 <p>Fachhochschule Jena University of Applied Sciences Jena Fachbereich Elektrotechnik / Informationstechnik</p>	<p><b>Elektrische Meß- und Prüftechnik</b></p> <p>Laborpraktikum</p>	<p>Versuch D</p> <p>ET(BA) WS 2010/2011</p>
<p><b>Messungen an passiven Vierpolen</b></p>		
<p>Set: .....</p> <p>Studienrichtung .....</p> <p>Teilnehmer: .....</p> <p>.....</p>	<p><b>Testat:</b> .....</p> <p>Verantwortlicher: .....</p> <p>Datum: .....</p> <p>.....</p> <p style="text-align: right;">Unterschrift</p>	

## 1 Theoretische Grundlagen

### 1.1 Problemstellung

Die Vierpoltheorie (Theorie elektrischer Netzwerke) ist besonders für die Nachrichtentechnik wichtig, da ohne die Kenntnis ihrer wichtigsten Grundgesetze die Planung von Nachrichtenverbindungen nur sehr schwer möglich ist. Bei einer trägerfrequenten Verbindung zwischen zwei Fernsprechteilnehmern sind eine Vielzahl von zwischengeschalteten Verstärkern, die u.a. Filter, Dämpfungsglieder, Entzerrer, Modulatoren enthalten, erforderlich. Alle diese verwendeten Bauteile müssen in ihren Eigenschaften aufeinander abgestimmt sein.

Die Vierpoltheorie bildet die Grundlage dafür die Einzelschaltungen so zu dimensionieren, daß sie sich störungsfrei in die Gesamtanlage einbauen lassen. Eine Verbindung oder ein umfangreiches Gerät kann nur dann einwandfrei und übersichtlich gestaltet werden, wenn man die Eigenschaften der Einzelteile in einheitlicher Weise durch bestimmte charakteristische Größen beschreibt. Unzweckmäßig ist die Benutzung unterschiedlicher Kenngrößen (Wellenwiderstände, Ein- und Ausgangswiderstände, logarithmische Übertragungsmaße, absolute Strom- oder Spannungsübersetzungsverhältnisse), zumal z.B. die Ein- und Ausgangswiderstände keine charakteristischen Eigenschaften des betreffenden Vierpols sind, sondern von den Abschlußverhältnissen abhängen.

Die Aufgaben der Vierpoltheorie lassen sich folgendermaßen formulieren:

1. Aufstellen von Kenngrößen oder Kenngrößensystemen, die nur von den Aufbauelementen des Vierpols abhängig sind
2. Klärung des Zusammenhanges zwischen den Kenngrößen und den Aufbauelementen sowie den allgemeinen Eigenschaften des Vierpols
3. Experimentelle Ermittlung der Kenngrößen durch äußere Messung am Vierpol.
- 4. Aufzeigen von Möglichkeiten des Überganges von einem Kenngrößensystem des Vierpols in ein anderes.**

Das Prinzipschaltbild eines Vierpols zeigt die nebenstehende Abbildung. (Bild 1)



Bild 1

### 1.2 Einteilung der Vierpole

Die Vierpole können hinsichtlich unterschiedlicher Kriterien eingeteilt werden, z.B. in :

- aktive und passive Vierpole
- lineare und nichtlineare Vierpole
- symmetrische und unsymmetrische Vierpole

Vierpole können beliebig kompliziert aufgebaut sein. Werden sie für eine bestimmte Aufgabe konzipiert und berechnet. So wird die Anzahl der Schaltelemente minimiert. Folgende Grundschaltungen sind üblich :

- a) Stern- oder T-Schaltung
- b) überbrückte T-Schaltung
- c) Dreieck oder -  $\pi$  -Schaltung
- d) Brücken- oder X-Schaltung

### 1.3 Grundgleichungen des linearen Vierpols

Zur Beschreibung der Übertragungseigenschaften eines Vierpols benötigt man i.a. zwei Gleichungen, welche die Spannungen und Ströme am Eing- und Ausgang des Vierpols miteinander verknüpfen. Die auftretenden Proportionalitätsfaktoren werden Vierpolparameter genannt.

