

# 8 Messung von Strom und Spannung

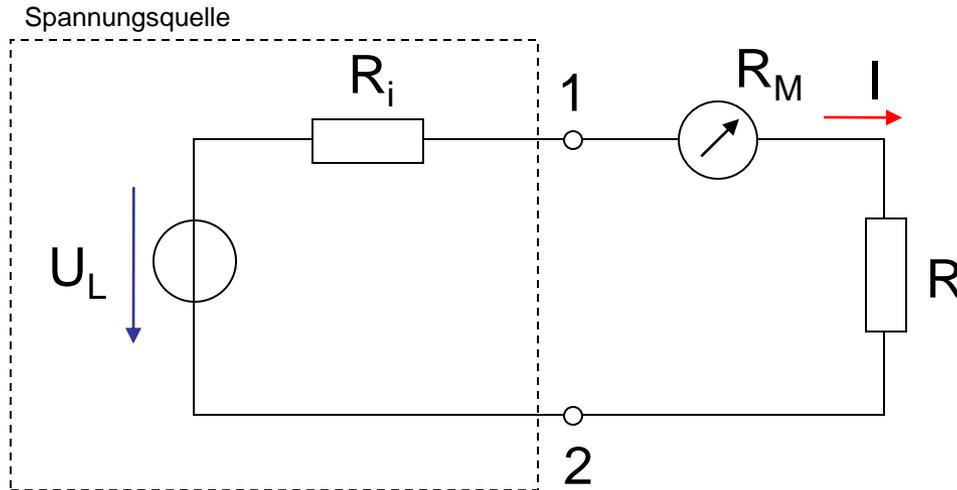
---

# Überblick

---

- Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung
  - Grundsaltungen
  - Schaltungen zum Management des Messbereichs
  - Überlastschutz
- Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung
  - Beschreibung der Wechselgrößen
  - Messschaltungen
  - Messwandler
- Multimeter

# Grundschialtung Strommessung



$$I_R = \frac{U_L}{R_i + R} \quad \text{ohne Messgerät}$$

$$I_M = \frac{U_L}{R_i + R + R_M}$$

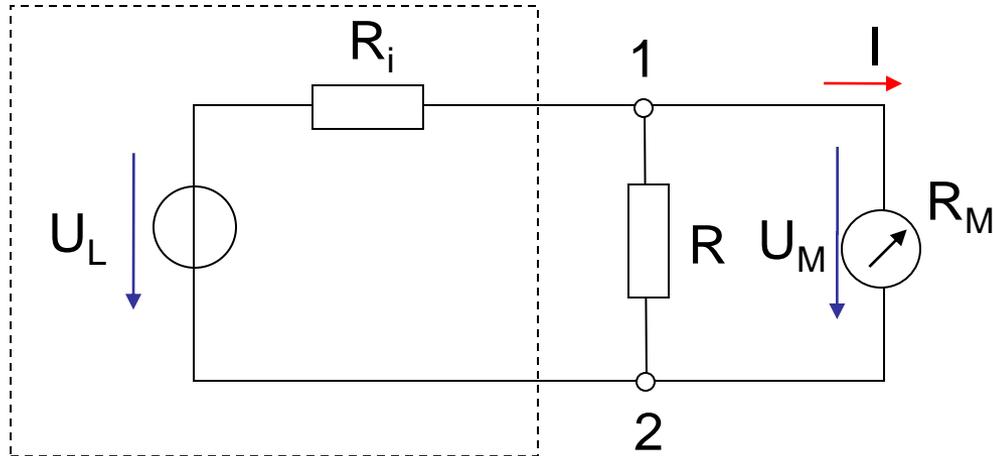
systematische (!)  
Messabweichung:

$$e = -I_R \frac{R_M}{R_i + R + R_M}$$

Relative Messabweichung: 
$$e_{\text{rel}} = \frac{e}{I_R} = -\frac{R_M}{R_i + R + R_M}$$

→ Ströme müssen niederohmig ( $R_M \rightarrow 0$ ) gemessen werden

# Grundschialtung Spannungsmessung



$$IR_i + IR_M - U_L = 0 \quad \text{Maschenregel (ohne R)}$$

$$U_M = U_L - IR_i$$

Relative systematische (!)  
Messabweichung

$$e_{\text{rel}} = -\frac{R \parallel R_i}{R_M + R \parallel R_i}$$

→ Spannungen müssen hochohmig ( $R_M \rightarrow M\Omega$ s) gemessen werden

# Bestimmung Innenwiderstand einer Quelle

Strommessung

$$I_K = \frac{U_L}{R_i}, \text{ für } R = 0$$

$$I_M = \frac{U_L}{R_i + R_M}$$

$$\frac{I_M}{I_K} = \frac{U_L R_i}{U_L (R_i + R_M)} = \frac{1}{1 + \frac{R_M}{R_i}}$$

Spannungsmessung

$$U_L = I(R_i + R_M), \text{ für } R = \infty$$

$$U_M = IR_M$$

$$\frac{U_M}{U_L} = \frac{IR_M}{I(R_i + R_M)} = \frac{1}{1 + \frac{R_i}{R_M}}$$

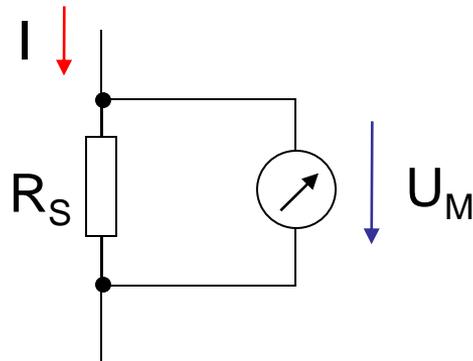
→ Bestimmung des Quellen-Innenwiderstands:

- Messung der Leerlaufspannung und des Kurzschlussstroms (theoret.)
- Messung des Quellenstroms  $I$  als Funktion v.  $R_M^*$
- Messung der Quellenspannung  $U$  als Funktion v.  $R_M^*$

\* Veränderung des Widerstands  $R_M$  durch Reihenschaltung zum Messwerk

# Strommessung mittels Stromfühler (shunt)

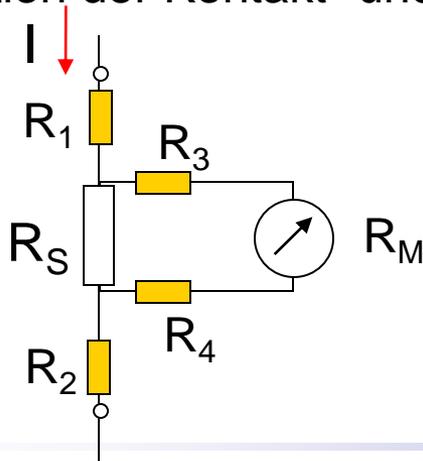
Messziel: Bestimmung eines Stroms durch Messung einer Spannung  
Anwendung: Messung sehr großer Ströme



$$I = \frac{U_M}{R_S}$$

$$R_S = 10^{-2} \dots 10^{-3} \Omega \ll R_M$$

Kompensation der Kontakt- und Übergangswiderstände durch Vierleitertechnik



$U_{R1}, U_{R2}$  werden nicht erfasst

$$R_3, R_4 \ll R_M \rightarrow U_M = U_{RS}$$

$$\longrightarrow I = \frac{U_M}{R_S}$$

# Messbereichsmanagement

## Umschaltbare Strombereiche

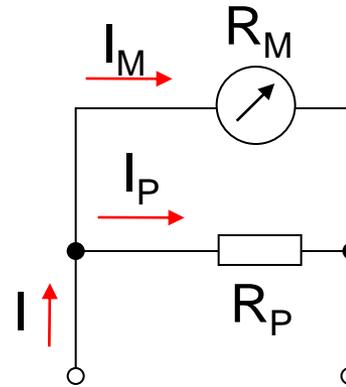
$$I = I_P + I_M$$

$$U_M = U_P$$

$$R_M I_M = R_P I_P = R_P (I - I_M)$$

$$R_P = R_M \frac{I_{max}}{I - I_{max}}$$

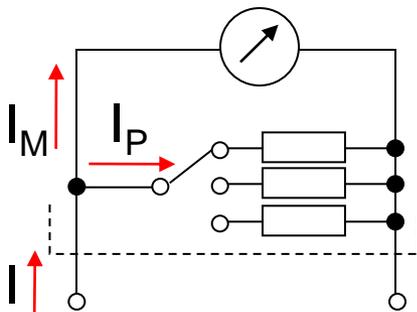
I → erweiterter Strom-Messbereich



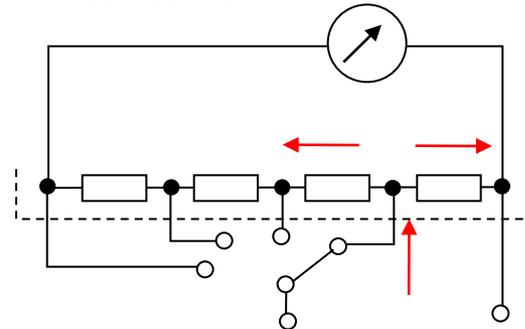
Innen-  
widerstand des  
Messsystems:

