

Klasse MatrixMath

Die Klasse „MatrixMath“ ist durch eine virtuelle Vererbung von der Klasse „MatrixArithmetic“ abgeleitet und fasst diese zu einer Klasse zusammen.

Die Klasse beinhaltet folgende Funktionen:

- Bestimmung der Determinante einer Matrix
- Bildung der Adjunkte einer Matrix
- Transponieren einer Matrix
- Bildung der Inversen einer Matrix

Attribute

Es werden keine Attribute verwendet. Es wird über die Methoden der Klasse MatrixVector auf die Elemente einer Matrix zugegriffen.

Methoden

Hilfsfunktionen

Alle erstellten Hilfsfunktionen können nur innerhalb der Klasse MatrixMath verwendet werden, sie wurden mit dem Schlüsselwort „private“ implementiert.

dreiecksmatrix

Sie ist eine Hilfsfunktion für die Determinanten Funktion. Ihre Aufgabe besteht darin die übergebene Matrix $A(j,i)$ in eine Dreiecksmatrix umzuwandeln.

Die Bildung der Dreiecksmatrix beruht auf dem Gaußschen Eliminationsverfahren. Die Funktion bewegt sich auf der mittleren Diagonalen der Matrix und dividiert unterliegende Spaltenelemente. Bei der Division wird der Wert des Quotienten anschließend mit den aktuellen Elementen auf der Zeile multipliziert und von den unterliegenden Elementen abgezogen.

Bei einem solchen Durchlauf wird durch die Hilfsfunktion „fix_zero“ die Division durch Null umgangen. Nach erfolgreichem Durchlauf ergibt sich eine ober Dreiecksmatrix.

Anmerkung



Durch die Ungenauigkeit der Fließkomma Datentypen entstehen Rundungsfehler. Diese können z.B. den Wert der Determinante verfälschen. Um dies zu beheben, müssten für die betroffenen Datentypen Rundungsfunktionen erstellt werden, dies wurde in der vorliegenden Version nicht umgesetzt. Alternativ kann aber der Datentyp „Bruch“ genutzt werden, hier entstehen keine Abweichungen.

fix_zero

Sie wird von der Hilfsfunktion „Dreiecksmatrix“ benötigt, um eine mögliche Division durch Null abzufangen.

Wenn der aktuelle Divisor der erhaltenen Matrix $A(j,i)$ Null ist, wird die Spalte solange getauscht, bis der Divisor \neq Null ist. Nach jedem Tausch wird das Vorzeichen gewechselt. Wenn nach diesem Prozess immer noch eine Null als Divisor vorliegt, wird die Matrix zurückgegeben, da eine komplette Nullzeile vorliegt, die Determinante ist in diesem Fall = Null.

unterdeterminante

Sie wird von der Methode „Adjunkte“ verwendet und erhält bei Aufruf die Koordinate zum Streichen der Spalte/Zeile der Matrix $A(j,i)$. Es wird nach dem Aufruf eine neue Matrix mit den Eigenschaften $A(j-1,i-1)$ erstellt. Nach Streichen der j -ten Zeile und der i -ten Spalte der Matrix $A(j,i)$ werden die übrigen Elemente der Matrix $A(j-1,i-1)$ zugeordnet .

Zum Schluss wird $A(j-1,i-1)$ zurückgegeben.

Hauptfunktionen

transponiert

Nach erhalten der Matrix $A(j,i)$ wird eine Matrix $A(i,j)$ erstellt.

Die Transponierte der Matrix $A=(a_{ij})$ vom Format $m \times n$ ist die Matrix $A^T=(a_{ij})$ vom Format $n \times m$, das heißt zu

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

ist die Transponierte

$$A^T = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{m1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Die Methode schreibt also die erste Zeile als erste Spalte und die zweite Zeile als zweite Spalte usw.

inverse

Die Inverse Matrix wird nach folgenden Mathematischen Model erstellt:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \text{adj}(A)$$

Die Funktion „inverse“ benötigt folgenden Funktionen:

1. determinate
2. adjunkte

Wenn die Determinante der übergebenen Matrix $A(j,i) \neq \text{Null}$ ist wird eine temporäre Matrix mit gleichen Eigenschaften erstellt. Anschließend wird die Adjunkte der Matrix mithilfe der Methode „Adjunkte“ gebildet. Folgend werden alle Elementen von $\text{adj}(A)$ durch die Hauptdeterminante der Matrix $A(j,i)$ dividiert.

