindruck
- Ziel: Farbeindrücke durch objektive Maßzahlen eindeutig festlegen
- CIE (Commission Internationale de l'Éclairage): Normbeobachter und Normspektralwert-funktion
- Farbreizfunktion (auf das Auge auftreffende Strahlung) $\varphi(\lambda)$

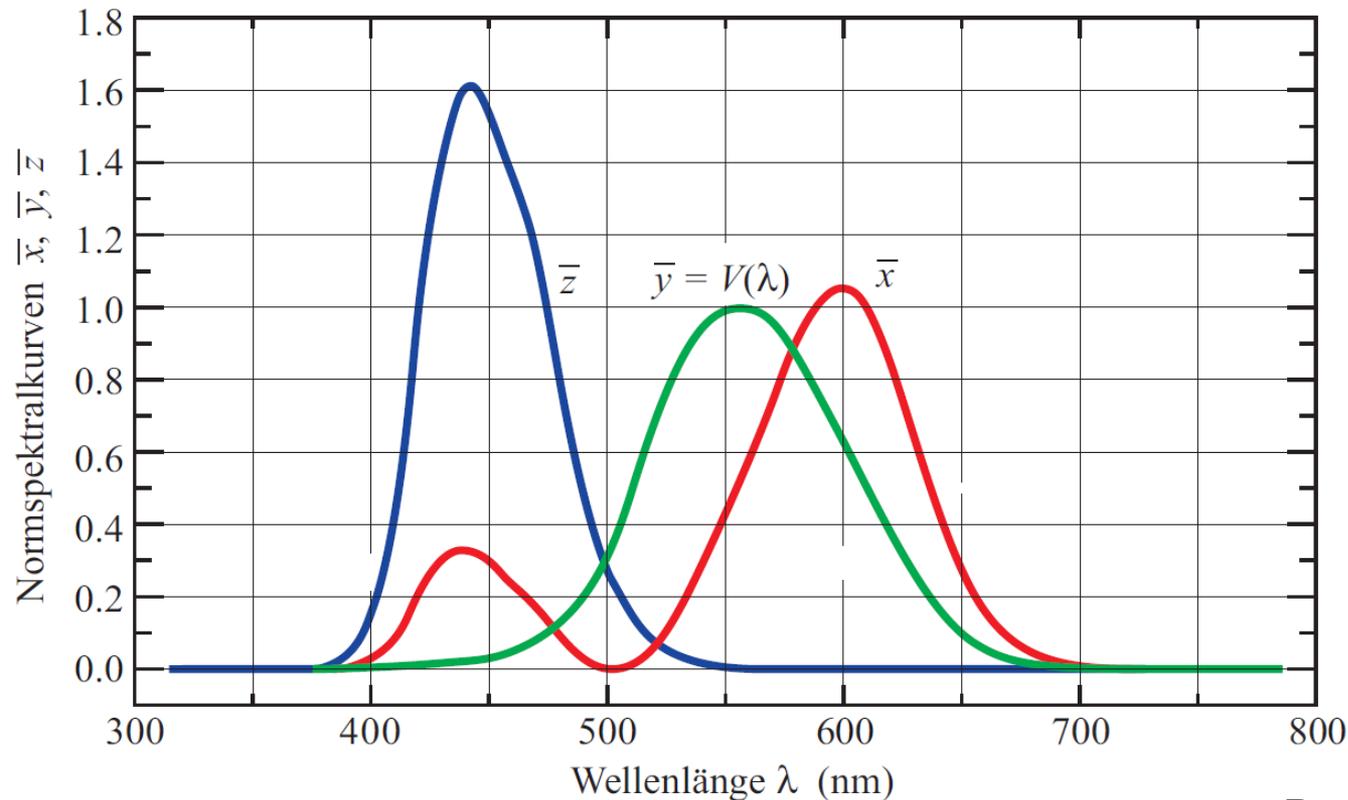
3 Beispiele:



CIE Normalspektralwertkurven der

<http://www.cie.co.at/>

Commission Internationale de l'Éclairage (CIE)
Internationale Beleuchtungskommission (1978)