$$R_i = R_M \left( \frac{I_{max}}{I} \right)$$

## Schaltung zur Kompensation der Schaltkontaktwiderstände



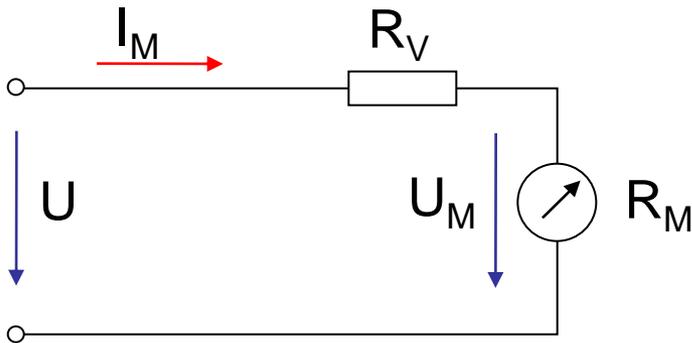
unkompensiert



kompensiert

# Messbereichsmanagement

## Umschaltbare Spannungsbereiche



Vorwiderstand zur Spannungsteilung

$$\frac{U_{max}}{U} = \frac{R_M}{R_V + R_M}$$

$$R_V = R_M \left( \frac{U - U_{max}}{U_{max}} \right)$$

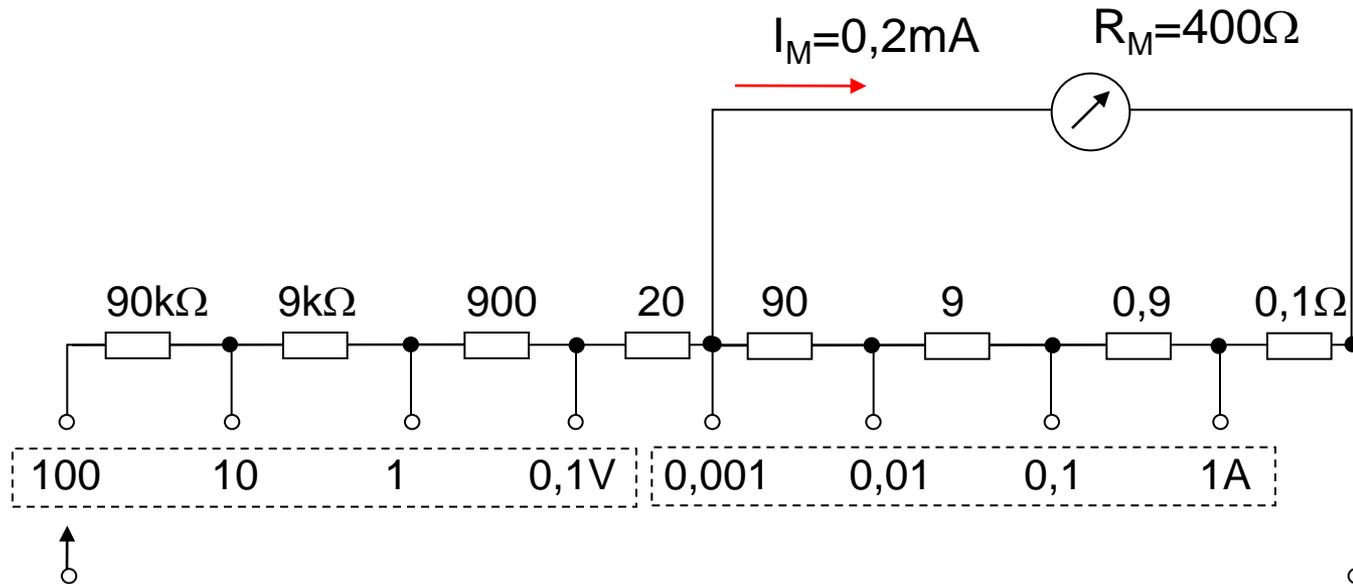
$U \rightarrow$  erweiterter Spannungsmessbereich

Innenwiderstand des Messsystems  
(Angabe in  $k\Omega/V$ , bezogen auf Skalenendwert)

$$R_i = R_V + R_M = R_M \left( \frac{U}{U_{max}} \right)$$

# Messbereichsmanagement

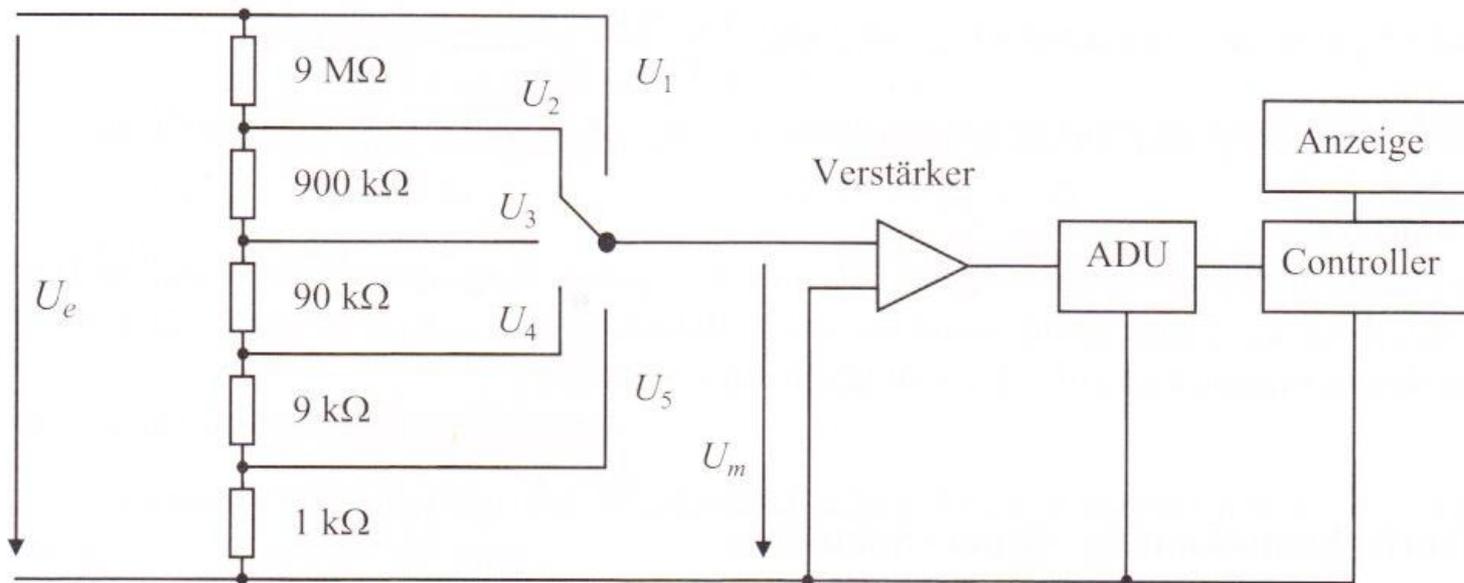
## Strom-Spannung-Mehrfachumschaltung



direkt wirkende Messwerke:

Widerstandsnetzwerk muss an den Innenwiderstand des Messwerkes angepasst werden

# Messbereichsmanagement bei DVM

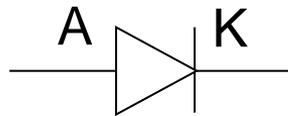


- Verstärker → hochohmiger Eingang ( $\gg 1\text{M}\Omega$ )
- keine Anpassung an Innenwiderstand nötig
- Eingangswiderstand unabhängig vom Messbereich

