

4 Eigenschaften, Kenngrößen und Kennfunktionen elektrischer Messeinrichtungen

Überblick

- Definitionen
- Statisches Verhalten und Eigenschaften
- Dynamische Messabweichungen
- Dynamisches Verhalten und Eigenschaften
- Struktur von Messeinrichtungen
- Angaben zur Genauigkeit von elektrischen Messgeräten
- Grundklassifizierung von Messsignalen und deren informationstragende Parameter

Definitionen

- Kenngrößen: Größen, welche vom Hersteller spezifiziert werden und die Auswahl des richtigen Messgerätes erlauben. Beschreiben das Betriebsverhalten des Messgerätes.
 - Beispiel: Messbereich, Linearitätsbereich.
- Einflussgrößen: Größen, welche nicht Gegenstand der Messung sind, Messergebnis aber beeinflussen können.
 - Beispiel: Temperatur, Luftfeuchte, externe elektromagnetische Strahlung, mechanische Belastungen des Messgerätes.

Definitionen

- Genauigkeit der Messeinrichtung hängt von Einflussgrößen ab, die der Hersteller zulässt.
- Bemessungsbedingungen: vom Hersteller des Messgerätes festgelegte Messbereiche mit den Bereichen der Einflussgrößen.
 - Referenzbedingungen: Spezieller Satz definierter Einflussgrößen. Stark eingeschränkter (Betriebs)-Bereich, zu Kalibrierzwecken des Gerätes.
 - Nenngebrauchsbereich: Bereiche der Einflussgrößen, in dem das Gerät normal betrieben werden kann. Es gelten die angegebenen Genauigkeiten.
 - Lager- und Transportbereiche: Garantiert zerstörungsfreien Transport und Lagerung. Keine Definition von Kenndaten.

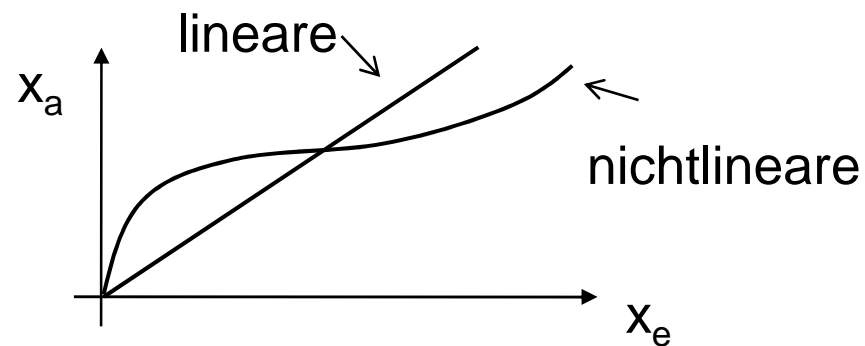
Statisches Verhalten

- beschreibt Verhalten der Messeinrichtung im Gleichgewichtszustand (zeitlich konstante Eingangsgröße, eingeschwungener Zustand, „Beharrungszustand“).



- Kennlinie:

$$x_a = f(x_e)$$



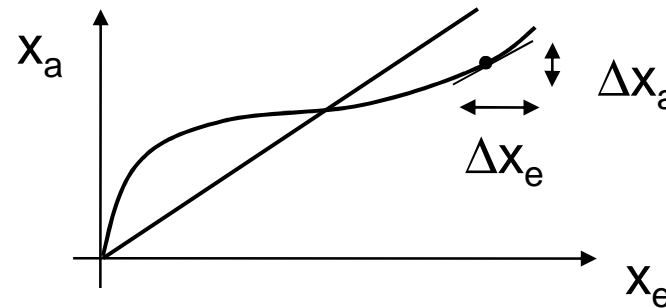
Statisches Verhalten

- Kennlinie und Empfindlichkeit (sensitivity)

$$x_a = f(x_e)$$

$$E = \frac{d}{dx_e} f(x_e) = \frac{d}{dx_e} x_a(x_e)$$

$$[E] = \frac{[x_a]}{[x_e]}$$



- lineare Kennlinie: konstante Empfindlichkeit
 - $x_a = k x_e + b \rightarrow E = k$, sehr vorteilhaft
- nichtlineare Kennlinie: arbeitspunktabhängige Empfindlichkeit $E = E(x_e)$
- Linearisierung bei kleinen Messbereichen.

Statisches Verhalten

- Anzeigebereich: Bereich in dem Messwerte angezeigt werden.
- Messbereich: Bereich der Messgröße der mit der spezifizierten Genauigkeit erfasst wird.
- Auflösung: kleinste darstellbare Änderung der Eingangsgröße durch die Messeinrichtung
- Genauigkeit: muss von Auflösung unterschieden werden; i.a. Auflösung 10x größer als Genauigkeit; Details werden noch behandelt.