DIN 5033

2°-Beobachter

Optoelektronik I

Farbe / Farbeindruck

- Normfarbwerte, Farbvalenz

$$X = k \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{x}(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

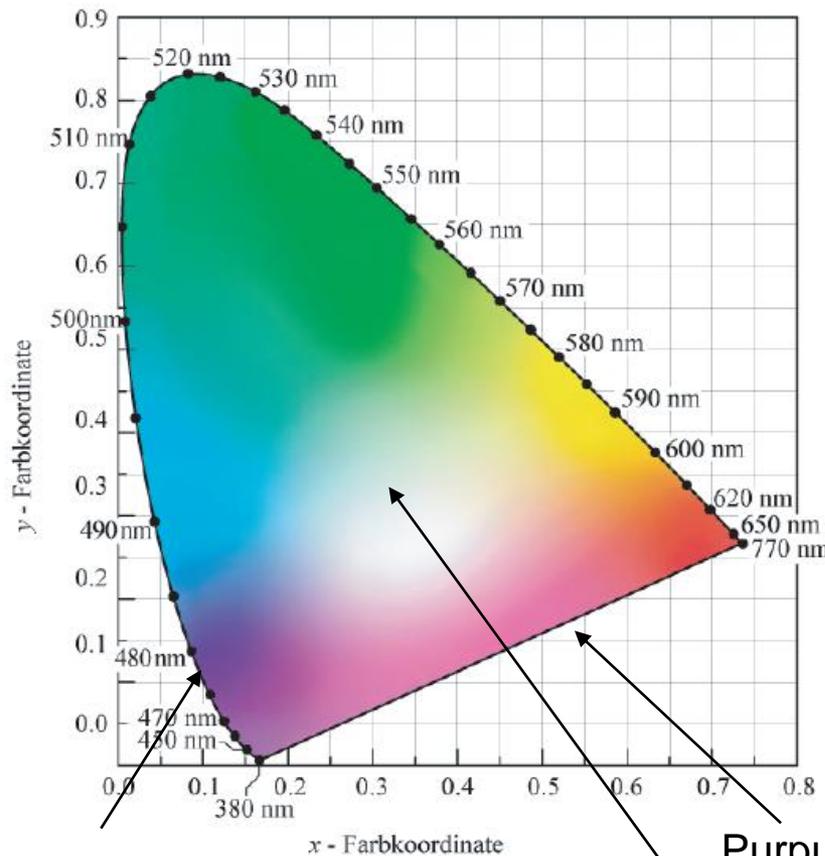
$$Y = k \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{y}(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

$$Z = k \int_{380\text{nm}}^{780\text{nm}} \bar{z}(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda$$

Farbkoordinaten
(normiert auf
Helligkeit)

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad z = \frac{Z}{X + Y + Z}$$
$$y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad x + y + z = 1$$

CIE Farbdigramm (Y, x, y)



Linie d. monochromatischen Farben
(max. Sättigung)

Purpurlinie
theoretischer Weisspunkt $x=y=z=1/3$

Commission Internationale
de l'Éclairage (CIE)

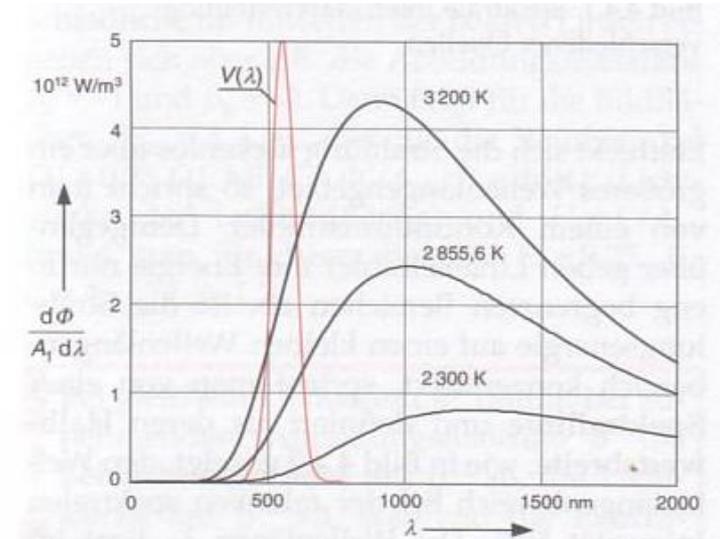
Farben werden unterschieden nach
Farbton,
Sättigung
Helligkeit