# Überlastschutz

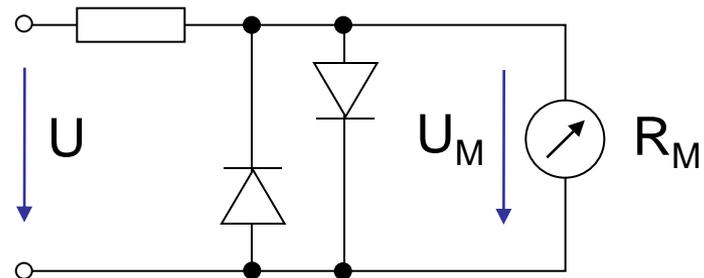
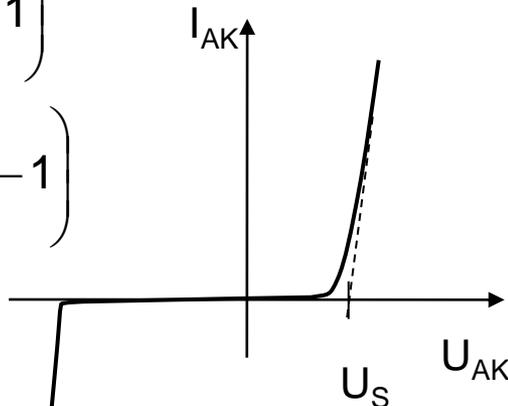
Ziel: Schutz des Messwerks vor Überspannung

Halbleiterdiode



$$I = I_s(T) \left( e^{\frac{e_0 U_{AK}}{kT}} - 1 \right)$$

$$I = I_s(T) \left( e^{\frac{U_{AK}}{25,5\text{mV}}} - 1 \right)$$



Spannungsbegrenzung:

$$|U_M| \leq U_S$$

# Überblick

---

- Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung
  - Grundsaltungen
  - Schaltungen zum Management des Messbereichs
  - Überlastschutz
- Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung
  - Beschreibung der Wechselgrößen
  - Messschaltungen
  - Messwandler
- Multimeter

Teil 1

# Wechselgrößen Grundlagen

Zeitlich periodische Spannung (Strom) mit der Periodendauer T:  $u(t)$

Gleichanteil: 
$$\bar{u} = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt$$

Scheitelwert: 
$$\hat{U} = |u(t)|_{max}$$

Scheitelfaktor: 
$$S = \frac{\hat{U}}{U_{eff}}$$

Gleichrichtwert: 
$$|\bar{u}| = \frac{1}{T} \int_0^T |u(t)| dt$$

Formfaktor: 
$$F = \frac{U_{eff}}{|\bar{u}|}$$

Effektivwert: 
$$U_{eff} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (u(t))^2 dt}$$

Effektivwert einer Mischspannung 
$$U_{eff,ges} = \sqrt{U_-^2 + U_{eff,\sim}^2}$$

# Grundlagen

Sinusförmige Spannung:  $u(t) = \hat{U} \sin(\omega t)$  (ohne offset)

Gleichanteil:  $\overline{u(t)} = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{U} \sin(\omega t) dt = 0$

Scheitelfaktor:  
(Crest-Faktor)

$$S = \frac{\hat{U}}{U_{\text{eff}}} = \sqrt{2} = 1,414$$

Scheitelwert:  
(Spitzenwert einer  
Mischgröße)

$$\hat{U} = |u(t)|_{\text{max}}$$

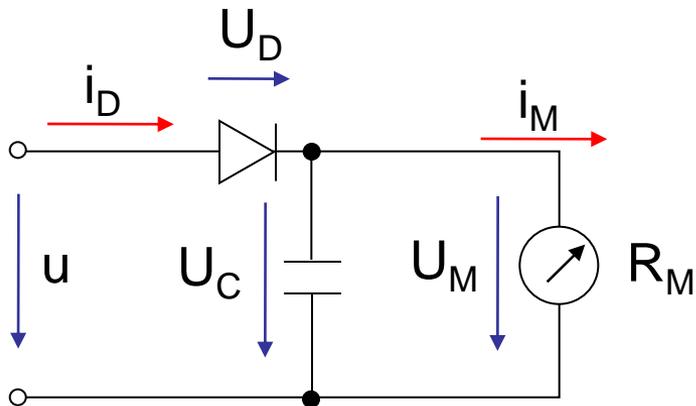
Formfaktor:

Gleichrichtwert:  $|\overline{u(t)}| = \frac{1}{T} \int_0^T |\hat{U} \sin(\omega t)| dt = \frac{2}{\pi} \hat{U}$

$$F = \frac{U_{\text{eff}}}{|\overline{u}|} = \frac{1/\sqrt{2}}{2/\pi} = 1,111$$

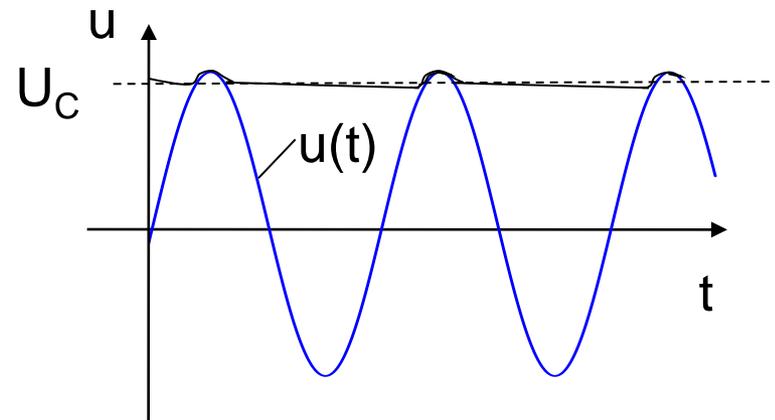
Effektivwert:  $U_{\text{eff}} = U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (\hat{U} \sin(\omega t))^2 dt} = \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{U}$