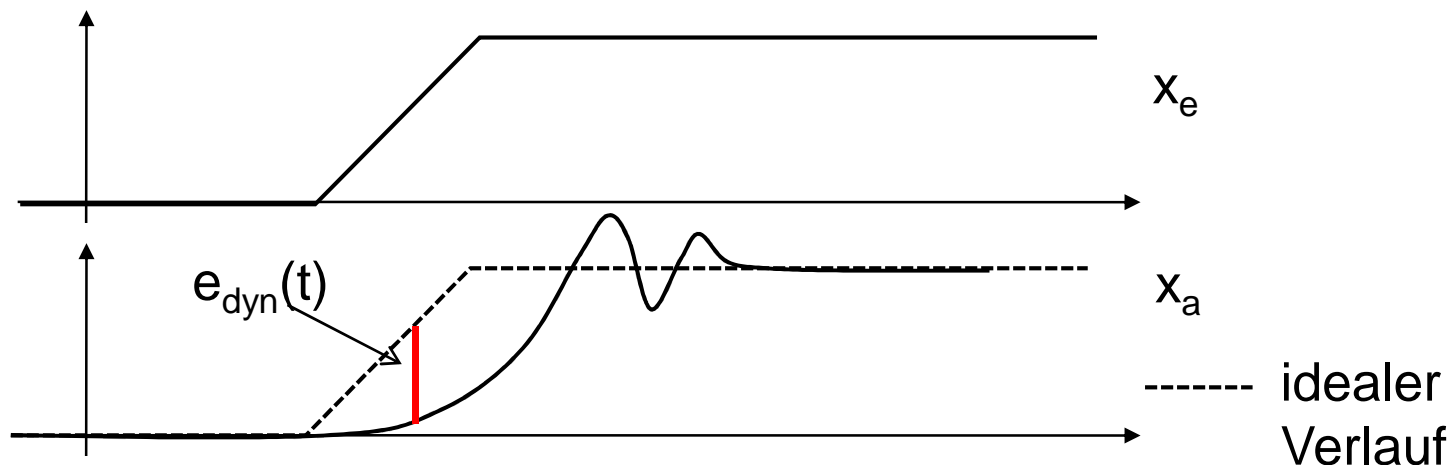
Dynamisches Verhalten

- Ausgangssignal der Messeinrichtung folgt nicht beliebig schnell dem Eingangssignal, durch
 - mechanische Reibungs- und Dämpfungswiderstände
 - Beschleunigung von Massen
 - Zu- bzw. Abführung von Ladungen
 - Leeren bzw. Laden von Energiespeichern
- Experimentelle Bestimmung

anregende Funktion	Antwort
Sinusfunktion	Sinusantwort ; Amplituden-, Phasengang
Sprungfunktion	Sprungantwort, Übergangsfunktion: $h(t)$
Impulsfunktion	Impulsantwort, Gewichtsfunktion: $g(t)$

Dynamische Messabweichung

- zeitliches Verhalten der Ausgangsgröße



$$e_{\text{dyn}}(t) = x_a(t) - x_{a,w}(t) \quad \text{momentane dynamische Messabweichung}$$

$$e_{\text{dyn,rel}}(t) = e_{\text{dyn}}(t) / x_{a,w} \quad \text{relative dyn. Messabweichung}$$

- Einschwingzeit: Zeit t nach Sprung der Eingangsgroesse bis der Anzeigewert mit der spezifizierten Genauigkeit angezeigt wird.

Messsystem 1. Ordnung

- ein Energiespeicher
- charakterisiert durch DGL 1. Ordnung
- Beispiele: Temperaturfühler, Fotodioden...
- Dynamik charakterisiert durch Grenzfrequenz und Zeitkonstante.

$$\text{GDL: } a_0 x_a + a_1 \dot{x}_a = e_0 x_e$$

$$\text{stationär: } x_a = \frac{e_0}{a_0} x_e \Rightarrow \frac{e_0}{a_0} = k = E$$

$$\text{Zeitkonstante: } T = \frac{a_1}{a_0}$$

System 1. Ordnung

DGL: $x_a + T\dot{x}_a = kx_e$ Lösung: $x_a(t) = kx_e \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$