Normierte Darstellung (Y, x, y):
Farbton,
Sättigung

Begriff: Farbtemperatur

Hohlraumstrahler (Temperaturstrahler)
spektrale Intensitätsdichte nach Planck:

$$\frac{d\Phi_e}{A_1 d\lambda} = \frac{\Phi_{e,\lambda}}{A_1} = \frac{dM_e}{d\lambda} = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right)} - 1}$$



1. Stefan-Boltzmann-Gesetz

(mit $0 \leq \varepsilon \leq 1$: Emissionsgrad; $\sigma = 5,67 \times 10^8 \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$)

$$M_e(T) = \sigma \varepsilon T^4$$

2. Wien'sches Verschiebungsgesetz:

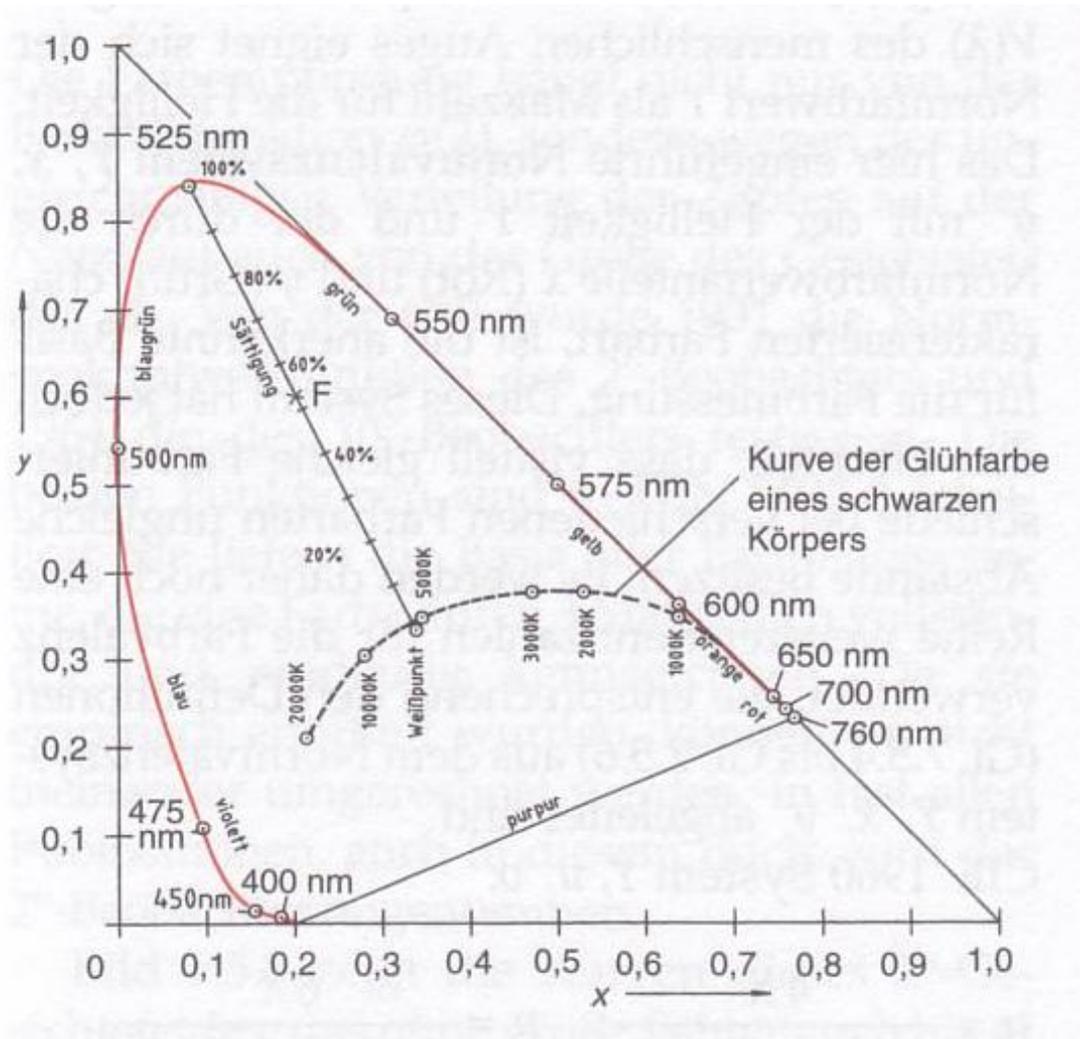
max. Ausstrahlung bei Wellenlänge $\lambda_{\max}(T)$:

$$\lambda_{\max} T = 2896 \mu\text{mK}$$

Temperatur des (schwarzen) Hohlraumstrahlers \rightarrow Farbtemperatur

Beispiel: $T = 6504 \text{ K} \rightarrow$ entspricht Tageslicht

Darstellung im Farbdreieck



Wichtige Begriffe:

- Farbort (x,y)
- Farbton
- Sättigung
- Mischgerade
- komplementäre Farben
- dominante Wellenlänge
- Farbtemperatur

Absorption von Licht

Metalle:

- viele freie Elektronen können mit der Lichtwelle wechselwirken
- Elektronen „schwingen mit der Lichtwelle“ schon an der Oberfläche und senden wiederum Licht aus
- Metall ist guter Reflektor (bis in den sehr kurzwelligen Bereich)

Halbleiter:

- wenige / keine freien Elektronen
- Licht kann in den Körper eindringen
- Licht muss bestimmte Energie haben um absorbiert zu werden

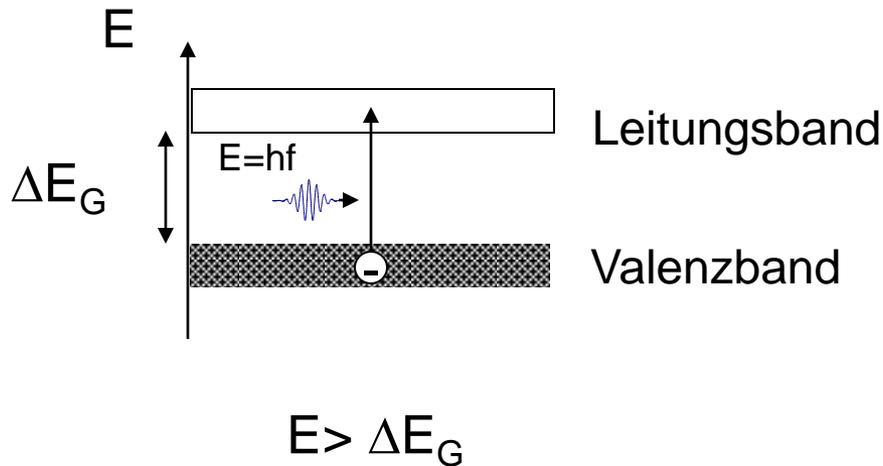
$$\frac{d\Phi}{dx} = -\alpha\Phi, \quad \alpha : \text{Absorptionskoeffizient}$$