# Spitzenwertmessung



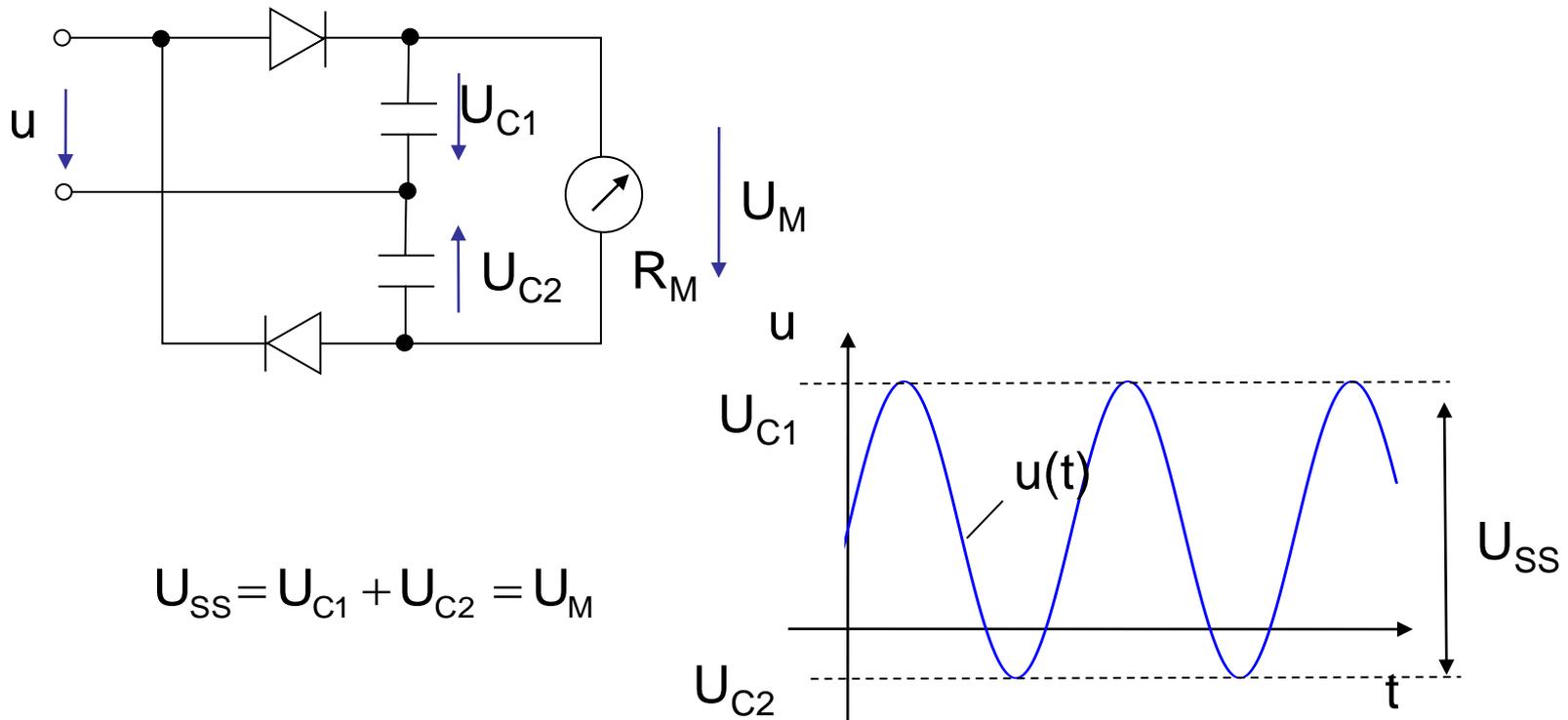
$$\hat{U} = U_C + U_D$$

$$\hat{U} \approx U_C$$



Messergebnis: positiver Scheitelwert  
Negativer Scheitelwert: Diode umpolen

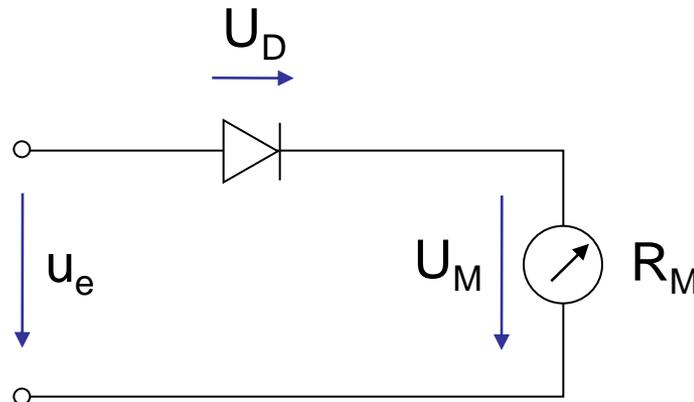
# Messung des Spitze-Spitze-Wertes



unter Vernachlässigung der Diodenspannungen

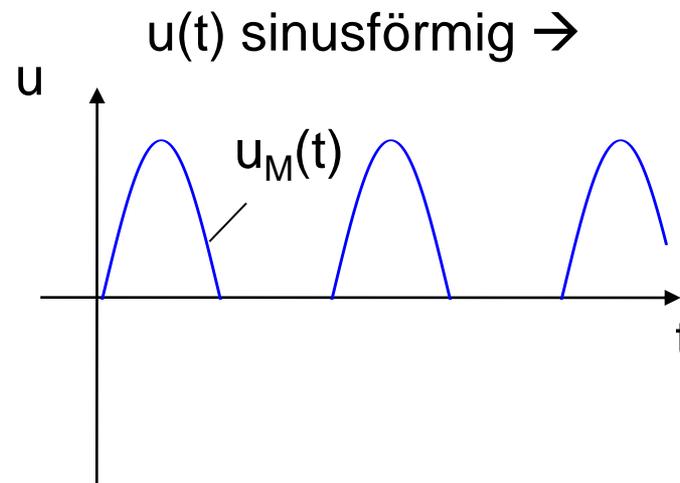
# Messung des Gleichrichtwertes

## Einweggleichrichtung



$u(t)$  sinusförmig  $\rightarrow$

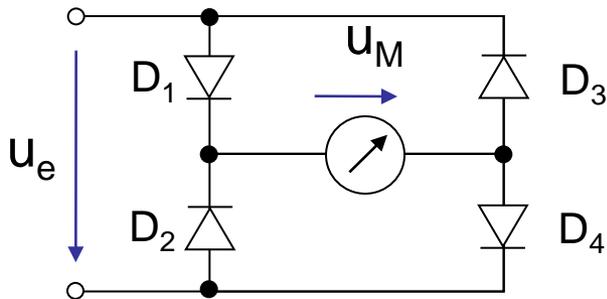
$$\overline{u_M} = \frac{1}{2} |\overline{u_e}|$$



Vernachlässigung der Diodenspannung & Nichtlinearität  
( $R_M \gg R_D$ )

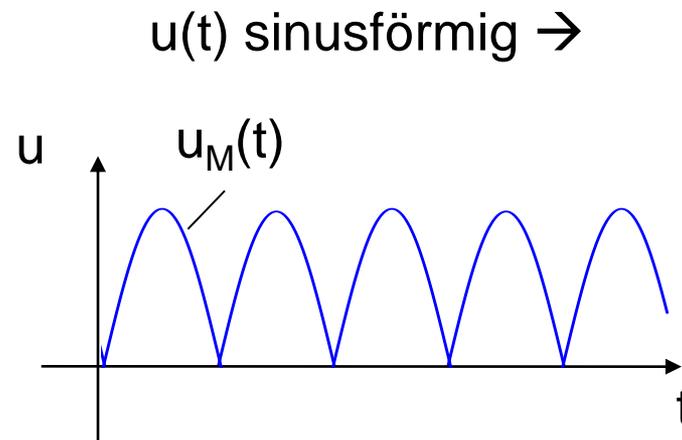
# Messung des Gleichrichtwertes

Vollweggleichrichtung Beispiel: Graetz-Brücke



$$u_e > 0 \rightarrow u_M = u_e$$

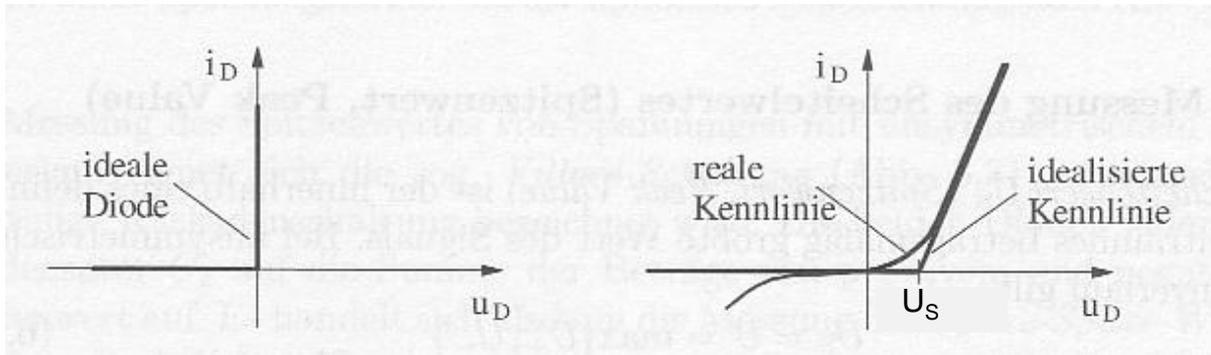
$$u_e < 0 \rightarrow u_M = -u_e$$



Vernachlässigung der Dioden-Nichtlinearität !