Eingangssignal: $x_e(t) = \hat{x}_e \sin(\omega t)$

Sinusantwort: $x_a(t) = \hat{x}_a \sin(\omega t + \varphi)$

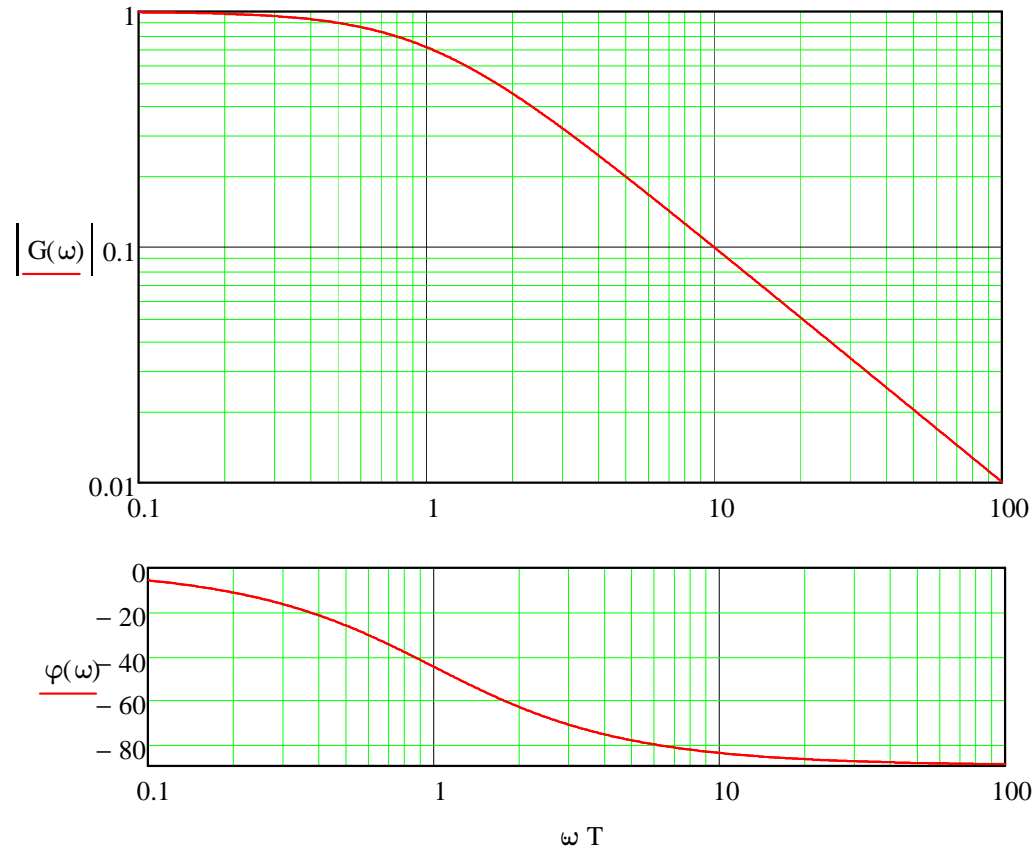
→

Amplitudengang: $|G(j\omega)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} = \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$

Phasengang: $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega T)$

Grenzfrequenz: $f_g = \frac{1}{2\pi T}$ $|G(j\omega_g)| = \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \Big|_{\omega_g=2\pi f_g, k=1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

System 1. Ordnung Bode-Diagramm



$$|G(j\omega_g)| = \left. \frac{\hat{x}_a}{\hat{x}_e} \right|_{\omega_g=2\pi f_g, k=1} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

$$\varphi(\omega) \Big|_{\omega=\omega_g} = -45^\circ$$

Amplitudenabweichung \rightarrow (größte) Signalfrequenz $< 10 f_g$ (!)
bewusste Anwendung: Tiefpassverhalten, Glättung eines Messsignals

