

Widerstandsmessung mit Gleich- und Wechselstrombrücken

Set:	3.08	Testat:	
Studienrichtung:	KIT	Verantwortlicher:	N. obel
Teilnehmer:	Goldbuch, Michael Döffinger, Jürgen	Datum:	08.12.10
			Unterschrift

EINGEGANGEN
03. DEZ. 2010
Erled.

1 Versuchsziel

Bei diesem Versuch sollen Methoden der Widerstandsmessung einschließlich der dazugehörigen Fehlerbeurteilungen untersucht werden.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Gleichstrombrücken

2.1.1 Wheatstonebrücke

Mit der Wheatstonebrücke kann ein unbekannter Widerstand quantitativ bestimmt werden. In der Meßpraxis wird dabei das Abgleichverfahren bzw. das Ausschlagverfahren angewandt. Die Schaltung der Widerstandsmeßbrücke nach Wheatstone ist im Bild 1 angegeben.:

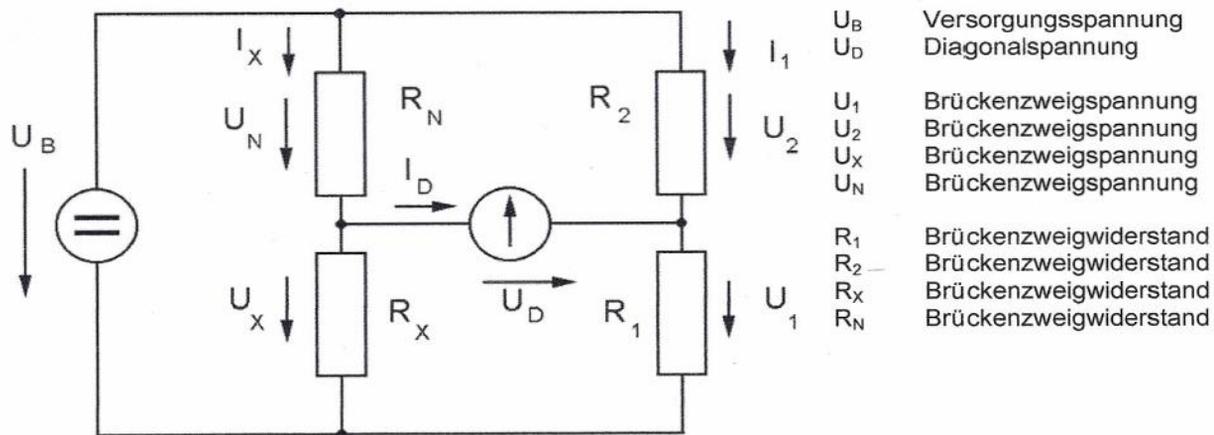


Bild 1 Wheatstonebrücke

2.1.2 Abgleichverfahren

Eine Brücke ist abgeglichen, wenn $U_D = 0$ (bzw. $I_D = 0$) ist.

Die Abgleichbedingung lautet :

$$\text{GL. 1} \quad \frac{R_X}{R_N} = \frac{R_1}{R_2}$$

2.1.3 Ausschlagverfahren

Beim Ausschlagverfahren wird mit der Kennlinie $U_D = f(R_X)$ gearbeitet, wobei R_N , R_1 und R_2 konstant sind.

Bei einem bestimmten Arbeitspunkt $A = \frac{U_X}{U_B}$ gilt für die Empfindlichkeit bei $I_D = 0$:

$$\text{GL. 2} \quad E = \frac{\partial U_D}{\partial R_X} = \frac{U_B}{R_X} \cdot A \cdot (1 - A)$$

Für kleine Änderungen ΔR_X lautet die auf die Versorgungsspannung U_B bezogene Gleichung :

$$\text{GL. 3} \quad \frac{\Delta U_D}{U_B} = \frac{\Delta R_X}{R_X} \cdot A \cdot (1 - A)$$

2.2 Wechselstrommessbrücken

2.2.1 Abgleichbedingungen

Wie bei der Wheatstone-Brücke ist die Wechselstrommeßbrücke abgeglichen, wenn die Diagonalspannung gleich Null wird. (siehe Bild 2)

Aus dem Verschwinden der Diagonalspannung U_d leitet sich die Abgleichbedingung her.

Als Besonderheit ist beim Abgleich von Wechselstrommeßbrücken zu beachten, daß die Diagonalspannung komplexer Natur ist und nur dann Null wird, wenn beim Abgleich Betrag und Phase gleichermaßen berücksichtigt werden, d.h. die Abgleichbedingung muß sowohl für den Real- als auch für den Imaginärteil erfüllt sein.

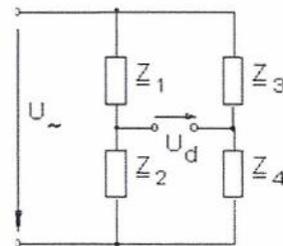


Bild 2 : Wechselstrombrücke

$$\text{Somit gilt:} \quad \underline{Z_1} \cdot \underline{Z_4} = \underline{Z_2} \cdot \underline{Z_3} \quad \text{Gl. 4}$$

$$\underline{Z_1} \cdot \underline{Z_4} \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_4)} = \underline{Z_2} \cdot \underline{Z_3} \cdot e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)} \quad \text{Gl. 5}$$

$$\underline{Z_1} \cdot \underline{Z_4} = \underline{Z_2} \cdot \underline{Z_3} \quad \text{Gl. 6a}$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3 \quad \text{Gl. 6b}$$

$$\text{Re} \{ \underline{Z_1} \cdot \underline{Z_4} \} = \text{Re} \{ \underline{Z_2} \cdot \underline{Z_3} \} \quad \text{Gl. 7a}$$

$$\text{Im} \{ \underline{Z_1} \cdot \underline{Z_4} \} = \text{Im} \{ \underline{Z_2} \cdot \underline{Z_3} \} \quad \text{GL. 7b}$$

Bei gegebenen Brückenimpedanzen (induktiv, kapazitiv oder reell) kann man mit Hilfe der Bedingung (GL.3b) sofort feststellen ob die Brücke überhaupt abgleichbar ist.

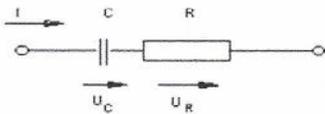
2.2.2 Der Verlustfaktor

Der Kondensator stellt die technische Realisierung einer Kapazität dar und weist gegenüber dieser neben der Kapazität auch einen Wirkwiderstand auf.

Der Verlustfaktor eines Kondensators ($\tan \delta$) ist definiert als Verhältnis von aufgenommener Verlustleistung zur Blindleistung, und läßt sich durch eine Reihen- bzw. Parallelersatzschaltung darstellen.