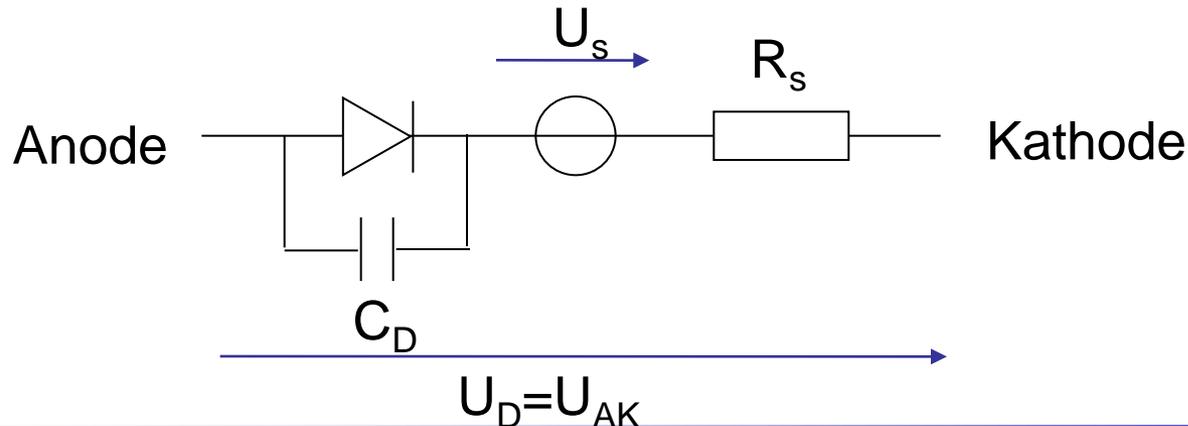
# Einfluss der nichtlinearen Diodenkennlinie

## ■ ideale vs. reale Kennlinie



Silizium:  $U_S=0,7V$   
Germanium:  $U_S=0,3V$

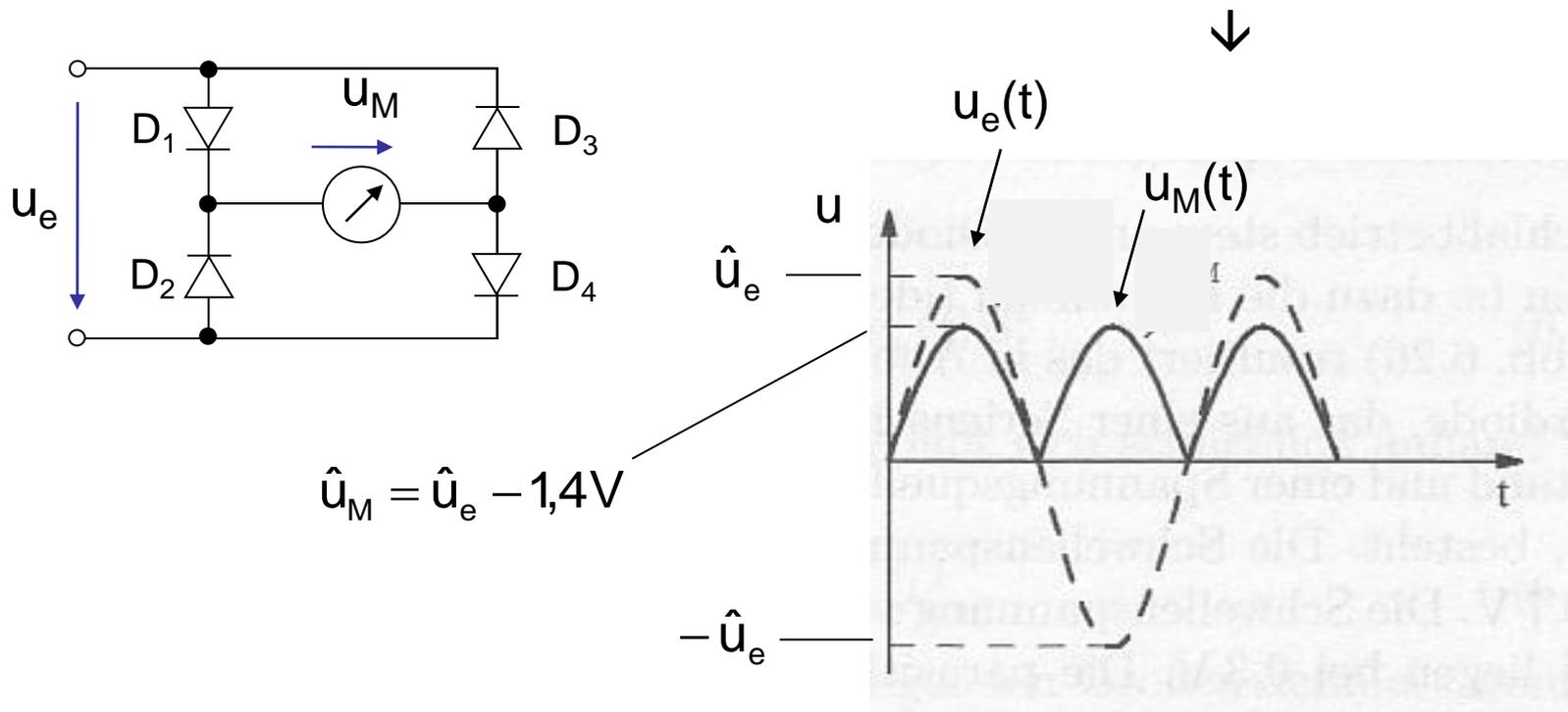
## ■ Ersatzschaltbild



# Messung des Gleichrichtwertes

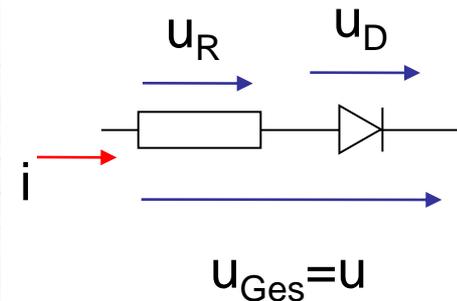
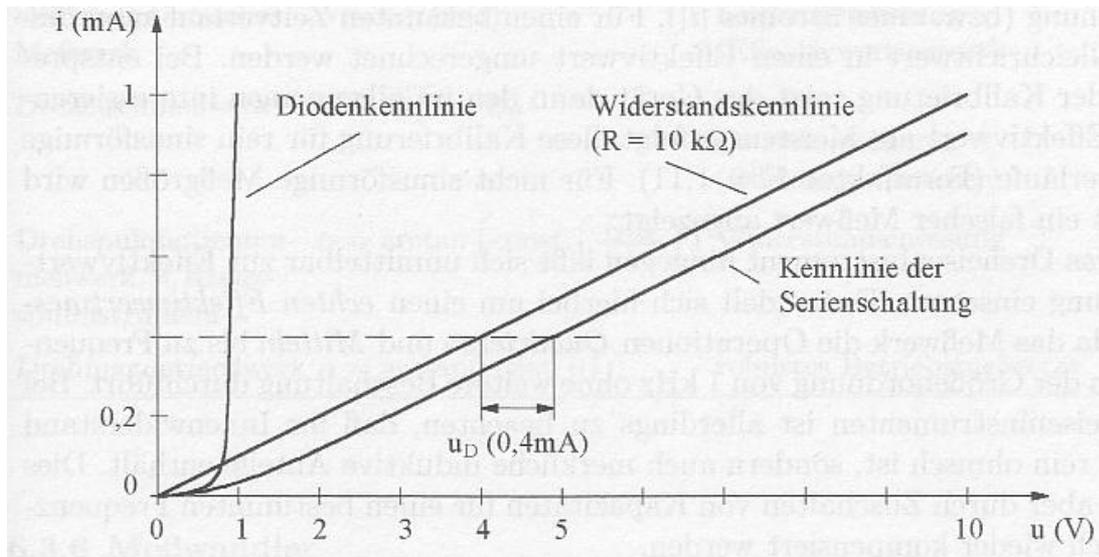
Vollweggleichrichtung Beispiel: Graetz-Brücke

unter Berücksichtigung der nichtlinearen Diodenkennlinie

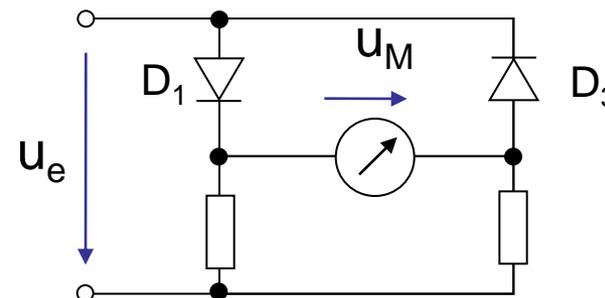


# Linearisierung der Diodenkennlinie

## ■ Linearisierung durch Vorwiderstand



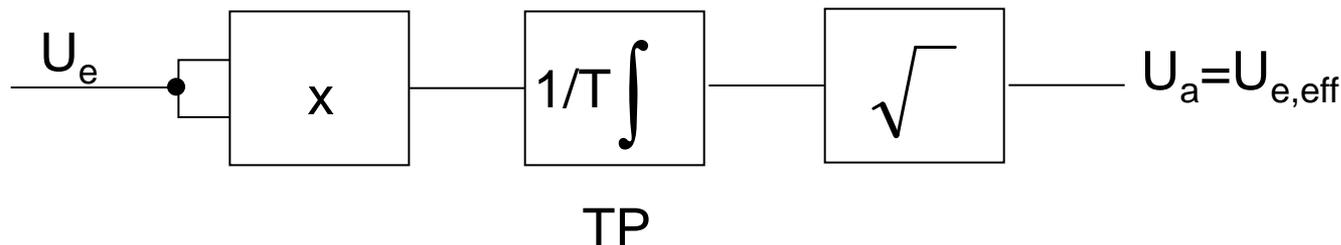
Beispielschaltung:



- 
- Empfindlichkeit sinkt
  - Innenwiderstand sinkt

# Messung des Effektivwertes

- a) Digitale Messung und Berechnung
  - Eingangsgröße digitalisieren (AD-Wandler)
  - Effektivwert nach Aufnahme einer oder mehrerer Signalperioden nach Definition berechnen
  - hoher Aufwand in der Abtastung nötig
- b) Elektronische Effektivwertbestimmung
  - Rechenschritte mit Hilfe analoger elektronischer Schaltungen aus diskreten Operationsverstärkern
  - Integrierte RMS\* ICs



\* „root mean square“

# Effektivwertbaustein

## Beispiel: AD536A



## Integrated Circuit True RMS-to-DC Converter

### AD536A

#### FEATURES

True rms-to-dc conversion

Laser trimmed to high accuracy

±0.2% maximum error (AD536AK)

±0.5% maximum error (AD536AJ)

Wide response capability

Computes rms of ac and dc signals

450 kHz bandwidth:  $V_{rms} > 100 \text{ mV}$

2 MHz bandwidth:  $V_{rms} > 1 \text{ V}$

Signal crest factor of 7 for 1% error

dB output with 60 dB range

Low power: 1.2 mA quiescent current

Single- or dual-supply operation

Monolithic integrated circuit

-55°C to +125°C operation (AD536AS)

#### GENERAL DESCRIPTION

The AD536A is a complete monolithic integrated circuit that performs true rms-to-dc conversion. It offers performance

#### FUNCTIONAL BLOCK DIAGRAM

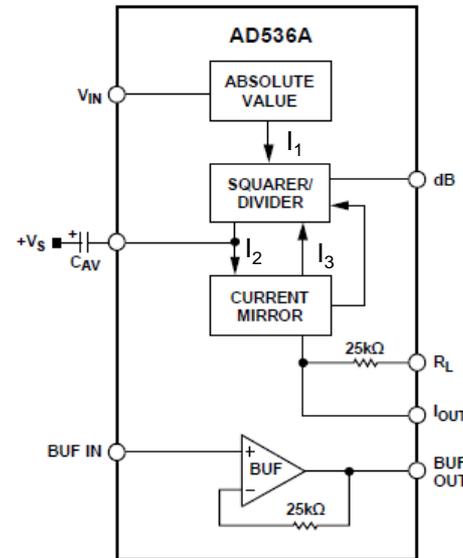


Figure 1.

# Messung des Effektivwertes

---

- c) Indirekte Effektivwertbestimmung
- Bestimmung aus Gleichrichtwert und Formfaktor
  - findet Anwendung in vielen einfachen Standard-Messinstrumenten
  - richtig für sinusförmige Größen
  - systematischer Messfehler für Nicht-Sinusgrößen

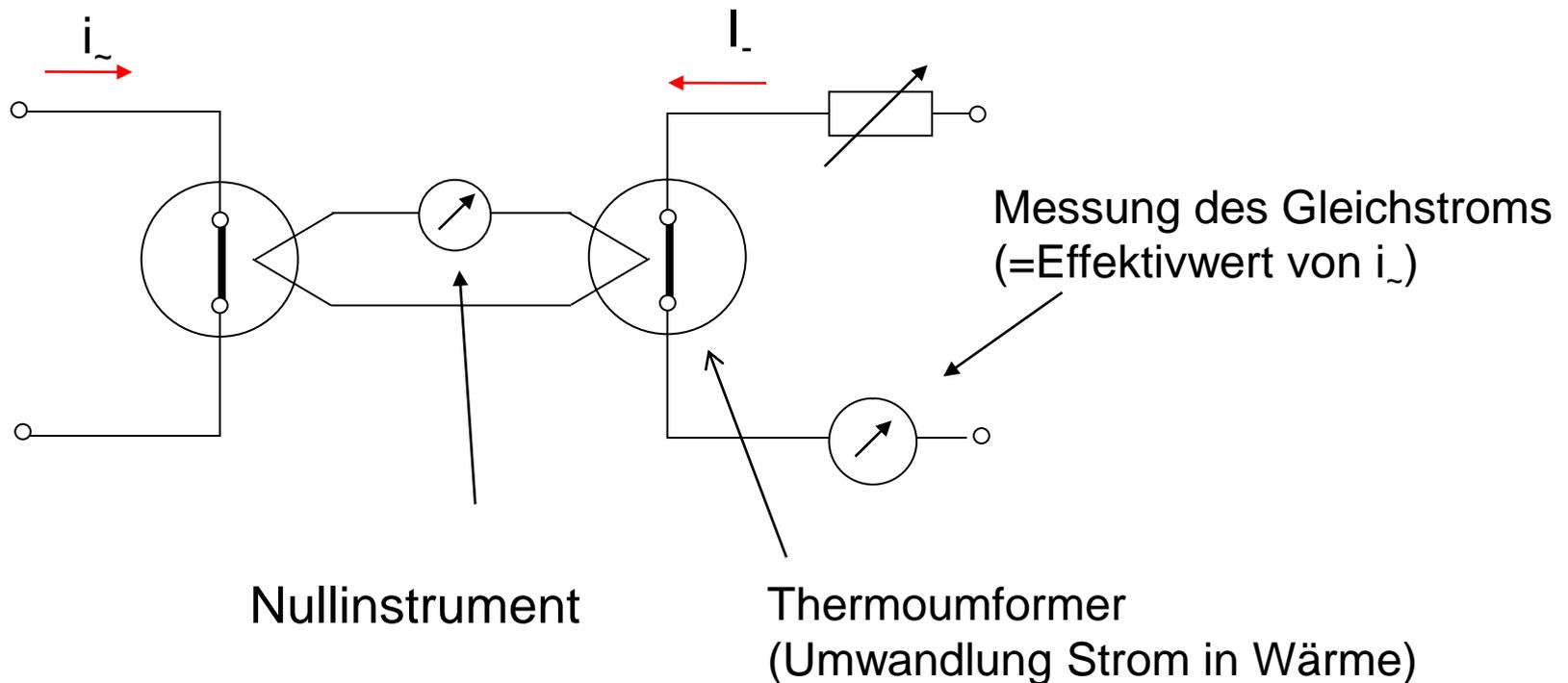
$$F = \frac{U_{\text{eff}}}{|\bar{u}|} = 1,111$$

$$U_{\text{eff}} = 1,111 |\bar{u}|$$

- d) Messung mit Dreheiseninstrument
- Klassische Methode
  - Genaueste Methode
  - Wegen Eigeninduktivität des Messwerks bis 1kHz geeignet
  - Zeigerausschlag:  $\bar{\alpha} = kI^2$

# Messung des Effektivwertes

- e) Messung durch thermischen Umformer  
(Wechselstrom-Gleichstrom-Komperator)
- Messprinzip beruht direkt auf Definition des Effektivwertes
  - großer Frequenzbereich (...40 GHz)



# Messwandler

---

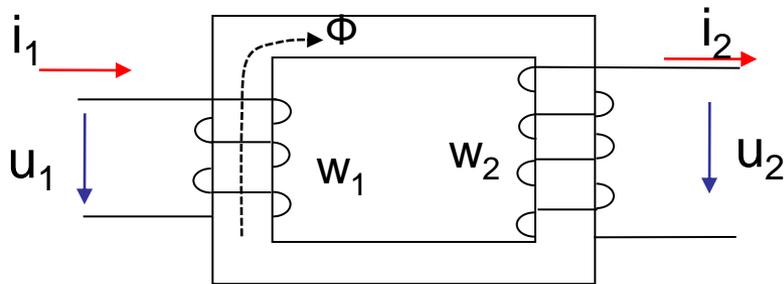
Ziel: Messbereichsanpassung /- erweiterung