Zum Schluss wird die Inverse Matrix zurückgegeben.

determinante

Die Methode „determinant“ benötigt folgende Funktionen:

1. dreiecksmatrix

Die Funktion „Determinante“ übergibt die erhaltene Matrix an die Funktion „Dreiecksmatrix“, sie bildet eine obere Dreiecksmatrix. Wenn eine solche vorliegt, werden all die Elemente auf die Diagonale multipliziert.

Die Funktion gibt anschließend die ermittelte Determinante zurück.

adjunkte

Die Funktion „Adjunkte“ benötigt folgende Funktionen:

1. Determinante
2. Unterdeterminante
3. transponiert

Zu Beginn wird die vorliegende Matrix nach quadratischem Zustand abgefragt, wenn eine quadratische Matrix vorliegt, startet der Prozess.

Um die Adjunkte einer Matrix zu bilden, werden sämtliche Unterdeterminanten der Matrix $A(j,i)$ benötigt.

Die benötigten Werte zur Bildung der Unterdeterminante werden in der Hilfsfunktion „Unterdeterminante“ zusammengefasst.

Die Hilfsfunktion gibt die benötigten Elemente in Form einer Matrix $A(j-1,i-1)$ zurück. Die Matrix wird an die Funktion „determinante“ übergeben. Der zurückgegebene Determinantenwert der Matrix $A(j-1,i-1)$ wird der Matrix $A(j,i)$ zugeordnet.

Zum Schluss wird die erstellte Matrix $A(j,i)$ transponiert und zurückgegeben.

Anmerkung



Die Funktion ist bei großen Matrizen ineffizient, da die Schleifendurchläufe enorm sind. Alternativ wäre, die Inverse über das Gaußsche Eliminationsverfahren zu bilden.

Ausnahmebehandlung

Die Klasse MatrixMath greift bei den von dieser Klasse ausgelösten Ausnahmebehandlungen auf die Klasse MatrixException zurück. Dabei sind die Fehlernummer 300 bis 399 für die Klasse MatrixMath vorgesehen. Derzeit sind folgende Ausnahmen deklariert:

Fehlernummer	Fehlermeldung	auslösende Methode
300	Es liegt keine quadratische Matrix vor.	determinante adjunkte
301	Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).	inverse

Test

Getestet mit:

Microsoft Visual Studio 2010

Version 10.0.30319.1 RTMRel

Microsoft .NET Framework

Version 4.0.30319 RTMRel

Installierte Version: VC Express

Testfälle

Nr.	TF	Erw. Ausgabe
1	Determinante mit float $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	0
2	Determinante mit float $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	0
3	Determinante mit float $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	4
4	Determinante mit float $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$	20
5	Inverse mit float $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & -0.5 & 2 \\ -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}$
6	Determinante mit float $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
7	Adjunkte mit float $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
8	Inverse mit float $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).

Nr.	TF	Erw. Ausgabe
9	Determinante mit double $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	0
10	Determinante mit double $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	0
11	Determinante mit double $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 6 \\ 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$	4
12	Determinante mit double $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 6 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$	20
13	Inverse mit double $\begin{bmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 5 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & -0.5 & 2 \\ -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}$
14	Determinante mit double $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
15	Adjunkte mit double $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
16	Inverse mit double $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 8 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).