Es gelten die Formeln:

Für die Reihenersatzschaltung:

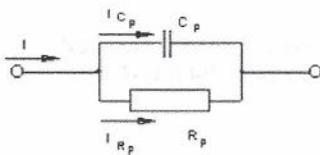


GL. 8a

$$\tan \delta = \omega \cdot R \cdot C$$

Bild 3 Reihenersatzschaltung

Für die Parallelersatzschaltung:



GL. 8b

$$\tan \delta = \frac{1}{\omega \cdot R_P \cdot C_P}$$

Bild 4 Parallelersatzschaltung

2.2.3 Verwendete Brückenschaltungen

Sinnvollerweise baut man eine Wechselstrommeßbrücke so auf, daß die beiden genannten Abgleichbedingungen sich nicht gegenseitig beeinflussen.

Als Vergleichselemente der Brücke wählt man möglichst nur Widerstände und Kondensatoren, welche mit genügend hoher Genauigkeit verfügbar sind. Einstellbare Induktivitäten sind dagegen mit der notwendigen Genauigkeit nur schwer herstellbar.

Bei den verwendeten Widerständen ist darauf zu achten, daß ihre Eigeninduktivität und -kapazität möglichst klein sind, damit sie bei der verwendeten Messfrequenz keine zusätzlichen Fehler verursachen.

Aus dem gleichen Grund dürfen die Verlustfaktoren der verwendeten Vergleichskapazitäten nicht zu groß sein ($\tan \delta \leq 10^{-2}$).

Am besten eignen sich daher zur Messung von Induktivitäten und Kapazitäten die beiden nachfolgend skizzierten Wechselstrommeßbrücken. Die unbekanntes Meßobjekte werden dabei als Reihenschaltung von Blind- und Wirkwiderstand aufgefaßt.

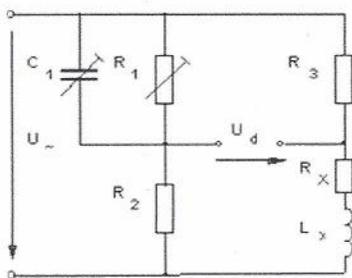


Bild 5 Maxwell-Wien-Brücke
Messung verlustbehafteter Induktivitäten

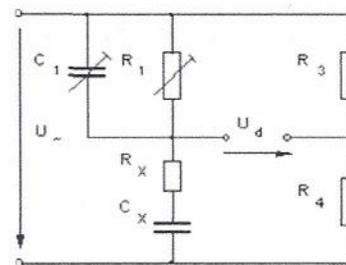
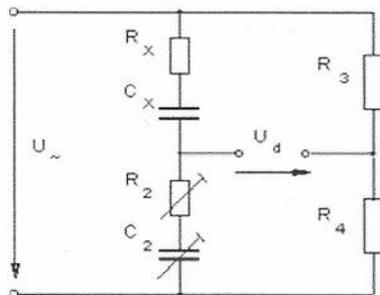


Bild 6 Wien-Brücke
Messung verlustbehafteter Kapazitäten

Auch Elektrolytkondensatoren können mit einer Wechselstrombrücke ausgemessen werden. Nachstehend ist eine Brückenschaltung vorgestellt, für die sich aus der Abgleichbedingung folgende Formeln ergeben:



$$\text{GL. 9a} \quad R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_4}$$

$$\text{GL. 9b} \quad C_x = \frac{C_2 \cdot R_4}{R_3}$$

Bild 7 Messung von Elkos

2.3 Messung hoher Widerstände

Sehr große Widerstände lassen sich messen, indem ein Kondensator aufgeladen und anschließend über zwei verschiedene Widerstände entladen wird. Einer dieser Widerstände ist der Innenwiderstand R_i des Spannungsmessers. Mit Hilfe der Beziehung:

$$\text{GL. 10} \quad u_C = U_B \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad \text{wobei} \quad \tau = R \cdot C$$

kann der unbekannte Widerstand R_x bestimmt werden.

Im Bild 8 ist neben dem Prinzip der Messung großer Widerstandswerte durch Kondensatorentladung auch die Entladekurve mit und ohne R_x angegeben.

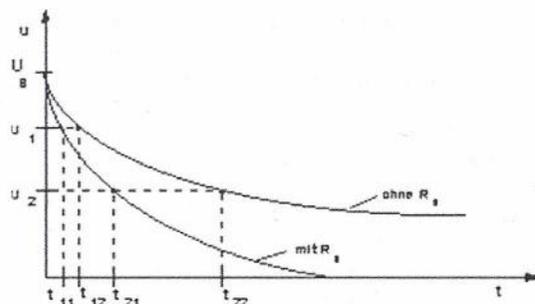
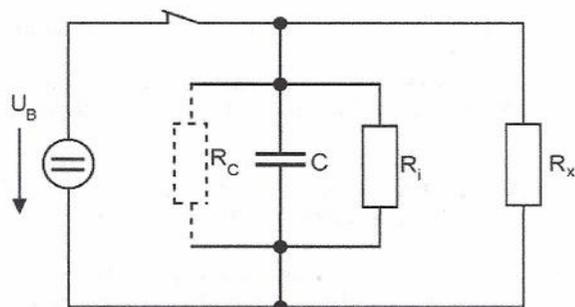


Bild 8 Messung großer Widerstände durch Kondensatorentladung

3 Versuchsvorbereitung

3.1

Für die in Bild 1 abgebildete Wheatstone-Brücke ist die Abgleichbedingung Gl.1 herzuleiten!
Wie beeinflussen die Toleranzen der Widerstände R_1 , R_2 und R_N das Meßergebnis für R_X (Fehlerfortpflanzung)?

3.2

Ausgehend von den Maschensätzen ist für die unbelastete Brücke die Kennlinie $U_D = f(R_X)$ unter der Voraussetzung, daß R_1 , R_2 und R_N konstant sind, aufzustellen!

3.3

Leiten Sie die Gl. 2 für die Empfindlichkeit $E = \frac{\partial U_D}{\partial R_X}$ in einem bestimmten Arbeitspunkt A her.

Welcher Arbeitspunkt ist zu wählen, damit die Empfindlichkeit am größten wird?

Wie wirkt sich eine Vergrößerung der Versorgungsspannung auf die Empfindlichkeit aus?

Wie groß ist die Empfindlichkeit für $A = 0,5$, $U_B = 2V$ und $R_X = 10 \text{ k}\Omega$?

3.4

Bei der Entladung eines Kondensators C wurden die Zeiten t_{11} , t_{12} , t_{21} und t_{22} ermittelt, bei denen ein bestimmter Spannungswert u_1 bzw. u_2 mit und ohne R_X erreicht war.

Errechnen Sie aus diesen Meßwerten die unbekanntenen Widerstände R_i und R_X !