Vorteile:

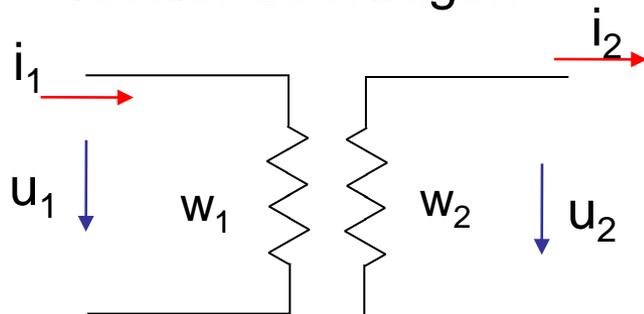
- keine thermischen Verluste durch Widerstandsnetzwerke
- Potentialtrennung zwischen Messobjekt und Messgerät
- Hoch- und Höchstspannungs- bzw. Strommessung
- für Wechselstrom:
  - Stromwandler
  - Spannungswandler
- für Gleichstrom, basierend auf Hall-Elemente

# Messwandler → Übertrager bzw. Transformatoren

Allgemeiner Übertrager:



Idealer Übertrager:



Verluste:

- „Kupferverluste“
- Streufelder
- „Eisenverluste“
- Magnetisierungsstrom

Verlustfrei:

- keine Kupfer- und Wirbelstromverluste
- keine Streufeldverluste
- vernachlässigbarer Magnetisierungsstrom

# Messwandler Kenngrößen

Idealer Umformer / Transformator

Scheinleistungen (idealer Umformer)

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{u_1(t)}{u_2(t)} = \frac{U_1}{U_2}$$

$$P_{s,\text{primär}} = P_{s,\text{sekundär}}$$

$$U_1 I_1 = U_2 I_2$$

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{I_2}{I_1}$$

Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \frac{w_1}{w_2}$$

Spannungswandler  
(Sekundärseite: hochohmig)

$$K_U = \frac{U_1}{U_2} = \ddot{u}$$

Stromwandler  
(Sekundärseite: niederohmig)

$$K_I = \frac{I_1}{I_2} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

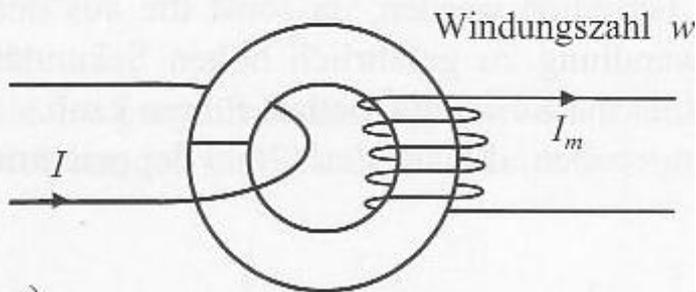
# Stromzange, für Wechselströme

Messtrom  
(Sekundärseite)

$$I_m = I \frac{1}{w}$$

Vorteile:

- geringer Messstrom
- galvanische Trennung
- kein Auftrennen des Stromkreis



Primärwindung: 1  
Sekundärwindung:  $w$

Beispiel: Fa. Fluke,  $I_{\max} \leq 400 \text{ A}$

# Eigenschaften von Messwandlern

- reale Messwandler, Messabweichung in
  - Betrag der Spannungen / Ströme
  - Phasenverschiebung
- für Beträge
  - relative Messabweichungen

$$e_{\text{rel,I}} = \frac{I_{1,\text{soll}} - I_{1,\text{ist}}}{I_{1,\text{ist}}} = \frac{K_I I_2 - I_1}{I_1} \quad \text{mit} \quad K_I = \frac{1}{\ddot{u}}$$

$$e_{\text{rel,U}} = \frac{U_{1,\text{soll}} - U_{1,\text{ist}}}{U_{1,\text{ist}}} = \frac{K_U U_2 - U_1}{U_1} \quad \text{mit} \quad K_U = \ddot{u}$$

# Eigenschaften von Messwandlern

---

- Phasenverschiebung zwischen Leiterstrom und Messstrom
  - spezifiziert als max. zulässiger Fehlwinkel ,  
(typ.  $0,1^\circ \dots 3^\circ$ )
- Spezifizierung durch
  - Genauigkeitsklassen bzw.
  - Messabweichung proportional zum Anzeigewert und konstanter Anteil (siehe Datenblätter, bei digitalen Messgeräten)
  - Beispiel (Fluke 365):
    - 2 %  $\pm$  5 Ziffern (45 – 65 Hz)
    - 2,5 %  $\pm$  5 Ziffern (65 – 400 Hz)

# Gleichstromzangen

## ■ Hall-Element

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}; \quad F_m = qvB$$

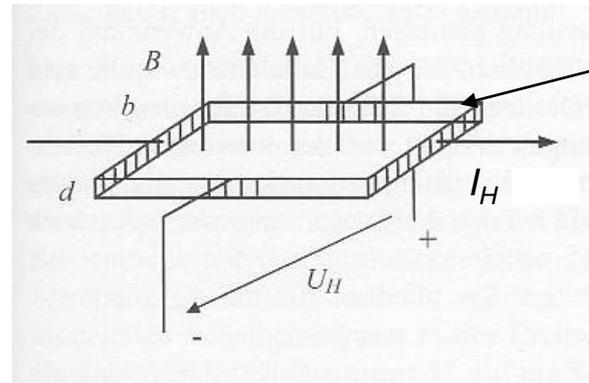
$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}; \quad F_e = qE = q \frac{U_H}{b}$$

$$F_e = F_m \Rightarrow U_H = bvB$$

$$\text{mit } \frac{I_H}{bd} = nvq \Rightarrow U_H = k_H I_H B$$

↑  
Sensorspannung = „Hallspannung“

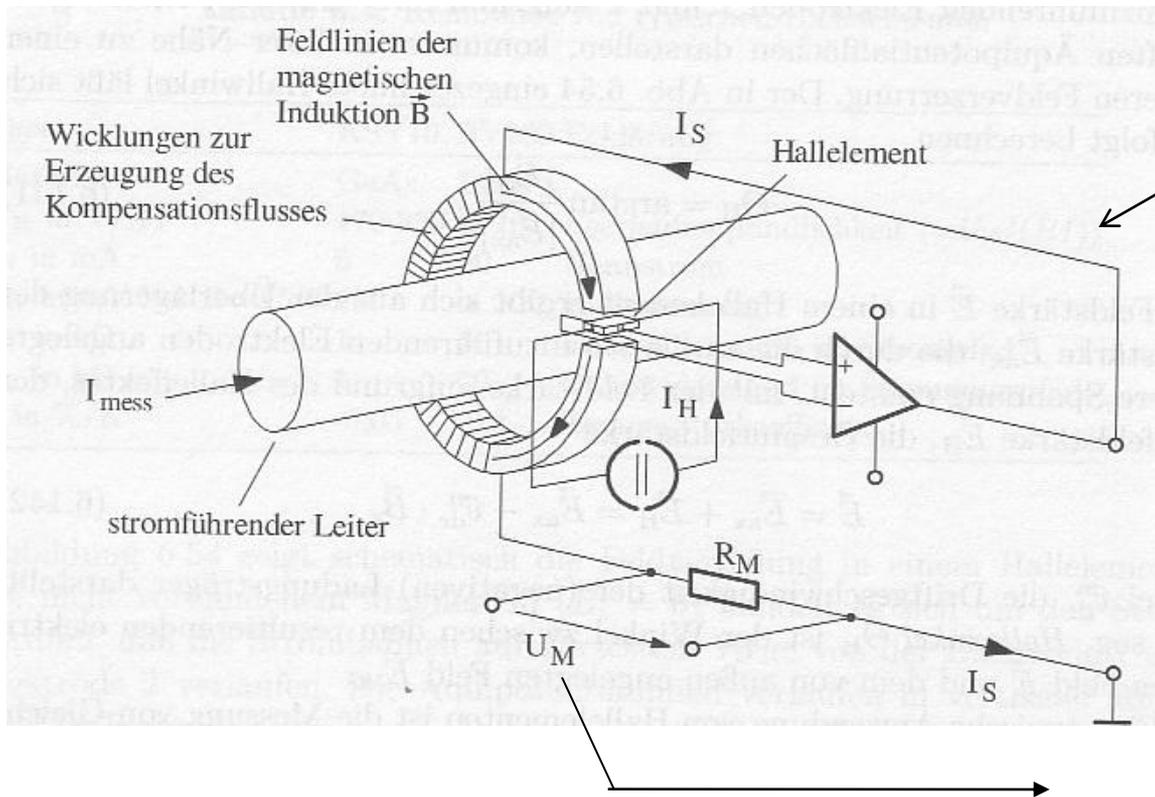
$$q = -e_0$$



InAs od.  
InSb

# Gleichstromzangen

## ■ Kompensationsprinzip



### Kompensationskreis

(zur Unterdrückung von Stör-Magnetfeldern, z.B. Erdmagnetfeld → Genauigkeitserhöhung)