Nr.	TF	Erw. Ausgabe
17	Determinante mit bruch $\begin{bmatrix} 0/0 & 0/0 & 1/2 \\ 2/4 & 4/7 & 6/8 \\ 1/2 & 2/3 & 8/7 \end{bmatrix}$	1/42
18	Determinante mit bruch $\begin{bmatrix} 1/2 & 2/4 & 3/7 \\ 2/9 & 4/5 & 6/8 \\ 1/2 & 2/3 & 8/10 \end{bmatrix}$	23/144
19	Inverse mit bruch $\begin{bmatrix} -1/2 & 3/8 & -1/2 \\ 5/12 & -1/6 & 1/8 \\ 1/5 & 1/3 & 2/7 \end{bmatrix}$	1800/1547 5520/1547 105/221 1896/1547 864/1547 420/221 -496/221 -696/221 210/221
20	Determinante mit bruch $\begin{bmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 2/9 & 2/8 \\ 3/2 & 1/3 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
21	Adjunkte mit bruch $\begin{bmatrix} 1/7 & 3/2 \\ 2/8 & 2/9 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
22	Inverse mit bruch $\begin{bmatrix} 1/1 & 1/1 & 1/1 \\ 2/1 & 2/1 & 2/1 \\ 1/9 & 2/8 & 8/9 \end{bmatrix}$	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).

Nr.	TF	Erw. Ausgabe
23	Determinante komplex (2,3) (1,-3) (4,-2) (1,-8) (6,2) (2,-1) (1,1) (1,5) (1,2)	(108,-74)
24	Determinante mit komplex (0,0) (0,0) (0,0) (2,1) (7,1) (2,8) (-2,9) (1,8) (-9,8)	(0,0)
25	Determinante komplex (0,0) (0,0) (1,2) (2,1) (0,0) (2,8) (-2,9) (1,8) (0,0)	(-40,5)
26	Determinante komplex (1,1) (2,-1) (1,-2) (2,-1) (1,2) (2,-1) (2,1) (2,2) (1,2)	20
27	Adjunkte komplex (2,3) (1,-3) (4,-2) (1,-8) (6,2) (2,-1) (1,1) (1,5) (1,2)	(-5,5) (7,19) (-29,-3) (-14,7) (-10,5) (-19,-38) (37,-11) (17,-15) (29,33)
28	Adjunkte komplex (1,1) (2,-1) (1,-2) (2,-1) (1,2) (2,-1) (2,1) (2,2) (1,2)	(-9,2) (2,-5) (-2,-4) (1,-3) (-5,6) (-3,-6) (6,-3) (5,-4) (-4,7)
29	Determinante komplex (2,3) (1,-3) (2,3) (1,-3) (2,3) (1,-3)	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
30	Adjunkte komplex (2,3) (1,-3) (2,3) (1,-3) (2,3) (1,-3)	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.
31	Inverse komplex (0,0) (0,0) (0,0) (2,1) (7,1) (2,8) (-2,9) (1,8) (-9,8)	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).

Extremwerttest

E1	Determinante mit float	1474
	$\begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 & -5 & 2 & 0 \\ -2 & 2 & 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 4 & 0 & -3 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & -3 & -2 & 2 \\ -4 & -4 & 3 & -3 & -3 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & -2 & -2 & 4 \end{bmatrix}$	
E2	Determinante mit Double	-85025626
	<pre> 2 4 -5 3 3 -4 3 4 4 -3 3 -4 -3 -5 0 0 2 -4 -3 1 2 4 1 -5 3 2 4 4 4 -1 -2 -2 3 -2 2 -1 0 0 4 3 3 -5 -1 -5 -2 2 3 -5 1 4 -1 -3 0 0 -3 0 4 -4 1 3 1 -5 4 4 0 -4 3 -1 -1 -5 -3 -3 3 1 4 0 4 -5 2 0 2 -4 -3 2 -4 3 1 1 -4 -1 2 1 -5 2 -5 4 -1 0 -1 -3 </pre>	
E3	Determinante mit Bruch	257804657785218855/1146665551578284032
	<pre> 1/2 2/4 3/7 1/2 2/3 8/7 2/9 4/5 6/8 4/5 2/9 4/5 6/8 2/4 3/7 1/2 2/3 8/7 2/9 4/5 1/2 2/3 8/7 1/2 2/3 8/7 1/2 2/4 3/7 2/4 1/2 2/3 8/7 1/2 3/7 1/2 2/3 8/7 2/9 4/5 2/4 3/7 2/4 1/2 3/7 1/2 2/3 1/2 2/4 3/7 8/7 1/2 2/4 3/7 2/4 1/2 3/7 1/2 2/3 8/7 3/7 1/2 2/3 1/2 2/4 3/7 1/2 3/7 1/2 2/3 1/2 2/3 8/7 1/2 3/7 6/8 2/4 3/7 1/2 2/3 3/7 1/2 2/3 8/7 2/9 4/5 1/2 2/4 3/7 1/2 6/8 2/3 8/7 2/9 4/5 6/8 4/5 3/7 1/2 2/3 </pre>	
E4	Inverse mit Bruch	<pre> 9486/925 -18/5 -9486/925 2367/185 -1701/185 378/37 0 -378/37 420/37 -420/37 -140/37 0 140/37 -98/37 98/37 -14086/925 18/5 10756/925 -3011/185 3381/185 0 0 21/5 -21/5 0 </pre>
E5	Determinante mit float	-7762391
	<pre> -5 -4 -1 -2 2 -4 -2 4 -2 3 2 0 -5 3 -5 0 1 -4 -3 0 -3 1 -4 -4 0 -1 -5 -5 4 -5 </pre>	