Anmerkung :

- Isolationswiderstand R_C wird vernachlässigt! ($\geq 10^9 \Omega$)
- Fassen Sie die Widerstände folgendermaßen zusammen:
- $R_1 = R_X \parallel R_i$ und $R_2 = R_i$

3.5

Beschreiben Sie mögliche Vereinfachungen und die direkte Messung von τ für die Ermittlung der Widerstände nach Aufgabe 3.4 !

3.6

Nachstehende Fragen über Wechselstrommessbrücken sind in Vorbereitung auf das Praktikum durchzuarbeiten und als anwendungsbereites Wissen nachzuweisen !

- a) Erklären Sie an Hand einer Skizze, inwiefern Oberwellen den Brückenabgleich erschweren können.
- b) Erklären Sie, weshalb ein Oszilloskop als Nullindikator einer Wechselstrombrücke besonders gut geeignet ist.
In welcher Betriebsart (hinsichtlich der Zeitablenkung) ist das Oszilloskop zu betreiben ?
- c) Überlegen Sie, wie das Oszilloskop an die Meßbrücke anzuschließen ist, um bei geerdetem Signalgenerator die Diagonalspannung der Brücke messen zu können ?
- d) Zeigen Sie an Hand von Skizzen, wie sich eine Veränderung von Betrag bzw. Phase der Diagonalspannung der Brücke im Schirmbild darstellt
- e) Welche parasitären Elemente sind bei einem realen Widerstand neben dem ohmschen Anteil noch wirksam ?
Wie lassen sich bei der technischen Ausführung eines Widerstandes diese parasitären Anteile klein halten bzw. gänzlich vermeiden ?
- f) Wie wirkt sich die Erdung eines Diagonalanschlusses der Brücke auf die Störkapazität des anderen Diagonalanschlusses aus ?

- g) Für die im Bild 5 dargestellte Induktivitätsmeßbrücke ergeben sich aus der Abgleichbedingung folgende Formeln:

$$R_x = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_1} \quad \text{Gl. 11}$$

$$L_x = R_2 \cdot R_3 \cdot C_1 \quad \text{Gl. 12}$$

Leiten Sie diese Formeln mit Hilfe der symbolischen Rechnung her !

- h) Haben Frequenz und Höhe der Brückenbetriebsspannung einen Einfluß auf den Nullabgleich der Induktivitätsmeßbrücke ? Begründen Sie Ihre Antwort!
- i) Ist die im Bild 4 dargestellte Induktivitätsmeßbrücke auch zum Abgleich von Kapazitäten geeignet, indem L_x durch C_x ersetzt wird ? (Mathematischer Nachweis mittels symbolischer Rechnung verlangt!)
- j) Für die im Bild 6 dargestellte Kapazitätsmeßbrücke ergeben sich aus der Abgleichbedingung folgende Formeln:

$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3} \cdot \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \delta_1}\right)^{-1} \quad \text{Gl. 13}$$

wobei $R_x \approx \frac{R_1 \cdot R_4}{R_3}$ wenn $\tan^2 \delta_1 \gg 1$

$$C_x = \frac{C_1 \cdot R_3}{R_4} \cdot (1 + \tan^2 \delta_1) \quad \text{Gl. 15}$$

wobei $C_x \approx \frac{C_1 \cdot R_3}{R_4}$ wenn $\tan^2 \delta_1 \ll 1$

$$\tan \delta_1 = \omega \cdot C_x \cdot R_x = (\omega \cdot C_1 \cdot R_1)^{-1} \quad \text{Gl. 16}$$

- k) Erklären Sie die Begriffe: relativer und absoluter, sowie maximaler relativer und maximaler absoluter Fehler. R_1 und C_1 sind mit Dekaden einstellbar. Welchen relativen Fehler verursachen diese Werte bei den gesuchten Größen nach Gln. 11 und 12?

3.7

Was verstehen Sie unter galvanischer Trennung ?

3.8

Was müssen Sie in Bezug auf die Masseverbindung beim gleichzeitigen Anschluß von Generator und Oszilloskop an unterschiedlichen Stellen in der Schaltung beachten ?

4 Versuchsdurchführung

4.1 Wheatstone – Brücke, Abgleichverfahren

Realisieren Sie die Schaltung nach Bild 1 mit $R_1 = R_2 = 1,2 \dots k\Omega$!

Bestimmen Sie mittels Abgleichverfahren bei einer Brückenspeisespannung von $U_B = 2 \text{ V}$ die unbekanntenen Widerstände R_X' , R_X'' und R_X''' !

Ist für einen dieser Widerstände das Verfahren ungeeignet ?

4.2 Wheatstone – Brücke, Ausschlagverfahren

a) Gleichen Sie die Brücke für R_X'' bei einer Versorgungsspannung $U_B = 2 \text{ V}$ ab, und nehmen Sie die Kennlinie $U_D = f\left(\frac{\Delta R_N}{R_N}\right)$ auf, wobei $\Delta R_N = \pm 50\%$ von R_N betragen soll.

Stellen Sie diese Kennlinie im kartesischen Koordinatensystem grafisch dar !

b) Welcher Wert ergibt sich für die Empfindlichkeit der Brücke im Punkt $U_D=0$?
Vergleichen Sie diesen Wert mit dem nach Gleichung !

4.3 Messung hochohmiger Widerstände

Messen Sie mittels Kondensatorentladung (Bild 8) den hochohmigsten Widerstand R_X !
Bestimmen Sie seinen Wert mittels der Ergebnisse der Aufgabe 3.4 !

Versorgungsspannung : $U_B = 10,0 \text{ V}$

Kondensator : $C = 10 \mu\text{F}$

4.4 Wechselstrombrücken

Bauen Sie mit den vorgegebenen Bauelementen die Schaltung nach Bild 5 auf ! Vorgegeben sei der Widerstand $R_3 = 1,2 \dots k\Omega$. Überlegen Sie, welchen Widerstandswert R_2 annehmen müßte, um einen möglichst genauen Brückenabgleich durchführen zu können!

Bestimmen Sie mit der aufgebauten Schaltung die Blind- und Wirkwiderstände der vorgegebenen 5 Versuchsojekte.

Um welche Bauelemente handelt es sich bei den Versuchsobjekten ?

Hinweise zur Messung:

- Stellen Sie am Funktionsgenerator eine Frequenz von 1 kHz (Sinus) ein. Die Amplitude der Wechselspannung wird auf $\hat{u} = 2 \text{ V}$ eingestellt
- Stellen Sie das als Nullindikator verwendete Oszilloskop auf eine mögliche Betriebsart ein. (beachten Sie hierbei die galvanische Trennung für den Oszilloskopeingang)
- Zum eigentlichen Brückenabgleich sind R und C der vorgegebenen Dekaden wechselseitig solange zu verstellen, bis die Anzeige des Oszilloskops betrags- und phasenmäßig minimal wird. Dabei ist darauf zu achten, daß auch die Empfindlichkeit des "Nullindikators" in geeigneter Weise erhöht wird.