$$B_m = \mu_0 \mu_r H_m = \frac{\mu_0 \mu_r}{2\pi r_m} I_{\text{mess}}$$

$$U_H = k_{H/H} B_m = k_{H/H} \frac{\mu_0}{2\pi r_m} I_{\text{mess}}$$

$$\rightarrow U_M \sim I_{\text{mess}}$$

# Vielfachmessinstrumente „Multimeter“

---

- Gleichspannungs- und Gleichstrommessung
- Wechselspannungs- und Wechselstrommessung
- Effektivwertmessung (wenn explizit spezifiziert auch für nicht sin-förmige Wechselgrößen)
- Begrenzerschaltungen
- Widerstandsmessung
- Durchgangsprüfung („Klingelmessung“)
- Betriebsartenwahlschalter (DC, AC,  $AC_{RMS}$ , DC/ $AC_{RMS}$ )

# Betriebsarten

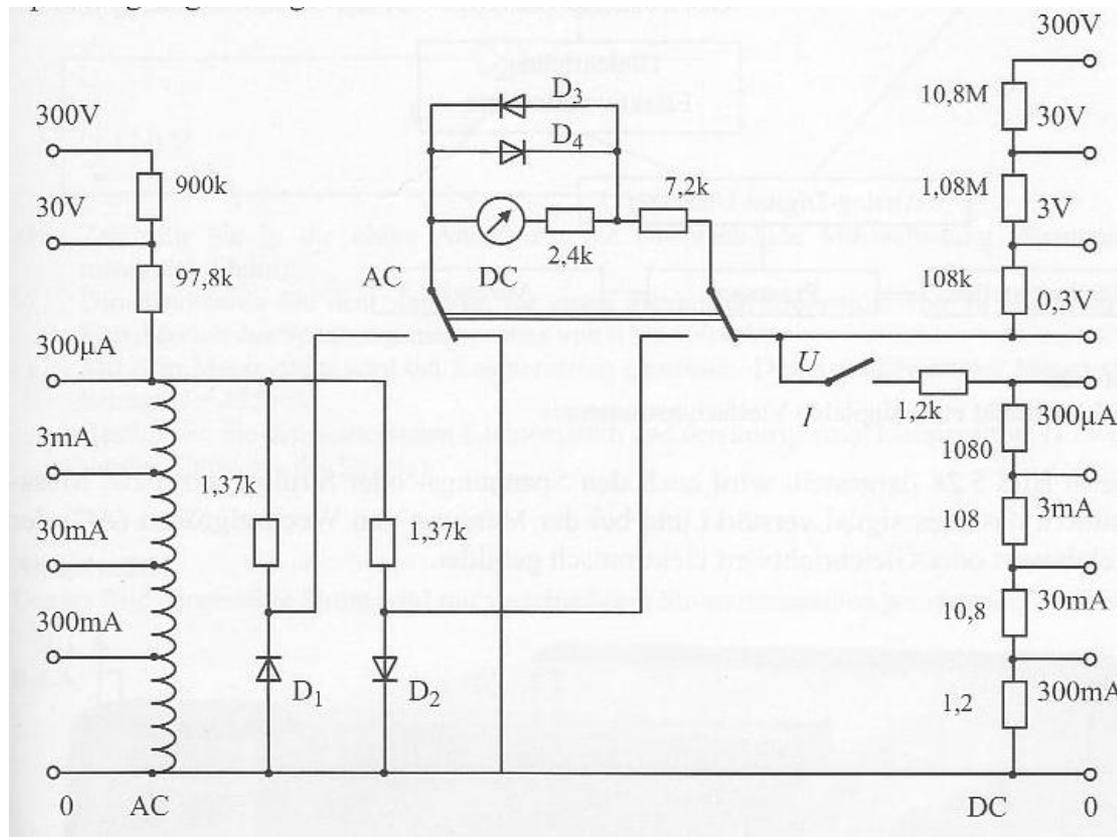
## Strom und Spannungsmessung

---

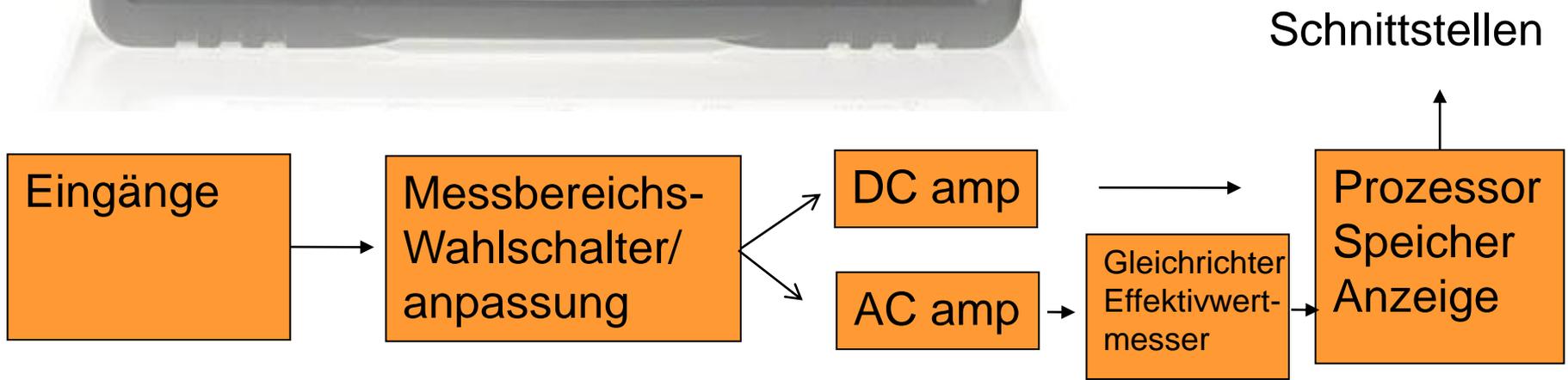
- DC
  - GleichanteilmessungMessung des Mittelwerts,  
Gleichanteil der Eingangsgröße
- AC
  - ~ WechselanteilmessungAnzeige des Effektivwertes des  
Wechselanteils  
(indirekte Effektivwertbestimmung !  
→ nur für sinusförmige Signale)
- $AC_{RMS}$ 
  - Wechselanteilmessungdirekte Messung / Bestimmung  
des wahren Effektivwertes  
der Eingangsgröße
- $(AC+DC)_{RMS}$ 
  - ~ Gleich- und Wechsel-  
anteilmessungdirekte Messung / Bestimmung  
des wahren Effektivwertes  
der Mischgröße

# Analoge Vielfachmessinstrumente

Beispiel:  $R_m = 2,4k\Omega$ , Messwerkvollausschlag bei  $25\mu A$ ,  
Eingangswiderstand für die Spannungsmessung:  $40k\Omega/V$



# Digitale Vielfachmessinstrumente



# Lernziele Kapitel 8

---

- Gleichstrom- und Gleichspannungsmessung
  - Grundsaltungen
  - Schaltungen zum Management des Messbereichs
  - Überlastschutz
- Wechselstrom- und Wechselspannungsmessung
  - Beschreibung der Wechselgrößen
  - Messschaltungen
  - Messwandler
- Multimeter