Für die T - Schaltung (siehe Bild 2) ergeben sich mittels der Kirchhoff'schen Sätze :

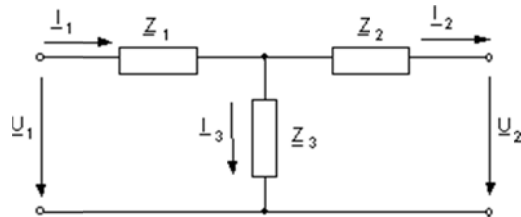


Bild 2

$$\begin{aligned} I_1 &= I_2 + I_3 \\ \underline{U}_1 &= I_1 \cdot \underline{Z}_1 + I_3 \cdot \underline{Z}_3 \\ \underline{U}_2 &= -I_2 \cdot \underline{Z}_2 + I_3 \cdot \underline{Z}_3 \end{aligned} \quad (\text{Gl 1})$$

folgende Vierpolgleichungen :

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{A} \cdot \underline{U}_2 + \underline{B} \cdot I_2 \\ I_1 &= \underline{C} \cdot \underline{U}_2 + \underline{D} \cdot I_2 \end{aligned} \quad (\text{Gl 2}) \quad \text{mit :} \quad \begin{aligned} \underline{A} &= 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_3} & \underline{B} &= \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{C} &= \frac{1}{\underline{Z}_3} & \underline{D} &= 1 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \end{aligned} \quad (\text{Gl 3})$$

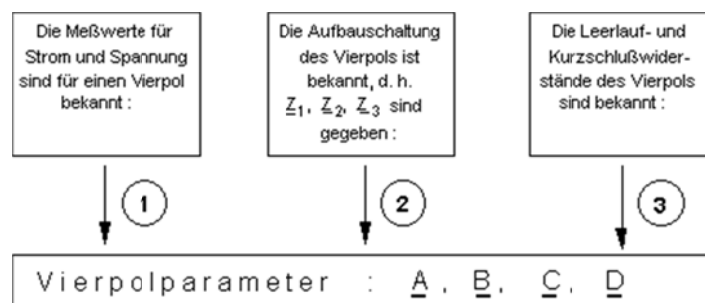
Die Parameter A, B, C und D heißen „Kettenparameter“. Neben diesen Parametern sind auch auch noch folgende üblich :

- Z - Parameter
- Y - Parameter
- h - Parameter

### 1.4 Die Kettenparameter des Vierpols

Die Kettenparameter sind aufgrund der Linearität des Vierpols spannungs- und stromunabhängig, verändern sich jedoch häufig mit der Frequenz.

Da mittels der Vierpoltheorie die Übertragungseigenschaften ( Übertragungsmaß  $g$  und Wellenwiderstand  $Z_W$  ) eines Vierpols ermittelt werden können, bieten sich je nach Problemstellung drei Arbeitsmethoden zur Ermittlung der Kettenparameter an :



1.4.1 Aus dem Gleichungssystem Gl. 2 folgen die Meßbedingungen zur Ermittlung der Kettenparameter aus Kurzschluß- und Leerlaufmessungen :

$\underline{I}_2 = 0$  Realisierung Leerlauf am Ausgang des Vierpols  
 $\underline{U}_2 = 0$  Realisierung Kurzschluß am Ausgang des Vierpols

$$\begin{aligned} \underline{A} &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \text{ bei } \underline{I}_2 = 0 & \underline{B} &= \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2} \text{ bei } \underline{U}_2 = 0 \\ \underline{C} &= \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2} \text{ bei } \underline{I}_2 = 0 & \underline{D} &= \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} \text{ bei } \underline{U}_2 = 0 \end{aligned} \quad (\text{Gl.4})$$

1.4.2 Sind die Aufbauwiderstände  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$  des Vierpols bekannt, so können die Kettenparameter z.B. mittels des Gleichungssystems Gl. 3 bestimmt werden.