Bauen Sie nun die Schaltung nach Bild 6 auf und bestimmen Sie Blind- und Wirkwiderstände der übrigen Bauelemente. Verfahren Sie nochmals nach den Punkten a) bis c)

4.5 Auswertung

a) Geben Sie die gemessenen Werte von L_x und R_x , oder C_x und R_x an !

Schätzen Sie den jeweiligen Meßfehler von L_x , C_x und R_x ab, indem Sie mit der C - bzw. R - Dekade die abgegliche Brücke soweit verstimmen, daß eine Änderung der Oszilloskopanzeige gerade noch feststellbar ist.

4.6 Vergleichsmessung

Führen Sie mit der automatischen RLC- Meßbrücke PM 6303 A für die 5 ausgemessenen Bauelemente eine Vergleichsmessung durch !

Tragen Sie die mit der Meßbrücke ermittelten Meßwerte in ihr Protokoll ein !

5 Literatur

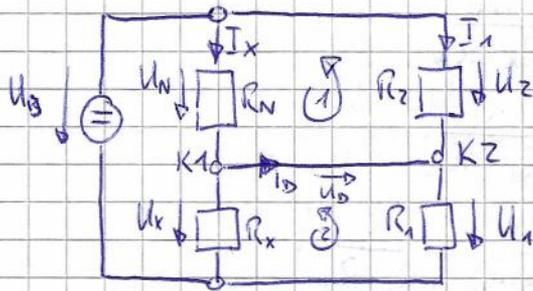
Schmusch, Wolfgang

Elektronische Meßtechnik : Prinzipien, Verfahren, Schaltungen

Vogel Verlag 5. Auflage 2001

3 Versuchsvorbereitung

3.1



$$\textcircled{1} \quad U_N + U_D - U_2 = 0 \quad U_N = U_2 \quad (1)$$

$$U_D = 0$$

$$\textcircled{2} \quad U_x - U_1 - U_D = 0 \quad U_x = U_1 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{U_N}{U_x} = \frac{U_2}{U_1}$$

$$\begin{matrix} K_1 \\ K_2 \end{matrix} \Rightarrow I_D = 0$$

\uparrow
 I_x über R_N und R_x

I_1 über R_2 und R_1

$$U_N = R_N \cdot I_x \text{ usw.}$$

$$\frac{I_x R_N}{I_x R_x} = \frac{I_1 R_2}{I_1 R_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_N}{R_x} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$U_{R_x}^2 = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 U_{R_N}^2 + \left(\frac{R_N}{R_2}\right)^2 U_{R_1}^2 + \left(-\frac{R_N R_1}{R_2^2}\right)^2 U_{R_2}^2 \quad (\checkmark)$$

gesucht ist ΔR_x !

3.3

$$E = \frac{\partial U_D}{\partial R_x} \Rightarrow U_D = U_x - U_1$$

$$U_x = U_B \cdot \frac{R_x}{R_x + R_N}$$

$$U_1 = U_B \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$U_D = U_B \left(\frac{R_x}{R_x + R_N} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)$$

$$E = \frac{\partial U_B \left(\frac{R_x}{R_x + R_N} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right)}{\partial R_x}$$

$$E = U_B \frac{R_N}{(R_x + R_N)^2}$$

$$A = \frac{U_x}{U_B} \quad U_x = R_x \cdot I_x$$

$$A = \frac{R_x \cdot I_x}{U_B} \rightarrow I_x = \frac{A U_B}{R_x}$$

$$U_N = U_B - U_x \rightarrow R_N = \frac{U_N}{I_x} \Rightarrow R_N = \frac{(U_B - U_x) R_x}{A \cdot U_B}$$

$$E = \frac{U_B \cdot \left(\frac{(U_B - U_x) R_x}{A U_B} \right)}{\left(R_x + \frac{(U_B - U_x) R_x}{A \cdot U_B} \right)^2}$$

$$= \frac{(U_B - U_x) R_x}{A} \cdot \frac{1}{R_x^2 + 2 R_x \frac{(U_B - U_x) R_x}{A U_B} + \frac{(U_B - U_x)^2 R_x^2}{A^2 \cdot U_B^2}}$$

$$= \frac{(U_B - U_x) R_x}{R_x^2 A + 2 R_x \frac{(U_B - U_x) R_x A}{A \cdot U_B} + \frac{(U_B - U_x)^2 R_x^2 \cdot A}{A^2 \cdot U_B^2}}$$

$$E = \frac{(U_B - U_x) R_x}{R_x^2 \left(A + 2 \frac{(U_B - U_x) R_x}{U_B} + \frac{(U_B - U_x)^2}{A \cdot U_B^2} \right)}$$

$$= \frac{U_B - U_x}{R_x \left(A + 2 - \frac{2U_x}{U_B} + \frac{U_B^2 - 2U_B U_x + U_x^2}{A U_B^2} \right)}$$

$$= \frac{U_B - U_x}{R_x \left(A + 2 - \frac{2U_x}{U_B} + \frac{1}{A} - \frac{2U_x}{A U_B} + \frac{U_x^2}{A U_B^2} \right)}$$

$$A = \frac{U_x}{U_B}$$

$$= \frac{U_B - U_x}{R_x \left(A + 2 - 2A + \frac{1}{A} - 2\frac{A}{A} + \frac{A^2}{A} \right)}$$

$$= \frac{U_B - U_x}{R_x \cdot \frac{1}{A}}$$

$$= \frac{U_B U_x}{R_x U_B} - \frac{U_x U_x}{R_x U_B}$$

$$U_B = \frac{U_x}{A}$$

$$U_x = \frac{U_B}{\frac{1}{A}} = U_B A$$

$$= \frac{U_B}{R_x} A - \frac{U_x U_B A}{R_x U_B}$$

$$= \frac{U_B}{R_x} A - \frac{U_B A A}{R_x}$$

$$E = \frac{U_B}{R_x} A (1 - A) = \frac{U_x}{R_x} (1 - A)$$

$$\frac{dE}{dA} = \frac{U_B}{R_x} (1-A) + \frac{U_B}{R_x} A (-1)$$

$$= \frac{U_B}{R_x} - \frac{U_B}{R_x} A + \left(-\frac{U_B}{R_x} A\right)$$

$$= \frac{U_B}{R_x} (1-2A) \quad \text{Ableitung} = 0 \rightarrow \text{Extremwert}$$