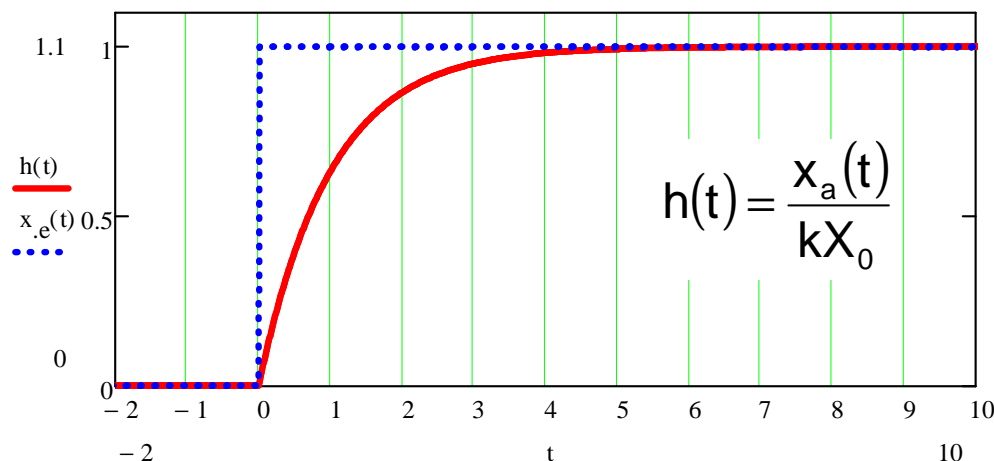
System 1. Ordnung

Sprungantwort

Eingangssignal: $x_e(t) = \begin{cases} 0, & \text{für } t \leq 0 \\ X_0, & \text{für } t > 0 \end{cases}$

Lösung
der DGL: $x_a(t) = kX_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right)$

relatives dynamisches Verhalten
(Übergangsfunktion $h(t)$)



Dynamische
Messabweichung

$$e_{\text{dyn}} = x_a(t) - x_{a,w}(t) = -EX_0 e^{-\frac{t}{T}}$$

$$e_{\text{dyn,rel}} = \frac{e_{\text{dyn}}}{x_{a,w}} = -e^{-\frac{t}{T}}$$

t	$e_{\text{dyn,rel}}$
T	37%
3T	5%
5T	0,67%
7T	0,091%

System 1. Ordnung

Impulsantwort

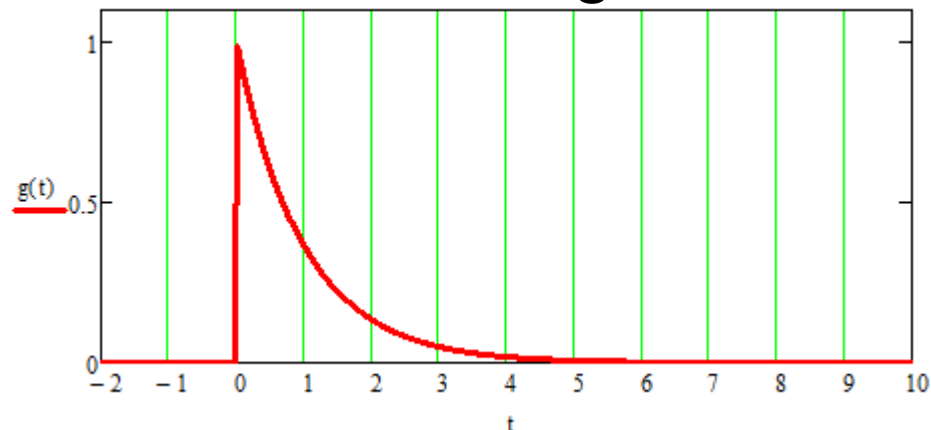
- weitere Möglichkeit zur vollständigen Charakterisierung des Zeitverhaltens

- Bedeutung:
$$G(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\omega t} dt$$

Übertragungsfunktion = Fouriertransformierte der Impulsantwort*

- Impulsantwort d. Systems 1. Ordnung

$$g(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$



* s. Systemtheorie

Messtechnik I

Messsystem 2. Ordnung

- zwei (gekoppelte) Energiespeicher
- charakterisiert durch DGL 2. Ordnung
- Beispiele: Drehspulmesswerk, harm. Oszillatoren,...
- Dynamik charakterisiert durch Zeitkonstante (abh. von Grenzfrequenz) und Dämpfungskonstante.

$$\text{DGL: } a_0 x_a + a_1 \dot{x}_a + a_2 \ddot{x}_a = e_0 x_e$$

stationär:
$$x_a = \frac{e_0}{a_0} x_e \Rightarrow \frac{e_0}{a_0} = k = E$$

Zeitkonstante: $T^2 = \frac{a_2}{a_0}$ Dämpfungskonstante: $2DT = \frac{a_1}{a_0}$

System 2. Ordnung

$$\text{DGL: } x_a + 2DT\dot{x}_a + T^2\ddot{x}_a = kx_e$$

Lösungen:

$0 < D < 1$: gedämpfte Schwingungen

$$x_a(t) = kx_e \left[1 - e^{-\frac{D}{T}t} \left(\cos(\omega_d t) + \frac{D}{\sqrt{1-D^2}} \sin(\omega_d t) \right) \right]$$

$D > 1$: Kriechfall

$$x_a(t) = kx_e \left[1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right]$$