$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-\alpha x}$$

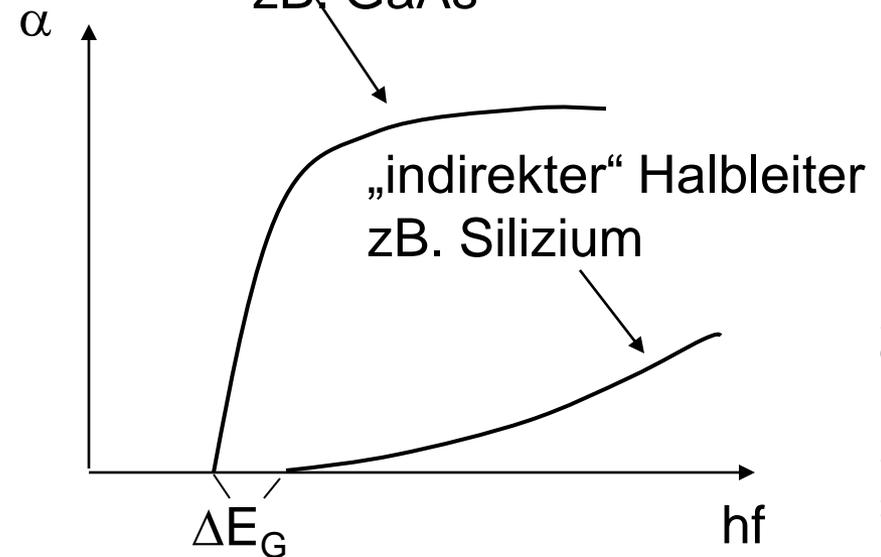
Lambert'sches Absorptionsgesetz

$$\text{Eindringtiefe: } x_0 = \frac{1}{\alpha}$$

Absorption von Licht



„direkter“ Halbleiter
zB. GaAs



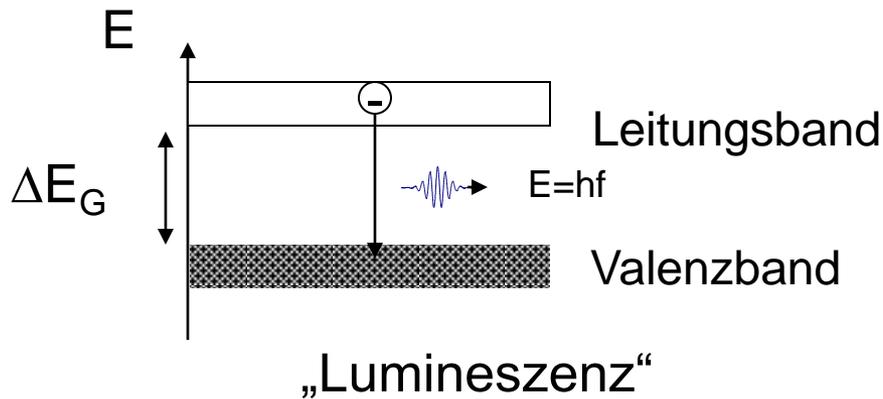
ΔE_G : Bandlückenenergie

$$\frac{d\Phi}{dx} = -\alpha\Phi, \quad \alpha: \text{Absorptionskoeffizient}$$

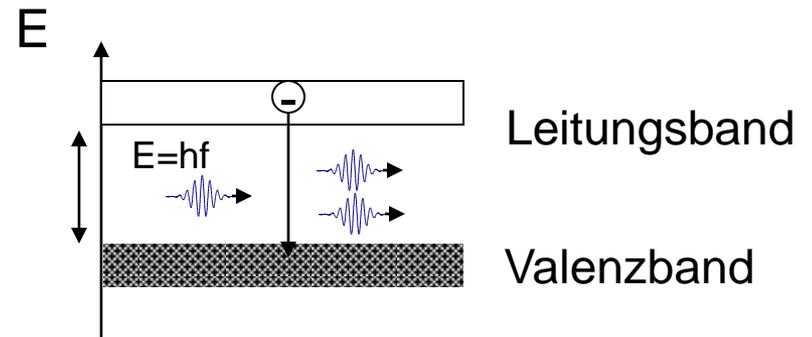
$$\Phi(x) = \Phi_0 e^{-\alpha x}$$

Emission von Licht

Spontane Emission



Stimulierte Emission



Anregungsprozess

kurzwellige Strahlung
Elektronenstrahlen
Elektrischer Strom
Wärmestrahlung
Chemische Reaktion
Mechanischer Druck/Zug