$$1-2A=0$$

$$A = \frac{1}{2}$$

Steigt die Versorgungsspannung, steigt die Empfindlichkeit

$$E = \frac{U_B}{R_x} A(1-A)$$

$$A = 0,5$$

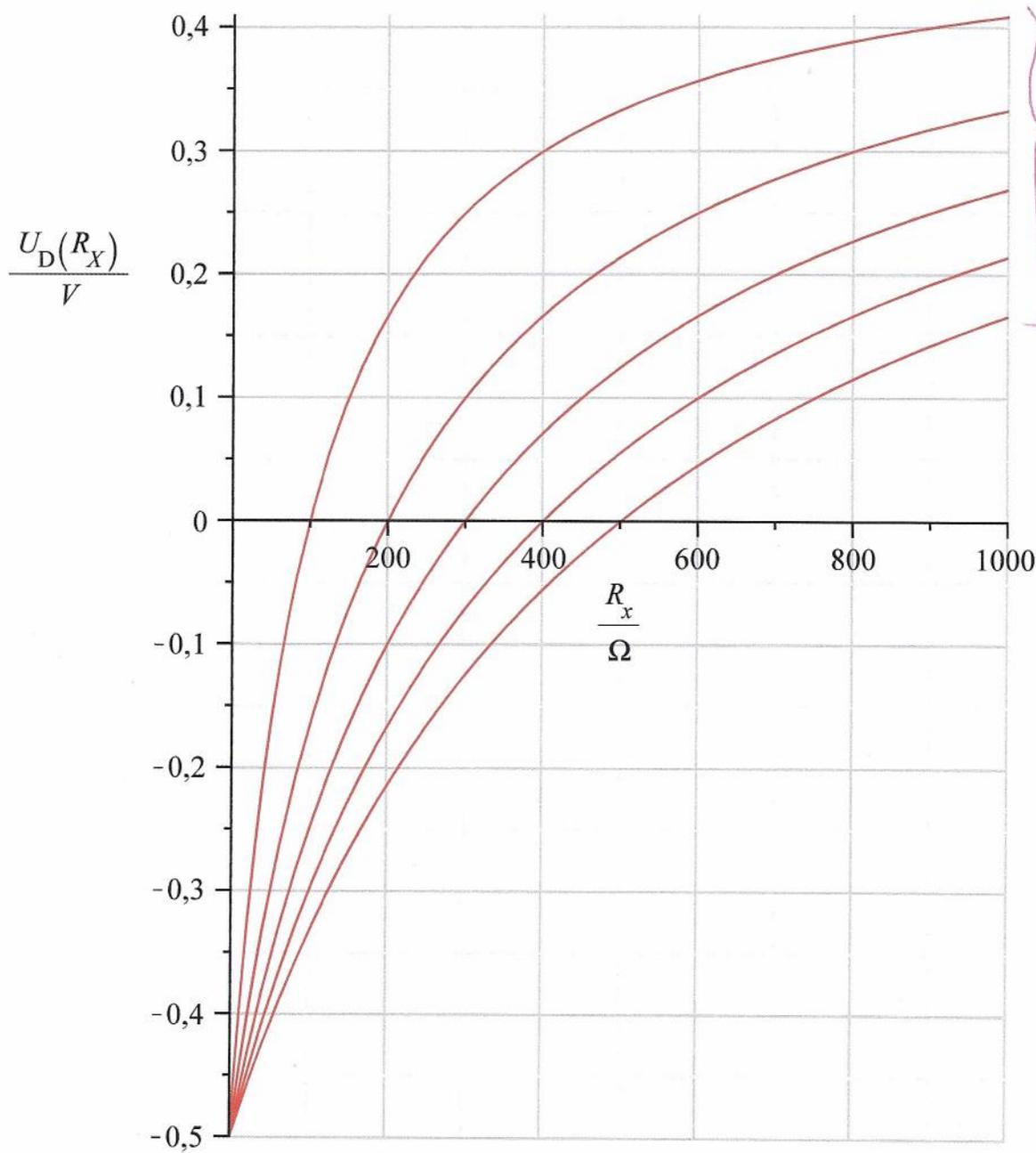
$$U_B = 2V$$

$$R_x = 10k\Omega$$

$$= \frac{2V}{10k\Omega} = 0,5(0,5)$$

$$= 50 \frac{mV}{k\Omega}$$

3.2



$\frac{U_D(R_x)}{V}$

500

(16)

3.4.	$\sqrt{I_{11}}$	u_1	mit R_x
	$\sqrt{I_{12}}$	u_1	ohne R_x
	$\sqrt{I_{21}}$	u_2	mit R_x
	$\sqrt{I_{22}}$	u_2	ohne R_x

$$(1) \quad u_1 = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{11}}}{R_x R_i} C} = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{11}} (R_x + R_i)}{R_x R_i C}}$$

$$(2) \quad u_1 = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{12}}}{R_i C}}$$

$$(3) \quad u_2 = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{21}}}{R_x R_i} C} = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{21}} (R_x + R_i)}{R_x R_i C}}$$

$$(4) \quad u_2 = U_B \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{22}}}{R_i C}}$$

$$\frac{(2)}{(4)} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{U_B}{U_B} \cdot e^{-\frac{\sqrt{I_{12}}}{R_i C}} \cdot e^{\frac{\sqrt{I_{22}}}{R_i C}} = e^{\frac{\sqrt{I_{22}}}{R_i C} - \frac{\sqrt{I_{12}}}{R_i C}}$$

$$\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) = \frac{\sqrt{I_{22}}}{R_i C} - \frac{\sqrt{I_{12}}}{R_i C}$$

$$\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) = \frac{1}{R_i C} (\sqrt{I_{22}} - \sqrt{I_{12}})$$

$$R_i = \frac{\sqrt{I_{22}} - \sqrt{I_{12}}}{C \cdot \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right)}$$

$$\frac{(1)}{(3)} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{u_1}{u_2} \cdot e^{\frac{v_{21}(R_x + R_i)}{R_x R_i C} - \frac{v_{11}(R_x + R_i)}{R_x R_i C}}$$

$$\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) = \frac{v_{21}(R_x + R_i) - v_{11}(R_x + R_i)}{R_x R_i C} = \frac{(v_{21} - v_{11})(R_x + R_i)}{R_x R_i C}$$

$$\frac{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) \cdot C}{v_{21} - v_{11}} = \frac{R_x + R_i}{R_x \cdot R_i} = \frac{R_x}{R_x R_i} + \frac{R_i}{R_x R_i}$$

$$\frac{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C}{v_{21} - v_{11}} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_x}$$

$$\frac{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) \cdot C}{v_{21} - v_{11}} - \frac{1}{R_i} = \frac{1}{R_x}$$

$$\frac{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C R_i - v_{21} + v_{11}}{R_i (v_{21} - v_{11})} = \frac{1}{R_x}$$