1.4.3 Bestimmt man die Eingangs- und Ausgangswiderstände des Vierpols bei Leerlauf und Kurzschluß, so ergibt sich folgender Zusammenhang mit den Kettenparametern :

1.4.3.1 Leerlauf :



$$\underline{W}_{1L} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \text{ bei } \underline{I}_2 = 0$$



$$\underline{W}_{2L} = \frac{\underline{U}_2}{-\underline{I}_2} \text{ bei } -\underline{I}_1 = 0$$

1.4.3.2 Kurzschluß :



$$\underline{W}_{1K} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} \text{ bei } \underline{U}_2 = 0$$



$$\underline{W}_{2K} = \frac{\underline{U}_2}{-\underline{I}_2} \text{ bei } \underline{U}_1 = 0$$

1.4.3.3 Zusammenhang mit den Kettenparametern :

$$\underline{W}_{1L} = \frac{A}{C} \quad \underline{W}_{2L} = \frac{D}{C} \quad \underline{W}_{1K} = \frac{B}{D} \quad \underline{W}_{2K} = \frac{B}{A} \quad (\text{Gl. 5})$$

Unter Berücksichtigung der Beziehung  $AD - BC = 1$  können die Kettenparameter wie folgt aus den Leerlauf- und Kurzschlußwiderständen bestimmt werden :

$$\begin{aligned} A &= \frac{\underline{W}_{1L}}{\sqrt{\underline{W}_{2L} \cdot (\underline{W}_{1L} - \underline{W}_{1K})}} & B &= \underline{W}_{1K} \cdot \sqrt{\frac{\underline{W}_{2L}}{\underline{W}_{1L} - \underline{W}_{1K}}} \\ C &= \frac{1}{\sqrt{\underline{W}_{2L} \cdot (\underline{W}_{1L} - \underline{W}_{1K})}} & D &= \sqrt{\frac{\underline{W}_{2L}}{\underline{W}_{1L} - \underline{W}_{1K}}} \end{aligned} \quad (\text{Gl. 6})$$

1.5 Einführung des Übertragungsmaßes  $g$  und des Wellenwiderstandes

In der Leitungstheorie haben sich das Übertragungsmaß  $g = a + jb$  und der Wellenwiderstand  $\underline{Z}_W$  als die Größen erwiesen, welche sich am besten zur Charakterisierung der Übertragungseigenschaften von Fernleitungen eignen. Mit ihnen können in übersichtlicher Weise der Spannungs- und Stromverlauf sowie die sonstigen Eigenschaften einer Leitung beschrieben werden. Da Vierpole ihre stärkste Anwendung innerhalb der Nachrichtenübertragungstechnik auf Leitungen gefunden haben, liegt es nahe, zwecks Vereinheitlichung

der Beschreibung zu versuchen, die Vierpolkonstanten A, B und C und D durch Größen zu ersetzen, welche eine den Leitungskonstanten g und Z ähnliche Bedeutung haben. Für eine Leitung mit der Länge l nehmen die aus der Leitungstheorie stammenden Übertragungsgleichungen folgende Form an:

$$\begin{aligned} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \cosh(g) + \underline{Z}_W \cdot \sinh(g) \\ \underline{I}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \frac{\sinh(g)}{\underline{Z}_W} + \underline{I}_2 \cdot \cosh(g) \end{aligned} \quad (\text{Gl. 7})$$

Vergleicht man dieses Gleichungssystem mit Gl.2, so stellt man fest, daß für den Fall eines symmetrischen Vierpols gilt:

$$\underline{A} = \cosh(g) \quad \underline{B} = \underline{Z}_W \cdot \sinh(g) \quad \underline{C} = \frac{\sinh(g)}{\underline{Z}_W}$$

bzw.:

$$g = \operatorname{arcosh}(\underline{A}) \quad \text{und} \quad \underline{Z}_W = \sqrt{\frac{\underline{B}}{\underline{C}}}$$