$D = 1$: aperiodische Grenzfall

$$x_a(t) = kx_e \left[1 - \frac{T+t}{T} e^{-\frac{t}{T}} \right]$$

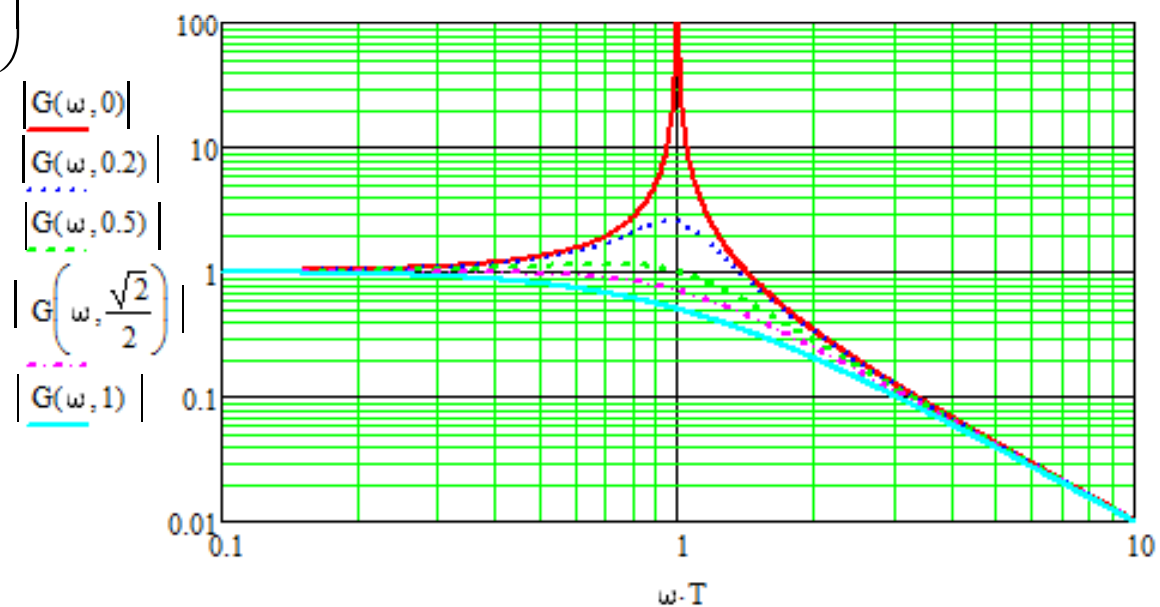
System 2. Ordnung

Sinusantwort (Amplituden- und Phasengang)

$$|G(j\omega)| = \frac{\hat{X}_a}{\hat{X}_e} = \frac{k}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + \omega^2 4D^2 T^2}}$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\left(\frac{\omega 2DT}{1 - \omega^2 T^2}\right)$$

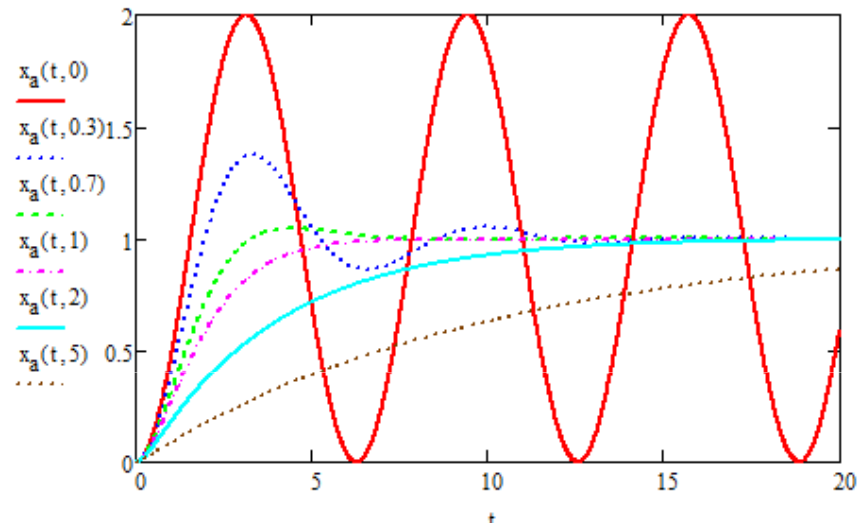
Amplitudengang:



System 2. Ordnung

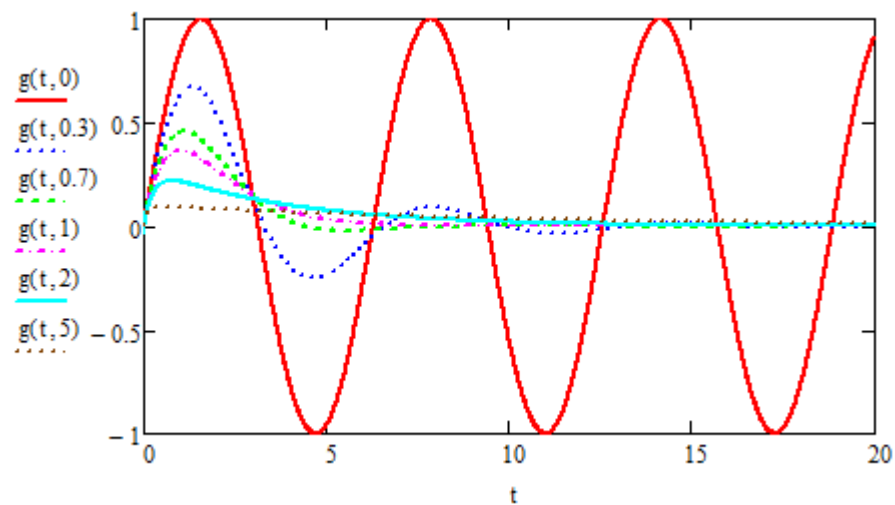
- Sprungantwort

Parameter D



- Impulsantwort

Parameter D

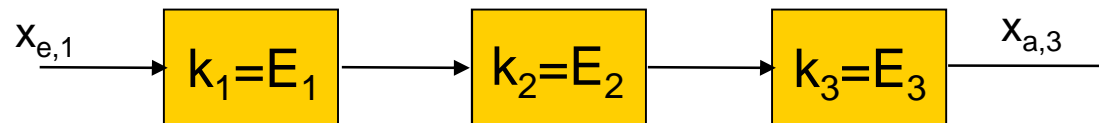


Struktur von Messeinrichtungen

- Messeinrichtung, Messsystem:
mehrere, miteinander verschaltete Messgeräte
- Struktur der Messeinrichtung:
Art und Weise bzw. Architektur, wie die Messgeräte verschaltet sind und die Messsignale miteinander verknüpft sind
- Struktur bestimmt:
 - statische Eigenschaften der Messeinrichtung
 - dynamische Eigenschaften der Messeinrichtung
 - Beeinflussung des Messergebnis
 - durch Störgrößen
 - durch Änderung der Messgeräteparameter

Kettenstruktur

hintereinander geschaltete Messgeräte → Kette



$$x_{a,1} = k_1 x_{e,1}$$

$$x_{a,2} = k_2 x_{e,2}$$

$$x_{a,3} = k_3 x_{e,3}$$

$$x_{e,2} = x_{a,1}; \quad x_{e,3} = x_{a,2}$$

$$x_{a,3} = k_3 k_2 k_1 x_{e,1}$$

Definition Gesamt-
empfindlichkeit

relative Unsicherheiten

relative Unsicherheit
der Empfindlichkeit
der Messkette

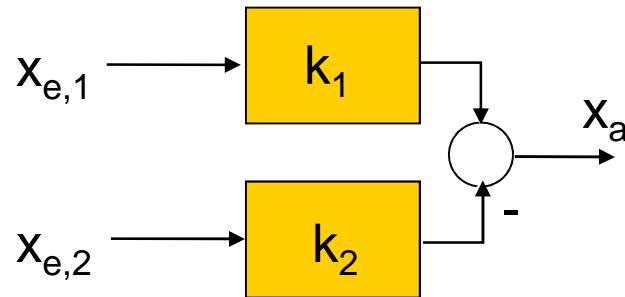
$$K = k_1 k_2 k_3$$

$$\frac{u_{k_1}}{k_1}, \frac{u_{k_2}}{k_2}, \frac{u_{k_3}}{k_3}$$

$$\frac{u_K}{K} = \sqrt{\left(\frac{u_{k_1}}{k_1}\right)^2 + \left(\frac{u_{k_2}}{k_2}\right)^2 + \left(\frac{u_{k_3}}{k_3}\right)^2}$$

Beispiel: Hintereinanderschaltung von Filter, Sensor, Verstärker

Parallelstruktur



$$x_{a,1} = k_1 x_{e,1}$$

$$x_{a,2} = k_2 x_{e,2}$$

$$x_a = x_{a,1} - x_{a,2} = k_1 x_{e,1} - k_2 x_{e,2}$$

Anwendungen:

a) Nullpunktunterdrückung

$$x_{a,1} = kx_{e,1}; \quad x_{a,2} = kx_0$$

$$x_a = x_{a,1} - x_{a,2} = k(x_{e,1} - x_0)$$

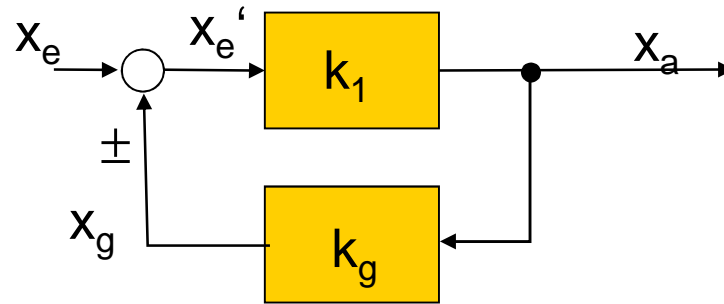
b) Störgrößenunterdrückung

$$x_{a,1} = k(R_0 + \Delta R_T + \Delta R_\sigma); \quad x_{a,2} = k(R_0 + \Delta R_T)$$

$$x_a = x_{a,1} - x_{a,2} = k(R_0 + \Delta R_T + \Delta R_\sigma - R_0 - \Delta R_T) = k\Delta R_\sigma$$

Kreisstruktur

Prinzip



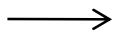
Mitkopplung: „+“
Gegenkopplung: „-“

Gegenkopplung:

$$x_a = kx_e; \quad k = \frac{x_a}{x_e}; \quad x_e' = x_e - x_g$$

$$x_a = \frac{x_a}{x_e' + x_g} x_e = \frac{k_1 x_e'}{x_e' + k_g k_1 x_e'} x_e = \frac{k_1}{1 + k_g k_1} x_e$$

$$E = \frac{d}{dx_e} x_a = \frac{k_1}{1 + k_g k_1} = \frac{1}{1/k_1 + k_g} \approx \frac{1}{k_g}, k_1 \rightarrow \infty$$



nur k_g beeinflusst Empfindlichkeit, wenn k_1 sehr groß

Angaben zur Genauigkeit elektrischer Messgeräte

- Genauigkeit (Anforderungen) → Entscheidende Eigenschaft zur Auswahl eines geeigneten Messgerätes
- Genauigkeitsspezifikationen:
 - Hersteller spezifizieren und garantieren „Genauigkeit“ als Grenzwerte der Messabweichungen unter gegebenen Bedingungen

Genauigkeit elektrischer Messgeräte

Definitionen

■ Fehlergrenze

- „maximal zulässige Messabweichung“ G

$$G = |e|_{\max} = |x - x_w|_{\max}$$

- symmetrisch G
- unsymmetrisch: oberer und unterer Grenzwert $G_U; G_O$
- Messwert x_m bedeutet für wahrer Wert x_w :

$$x_m - G < x_w < x_m + G$$

- „Fehler“ → überholter Begriff für Unsicherheit
- heute „Fehler“ → Messabweichung größer als spezifizierter Wert

Genauigkeit elektrischer Messgeräte

Definitionen

- **Eigenabweichung**
 - Grenzwerte für die Messabweichung unter Referenzbedingungen
 - früher „Grundfehler“
 - bestimmt während der Kalibrierung des Messgerätes und Abnahmeprüfung
 - Vergleich mit Normal
- **Betriebsabweichung**
 - Messabweichung unter Betriebsbedingungen
 - spezifiziert, aber schwierig über gesamten Betriebsbereich überprüfbar
 - Praxis: Eigenabweichung unter Referenzbedingungen und zusätzlich Einflüsseffekte wie Temperatureinfluss, Feuchteinfluss werden überprüft

Angabe der Fehlergrenzen

Absolute und relative Angabe der Grenzwerte

- Analoge Messinstrumente:
 - absolut $\pm 1V$
 - relativ $\pm \%$ von Anzeigewert oder Skalenendwert
 - Kombination: $\pm (1\% \cdot \text{Messwert} + 20\text{mA})$
- Digitale Messinstrumente:
 - Kombination aus Anteil \sim Messwert, messbereichsabhängige Konstante und diskreter Auflösung der Anzeige
 - $\pm (1\% \cdot \text{Messwert} + 5\text{mV} + 1\text{Digit}^*)$
 - $\pm (1\% \cdot \text{Messwert} + 0,3\% \cdot \text{Messbereichsendwert} + 1\text{Digit})$
 - $\pm (1\% \cdot \text{Messwert} + 3\text{ Digits})$

* „Digit“: Anzeigauflösung des gewählten Messbereiches

Genauigkeitsklassen

- für elektromechanische Instrumente (IEC51, direkt wirkende analoge Messinstrumente)
- Klassenindex: maximal zulässige Messabweichung bezogen auf Skalenendwert