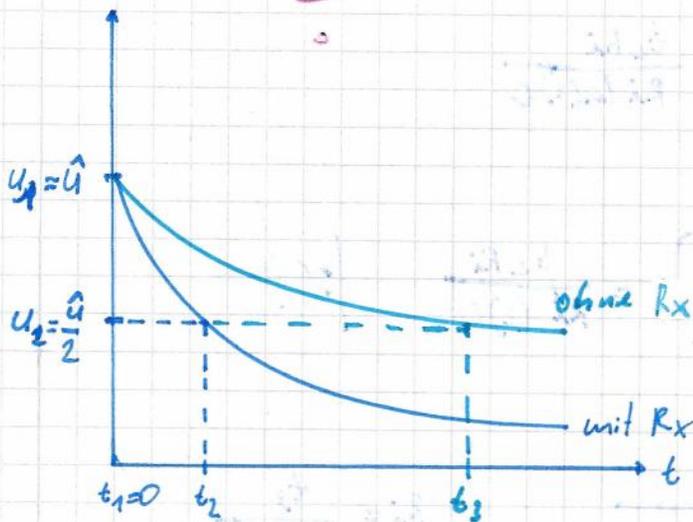
$$R_x = \frac{R_i (v_{21} - v_{11})}{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C R_i - v_{21} + v_{11}}$$

$$R_x = \frac{(v_{21} - v_{11})(v_{22} - v_{12})}{\left(\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C \frac{v_{22} - v_{12}}{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C} - v_{21} + v_{11}\right) \cdot \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C}$$

$$R_x = \frac{(v_{21} - v_{11})(v_{22} - v_{12})}{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) C (v_{22} - v_{12} - v_{21} + v_{11})}$$

3.5.

Eine Vereinfachung würde eine Messung über die Halbwertszeit ermöglichen.



$U_0 \hat{=}$ Spannung des voll geladenen Kondensators.

$$\frac{\hat{U}}{2} = \hat{U} \cdot e^{-\frac{t_2 - t_1}{\tau}} = \frac{\hat{U}}{2} = \hat{U} \cdot e^{-\frac{t_2}{\tau}} \quad | : \hat{U} \quad | \ln$$

$$\ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{t_2}{\tau}$$

$$\tau = \frac{t_2}{\ln(2)} \quad \rightarrow \quad RC = \frac{t_2}{\ln(2)} \quad \rightarrow \quad R = \frac{t_2}{C \cdot \ln(2)}$$

Daraus folgt:

$$\frac{R_i \cdot R_x}{R_i + R_x} = \frac{t_2}{\ln(2) \cdot C} \quad R_i = \frac{t_3}{\ln(2) \cdot C}$$

$$\frac{R_i R_x}{R_i + R_x} = \frac{t_2}{\ln(2) \cdot C} \quad | \cdot (R_i + R_x)$$

$$R_i R_x = \frac{t_2 (R_i + R_x)}{\ln(2) \cdot C} = \frac{t_2 R_i + t_2 R_x}{\ln(2) \cdot C} \quad | : R_i$$

$$R_x = \frac{t_2 R_i + t_2 R_x}{R_i \ln(2) C} \quad \Bigg| \quad - \frac{t_2 R_x}{R_i \ln(2) C}$$

$$R_x - \frac{t_2 R_x}{R_i \ln(2) C} = \frac{t_2 R_i}{R_i \ln(2) C}$$

$$R_x \left(1 - \frac{t_2}{R_i \ln(2) C} \right) = \frac{t_2}{\ln(2) C} \quad | : ()$$

$$R_x = \frac{\frac{t_2}{\ln(2) C}}{1 - \frac{t_2}{R_i \ln(2) C}} \quad \Bigg| \quad R_i = \frac{t_3}{\ln(2) C}$$

$$R_x = \frac{\frac{t_2}{\ln(2) C}}{1 - \frac{t_2}{t_3}} = \frac{\frac{t_2}{\ln(2) C}}{\frac{t_3 - t_2}{t_3}}$$

$$\underline{\underline{R_x = \frac{t_2 t_3}{\ln(2) C (t_3 - t_2)}}}$$

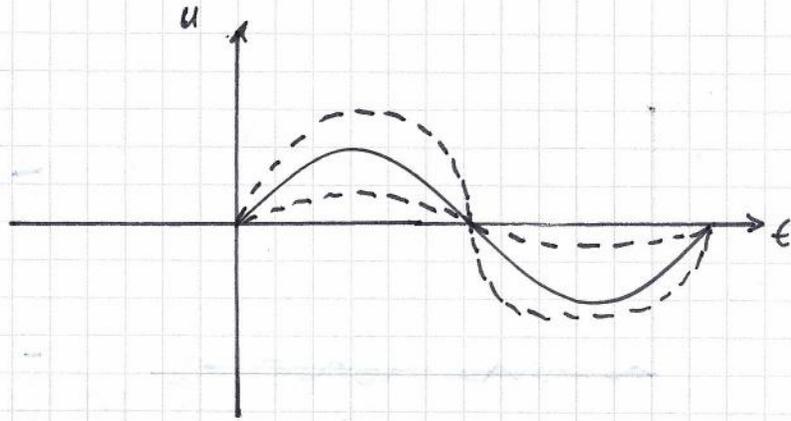
Ist das nun wirklich einfacher?

c) Die Diagonalspannung kann mittels eines Trenntransformators abgegriffen werden.

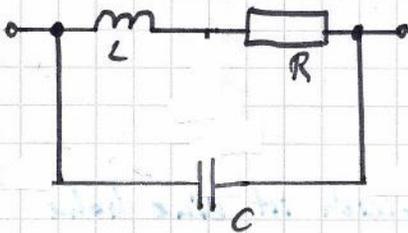


d)

Phase Z



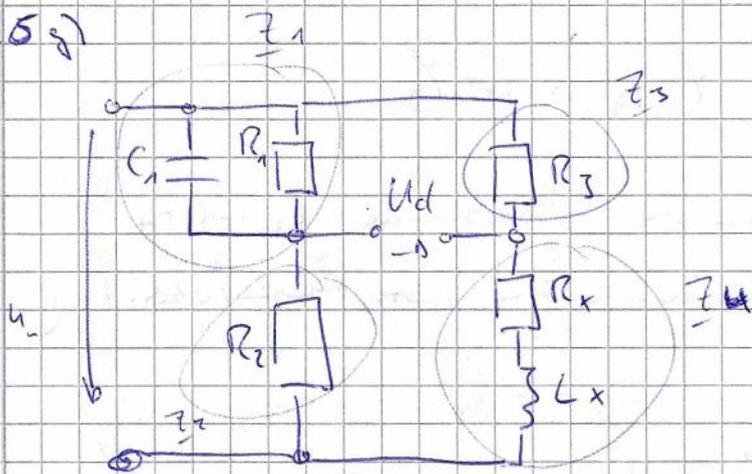
e)



Ursachen Z

(f) Z

3.5 g)



$$\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3$$

$$\underline{Z}_1 = \frac{1}{\underline{Y}_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + j\omega C_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2$$

$$\underline{Z}_4 = R_x + j\omega L_x$$

$$\underline{Z}_3 = R_3$$

$$R_x + j\omega L_x = R_2 R_3 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + j\omega C_1 \right)$$

$$\operatorname{Re}\{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4\} = \operatorname{Re}\{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3\}$$

Realteil und

$$\operatorname{Im}\{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_4\} = \operatorname{Im}\{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3\}$$

Imaginärteil müssen abgeglichen sein.