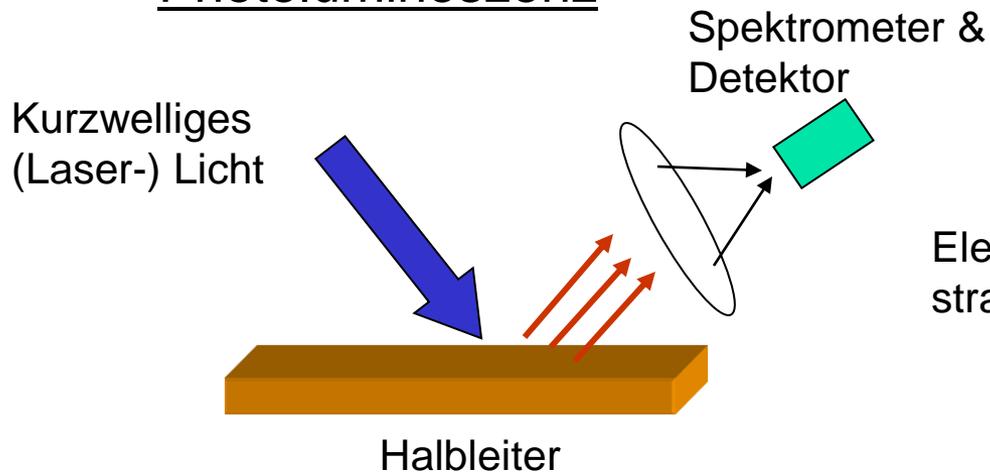
Bezeichnung

Photolumineszenz
Kathodolumineszenz
Elektrolumineszenz
Thermolumineszenz
Chemolumineszenz
Tribolumineszenz

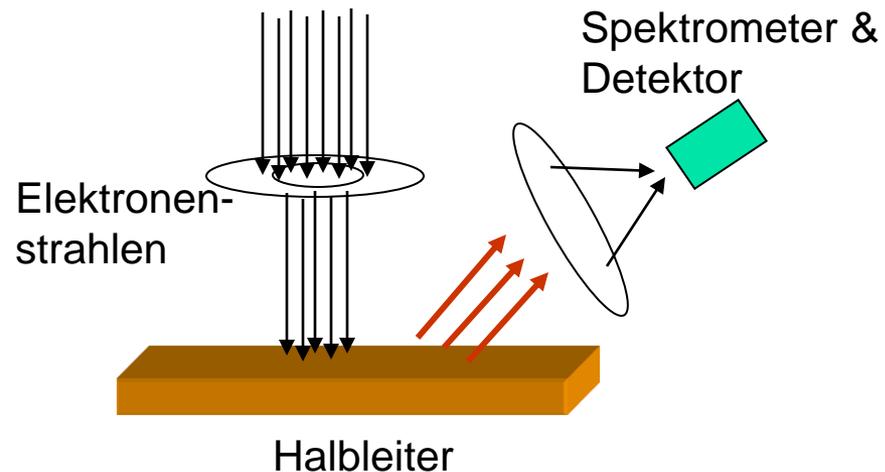
Stimulierte Emission
wichtig für Lasertätigkeit

Beispiele

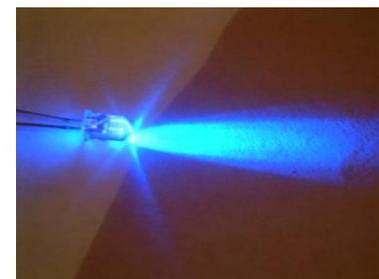
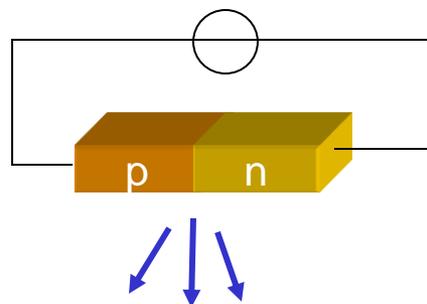
Photolumineszenz



Kathodolumineszenz



Elektrolumineszenz



Lernziele Kapitel 2

- Licht im Wellen- und Teilchenbild
- Einfluss der Materie
- Strahlungsphysikalische und Lichttechnische Größen
- Farben und Farbwahrnehmung
- Absorption und Emission von Licht (im Halbleiter)