### 1.6 Einführung des Reflexionsfaktors

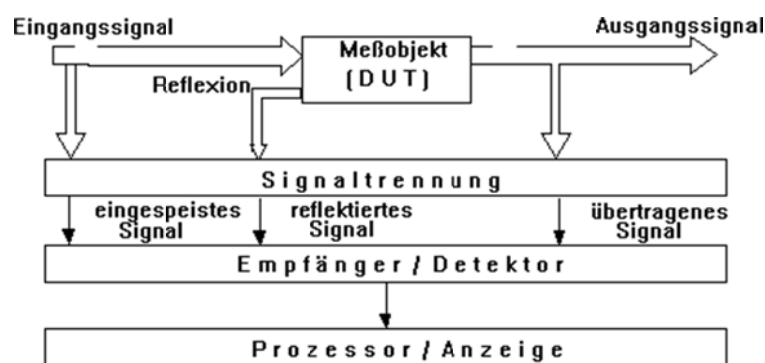
Wird eine HF-Leitung mit einem Widerstand abgeschlossen welcher nach Betrag und Phase gleich dem Wellenwiderstand der Leitung ist, so bildet sich ein Wellenfeld wie längs einer unendlich langen Leitung aus, d.h. es existiert nur eine vom Generator zur Last sich fortpflanzende Welle. Es gibt keine reflektierte Welle. Ist dagegen der Abschlußwiderstand  $\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_W$ , so entsteht am Leitungsende eine reflektierte Welle. Der Reflexionsfaktor  $\underline{r}$  - oftmals auch mit  $\Gamma$  bezeichnet - läßt sich berechnen aus :

$$\underline{r} = \frac{\underline{Z}_A - \underline{Z}_W}{\underline{Z}_A + \underline{Z}_W} \quad (\text{Gl. 8})$$

Aus dieser Gesetzmäßigkeit läßt sich leicht ein meßtechnisches Verfahren zur Bestimmung unbekannter komplexer Widerstände ableiten welches sowohl im Hoch- als auch im Höchstfrequenzbereich geeignet ist. Unter Annahme eines bekannten reellen Wellenwiderstandes  $\underline{Z}_W$  der Meßanordnung (z.B.  $\underline{Z}_W = 50 \Omega$ ) kann über eine Messung des Reflexionsfaktors der unbekannte komplexe Widerstand  $\underline{Z}_X = \underline{Z}_A$  bestimmt werden :

$$\underline{Z}_X = \underline{Z}_W \cdot \frac{1 + \underline{r}}{1 - \underline{r}} \quad (\text{Gl. 9})$$

Meßgeräte die sowohl Reflexionsmessungen an Zwei- und Vierpolen als auch die Messung der Übertragungseigenschaften (an Netzwerken und Vierpolen) gestatten, heißen Netzwerkanalysatoren. Das Blockschaltbild eines derartigen Netzwerkanalysators ist im folgenden Bild dargestellt.



Aufbau eines kompletten Netzwerkanalysators

Zur Messung werden am Netzwerkanalysator die Betriebsarten „Reflexion“ oder „Transmission“ (Übertragung) eingestellt; nach der rechentechnischen Auswertung liefert der Netzwerkanalysator dann die Ergebnisse in der geeigneten Darstellung der Meßwerte (Kartesische Koordinaten, Polarkoordinaten, Smith-Diagramm).

## 2 Versuchsvorbereitung

### Aufgabe 2.1 :

Welche Unterscheidungsmerkmale besitzen

- aktive und passive Vierpole,
- lineare und nichtlineare Vierpole,
- symmetrische und unsymmetrische Vierpole ?

### Aufgabe 2.2 :

Nennen Sie drei Anwendungsfälle für praktisch vorkommende Vierpole !