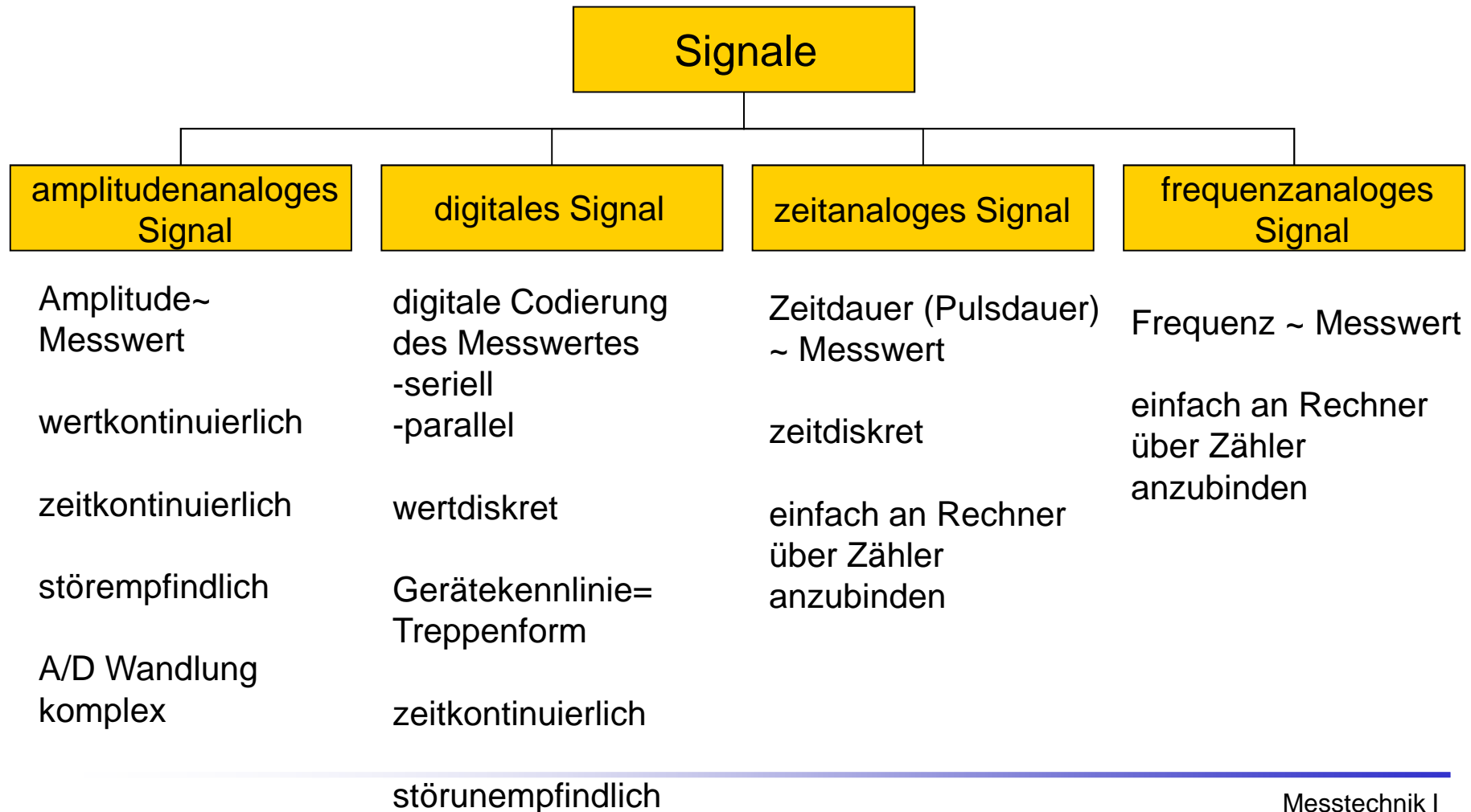
Klassenindex	0,05	0,1	0,2	0,3	0,5
max. rel. Messabweichung	0,05%	0,1%	0,2%	0,3%	0,5%

Klassenindex	1	1,5	2	3	5
max. rel. Messabweichung	1%	1,5%	2%	3%	5%

Achtung: bei Nichtvollausschlag hohe relative Abweichungen mgl.
→ Instrument möglichst aussteuern

Informationstragende Parameter der Messsignale

- Signale = Spannungen, Ströme → tragen Informationen



Lernziele Kapitel 4

- Statisches Verhalten und Eigenschaften
- Dynamisches Verhalten und Eigenschaften
- Dynamische Messabweichung
- Struktur von Messeinrichtungen
- Angaben zur Genauigkeit von elektrischen Messgeräten
- Grundklassifizierung von Messsignalen und deren informationstragende Parameter