Realteil:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_1}$$

Imaginärteil:

$$\omega L_x = R_2 R_3 \omega C_1$$

$$L_x = R_2 R_3 C_1$$

h) Ist die Messbrücke abgeglichen, dann ändern Frequenz-, Brückenbetriebsspannungsänderungen nichts mehr am Abgleichzustand.

j) Abgleichbedingung: $\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$

ohmsche Widerstände Z_2 und Z_3
 beide verursachen keine Phasenverschiebung

$$\varphi_1 = -\varphi_4$$

Naja, doch aber diagonal versetzt!?

Beide Kapazitäten bewirken eine Phasenverschiebung in die gleiche Richtung. Eine Aufhebung ist dadurch nicht möglich.

k) Absoluter "Fehler" bzw. Messunsicherheit gibt an um welchen Wert ein, bezogen auf den systematischen Fehler, korrigiertes Messergebnis schwanken kann. Der relative "Fehler" bzw. Messunsicherheit ist der absolute "Fehler" bzw. Messunsicherheit geteilt durch das Messergebnis. Hiermit handelt es sich also um einen Prozentwert welchen der Fehler vom Messergebnis annehmen kann.

* Der maximale "Fehler", bzw. die maximale Messunsicherheit gibt den höchst-erreichbaren Fehler an. Er gibt die obere bzw. untere Grenze des Toleranzbereiches an.

"Fehler" bei der Ermittlung mit Debeden ergeben sich durch die Stufenanzahl. Der Fehler ist der Abstand zwischen den Stufen. Da es eine worst-case Abschätzung wäre sich die "Fehler" der einzelnen Merkmale addieren.

* Formel?

3.7.

Die galvanische Trennung ist eine Entkopplung zweier Stromkreise. Die Stromkreise sind miteinander verbunden, haben aber kein gemeinsames Bezugspotential. Für solche eine Trennung, lassen sich folgende Bauteile verwenden:

- Trenntransformator (Verbindung durch Magnetfeld)
- Optokoppler (Verbindung durch Licht)
- Kondensator (Verbindung durch Ladungsverchiebung)

3.8.

Bei gleichzeitigem Anschluss von Generator und Oszilloskop an unterschiedlichen Stellen in der Schaltung, würde die gemeinsame Masseverbindung unterschiedliches Potential aufweisen, was zu einem Kurzschluss führen würde.

4)

u.1.) $R_1 = 1,256 \text{ k}\Omega$

$R_2 = 1,242 \text{ k}\Omega$

$R_x'' = ?$ $R_N = 10,14 \text{ k}\Omega$

$R_x'' = \frac{R_N R_1}{R_2} = 10,25 \text{ k}\Omega$

$R_x' = ?$ $R_N = 102 \Omega$

$R_x' = \frac{R_N R_1}{R_2} = 103,15 \Omega$

$R_x''' = ?$ $R_N = 1,017 \text{ m}\Omega$

$R_x''' = 1,028 \text{ m}\Omega$

Entsprechend der Kennlinie ist der R_x''' (= $\text{m}\Omega$ -Bereich) nicht geeignet für das Verfahren, da = $\text{m}\Omega$ -Bereich kann noch Änderungen in der Diagonalspannung aufheben (Sättigung).

u.2.)

$E = \frac{U_B}{R_x} \cdot A \cdot (1 - A)$

$A = \frac{U_x}{U_B} = \frac{U_B}{2U_B} = \frac{1}{2}$

$E = \frac{1U_B}{4 R_x}$

$R_x = \frac{R_1}{R_2} \cdot R_N = \frac{1,256 \text{ k}\Omega}{1,242 \text{ k}\Omega} \cdot 10,14 \text{ k}\Omega$

$R_x = 10,25 \text{ k}\Omega$

$E = \frac{2V}{4 \cdot 10,25 \text{ k}\Omega}$

$E = 48,78 \cdot 10^{-6} \frac{V}{\Omega}$

u.S.