Skizzieren Sie die Grundstruktur der Innenschaltung des Vierpols !

### Aufgabe 2.3 :

Leiten Sie das Gleichungssystem Gl.3 mittels Gl.1 und Gl.2 her !

### Aufgabe 2.4 :

Bestimmen Sie die Y- und Z- Parameter für einen Vierpol in T-Form !

(Hinweis :  $\underline{Z}_1$ ,  $\underline{Z}_2$ ,  $\underline{Z}_3$ , sind bekannt !)

### Aufgabe 2.5 :

Welche Vereinfachungen ergeben sich für das Gleichungssystem Gl.6, wenn der Vierpol symmetrisch ist ?

### Aufgabe 2.6 :

Bestimmen Sie die Z-Parameter aus den Kettenparametern !

### Aufgabe 2.7 :

Die Messung der Leerlauf- und Kurzschlußwiderstände eines unbekanntes Vierpols ergab, unabhängig von der Frequenz, von beiden Seiten aus die gleichen Werte, nämlich :

$$\underline{W}_{1L} = \underline{W}_{2L} = 90 \Omega \quad \text{und} \quad \underline{W}_{1K} = \underline{W}_{2K} = 80 \Omega$$

- Wie sieht die diesem unbekanntes Vierpol gleichwertige T-Ersatzschaltung aus ?
- Bestimmen Sie aus den obigen Angaben die Kettenparameter des Vierpols !
- Rechnen Sie die Kettenparameter in die Z-Parameter des unbekanntes Vierpols um !

### Aufgabe 2.8 :

Was versteht man unter Übertragungsmaß  $\underline{g}$  und Wellenwiderstand  $\underline{Z}_W$  ?

Für welches Gebiet der Nachrichtentechnik sind diese Kenngrößen besonders wichtig ?

## 3 Versuchsdurchführung und Auswertung

### Aufgabe 3.1 :

Untersuchen Sie meßtechnisch durch Bestimmung der Leerlauf- und Kurzschlußwiderstände, ob der zu untersuchende Vierpol symmetrisch ist !

Welche Schlußfolgerungen können Sie für die folgenden Messungen ziehen, falls dies der Fall ist ?

Hinweis : Die Messungen (Betrag und Phase) sind mittels Oszilloskop durchzuführen !

Strommessungen sind indirekt über den eingetragenen Meßwiderstand vorzunehmen !

### Aufgabe 3.2 :

Ermitteln Sie für das Versuchsobjekt die komplexen Leerlauf- und Kurzschlußwiderstände (Angabe in der Exponentialform und arithmetischen Form) bei zwei verschiedenen Frequenzen.

Folgende Richtwerte sind günstig:

Vierpol 1 und Vierpol 4 :                      1 kHz ;                      100 kHz

Vierpol 2 und Vierpol 5 :	1 kHz ;	10 kHz
Vierpol 3 und Vierpol 6 :	0,5 kHz ;	5 kHz

Hinweis : Stellen Sie die Amplitude der Eingangsspannung so ein, daß die Spannung über dem Meßwiderstand möglichst unverzerrt ist !

**Aufgabe 3.3. :**

Bestimmen Sie für den vorgegebenen Vierpol die komplexen Aufbauwiderstände für die T-Form !  
Ermitteln Sie daraus die entsprechenden Bauelemente und geben Sie das Schaltbild des Vierpols (T-Schaltung) an !

Hinweis : Zur Bestimmung der Aufbauwiderstände ist es günstig, den Zusammenhang zwischen Bild 2, Gleichung 3 und Gleichung 6 zu betrachten.

**Aufgabe 3.4 :**

Kontrollieren Sie (soweit dies möglich ist ) mit der RLC-Meßbrücke die Richtigkeit Ihres Meßergebnisses !

**Aufgabe 3.5 :**

Bestimmen Sie die Parameter des Vierpols in der Kettenform und in der Widerstandform !