$$u_1 = 1,8V$$

$$C = 10\mu F$$

$$u_2 = 0,7V$$

$$t_{11} = 2s$$

$$t_{12} = 18s$$

$$t_{21} = 11s$$

$$t_{22} = 126s$$

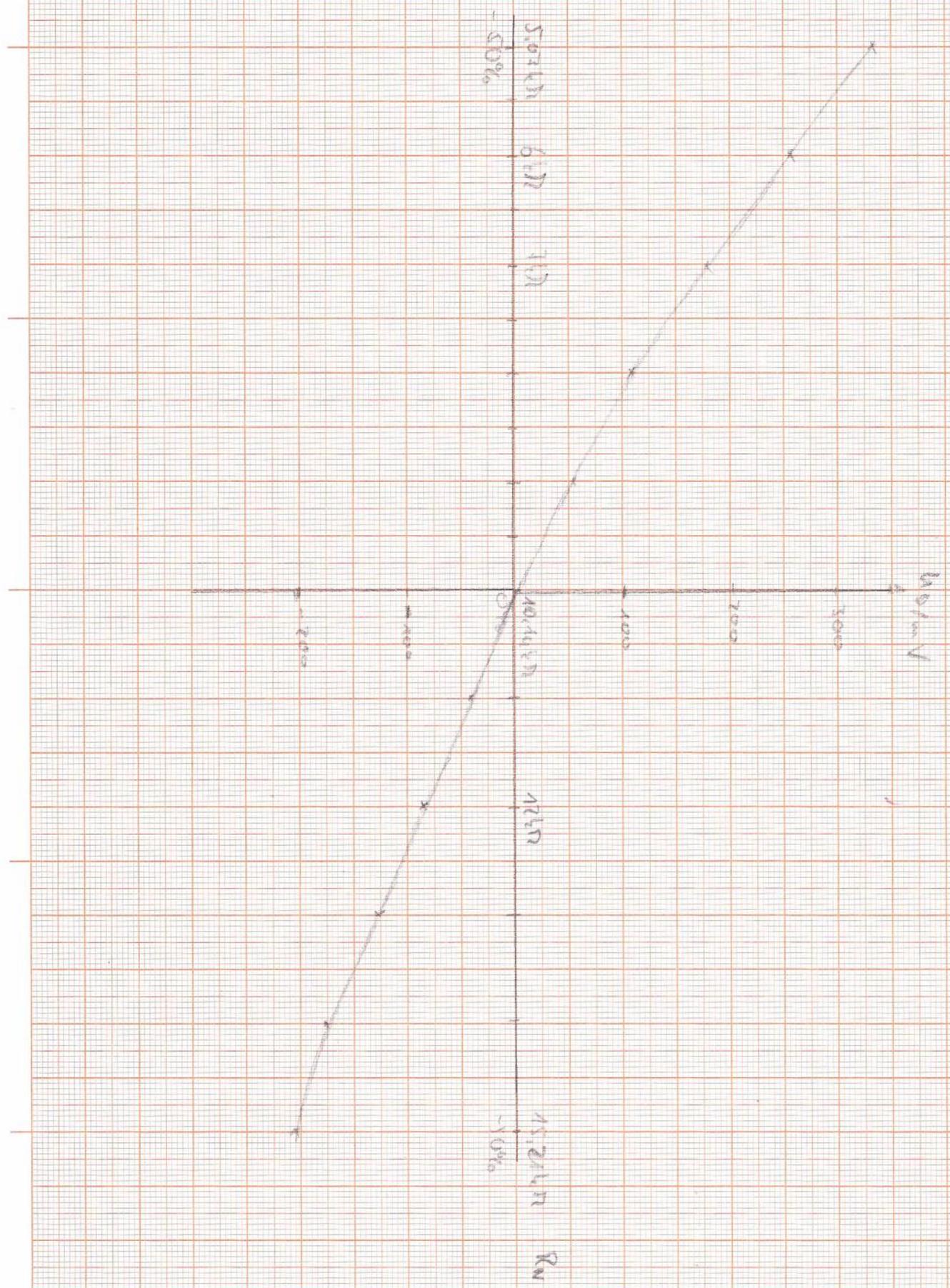
$$R_1 = \frac{t_{22} - t_{12}}{C \cdot \ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right)} = \frac{126s - 18s}{10\mu F \cdot \ln\left(\frac{1,8V}{0,7V}\right)} = 11,44M\Omega$$

$$R_x = \frac{(t_{21} - t_{11})(t_{22} - t_{12})}{\ln\left(\frac{u_1}{u_2}\right) \cdot C (t_{22} - t_{12} - t_{21} + t_{11})}$$

$$= \frac{(11s - 2s)(126s - 18s)}{\ln\left(\frac{1,8V}{0,7V}\right) \cdot 10\mu F (126s - 11s - 18s + 2s)}$$

$$= 1,0386M\Omega$$

4.2.



4h. Versuchsobjekt 5

RLC π B
6303A

$$C_1 = 7,1 \mu\text{F} \quad \pm 0,1 \mu\text{F}$$

$$11,2 \text{ mH}$$

$$R_1 = \frac{100 \text{ k}\Omega}{130} \quad \pm 3 \text{ k}\Omega$$

$$17,5 \Omega$$

Versuchsobjekt 3

5

$$R_1 = 310 \text{ k}\Omega \quad \pm 20 \text{ k}\Omega$$

$$5,03 \Omega$$

$$C_1 = 0 \text{ F}$$

$$195,7 \mu\text{H}$$

#

Versuchsobjekt 4

$$R_1 = 3 \text{ k}\Omega \quad \pm 100 \Omega$$

$$0,4 \Omega$$

$$C_1 = 4,22 \mu\text{F} \quad \pm 1 \mu\text{F}$$

$$4,24 \mu\text{F}$$

Versuchsobjekt 2

6

$$R_1 = 5 \text{ k}\Omega \quad \pm 2 \Omega$$

$$2,87 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 0 \text{ F}$$

$$0$$

Versuchsobjekt 1

$$C_1 = 2,1 \mu\text{F} \quad \pm 1 \mu\text{F}$$

$$2,1 \mu\text{F}$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad \pm 200 \Omega$$

$$0,2 \Omega$$

4.4.
4.5. 14.6.

Versuchsobjekt 5

$$C_1 = 7,1 \mu\text{F} \pm 0,1 \mu\text{F}$$

$$R_1 = 130 \text{ k}\Omega \pm 3 \text{ k}\Omega$$

$$L_x = 1,256 \text{ k}\Omega \cdot 1,242 \text{ k}\Omega \cdot 7,1 \mu\text{F}$$

$$L_x = 11,1 \text{ mH}$$

$$L_{x \text{ gemessen}} = 11,2 \text{ mH}$$

$$R_x = 12 \Omega$$

$$R_{x \text{ gemessen}} = 12,5 \Omega$$

} Spule

Versuchsobjekt 3:

$$R_1 = 310 \text{ k}\Omega \pm 20 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 0 \text{ F}$$

$$R_x = 5 \Omega$$

$$R_{x \text{ gemessen}} = 5,03 \Omega$$

$$L_x = 0 \text{ H}$$

$$L_{x \text{ gemessen}} = 195,7 \mu\text{H}$$

} ohmscher Widerstand

Versuchsobjekt 4

$$R_1 = 3 \text{ k}\Omega \pm 100 \Omega$$

$$C_1 = 4,22 \mu\text{F} \pm 1 \mu\text{F}$$

$$R_x = 0,12 \Omega$$

$$R_{x \text{ gemessen}} = 0,4 \Omega$$

$$C_x = 4,17 \mu\text{F}$$

$$C_{x \text{ gemessen}} = 4,24 \mu\text{F}$$

} Kondensator

Versuchsobjekt 2

$$R_1 = 3 \text{ k}\Omega \pm 2 \Omega$$

$$C_1 = 0 \text{ F}$$

$$R_x = 3,034 \text{ k}\Omega$$

$$C_x = 0 \text{ F}$$

$$R_{x \text{ gemessen}} = 2,87 \text{ k}\Omega$$

$$C_{x \text{ gemessen}} = 0 \text{ F}$$

} ohmscher
Widerstand

Versuchsobjekt 1

$$C_1 = 2,1 \mu\text{F} \pm 1 \mu\text{F}$$

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \pm 200 \Omega$$

$$R_x = 0,15 \Omega$$

$$R_{x \text{ gemessen}} = 0,2 \Omega$$

$$C_x = 2,08 \mu\text{F}$$

$$C_{x \text{ gemessen}} = 2,1 \mu\text{F}$$

} Kondensator