-2 -4 -2 1 3 -5 -3 -3 4 -3
 -2 2 -4 0 2 -5 -1 2 -4 -4
 -2 3 -3 1 -1 -1 -3 -2 -1 -5
 1 -2 -2 -5 -5 -5 3 -1 -2 4
 -2 0 4 1 0 0 3 2 -2 3
 -4 2 0 3 1 4 -5 -2 -5 -5
 4 -1 4 3 3 0 3 -2 -2 -1

Testprotokoll



- bestanden
















- nicht bestanden













- Bug

Nr.	TF	Erg.	Akt. Ausgabe	Datum	Version
1	1		0	15.06.2010	1.0
2	2		0	15.06.2010	1.0
3	3		4	15.06.2010	1.0
4	4		20	15.06.2010	1.0
5	E1		1354	15.06.2010	1.0
6	5		$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & -0.5 & 2 \\ -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}$	15.06.2010	1.0
7	6		-1.#IND	15.06.2010	1.0
8	7		Programm stürzt ab	15.06.2010	1.0
9	8		Programm stürzt ab	15.06.2010	1.0
10	6		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	18.06.2010	1.8.1
11	7		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	18.06.2010	1.8.1
12	8		Es ist folgender	18.06.2010	1.8.1

			Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).		
		 - bestanden	 -nicht bestanden	 - Bug	
Nr.	TF	Erg.	Akt. Ausgabe	Datum	Version
13	9	 ¹	-0	21.06.2010	1.8.6
14	10		0	21.06.2010	1.8.6
15	11		4	21.06.2010	1.8.6
16	12		20	21.06.2010	1.8.6
17	E2		-8.50256e+007	21.06.2010	1.8.6
18	13		$\begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & -1 \\ -0.5 & -0.5 & 2 \\ -3 & -2 & 7 \end{bmatrix}$	21.06.2010	1.8.6
19	14		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
20	15		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
21	16		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).	21.06.2010	1.8.6














¹ Funktion fix_zero führt nach jeden Spaltentausch ein Vorzeichen Wechsel aus

 - bestanden
  - nicht bestanden
  - Bug

Nr.	TF	Erg.	Akt. Ausgabe	Datum	Version
22	17	 ²	Integer division by zero	21.06.2010	1.8.6
23	18		23/144	21.06.2010	1.8.6
24	E3		257804657785218855/ 1146665551578284032	21.06.2010	1.8.6
18	19		1800/1547 5520/1547 105/221 1896/1547 864/1547 420/221 -496/221 -696/221 210/221	21.06.2010	1.8.6
22	20		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
23	21		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
24	22		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).	21.06.2010	1.8.6

² Eingaben wie 0/0 oder 0 werden in der Klasse Bruch nicht gesondert behandelt

 - bestanden
  - nicht bestanden
  - Bug

Nr.	TF	Erg.	Akt. Ausgabe	Datum	Version
25	23		(108,-74)	21.06.2010	1.8.6
26	24	 ³	(-0,0)	21.06.2010	1.8.6
27	25		(-40,5)	21.06.2010	1.8.6
28	27		$(-5,5)$ $(7,19)$ $(-29,-3)$ $(-14,7)$ $(-10,5)$ $(-19,-38)$ $(37,-11)$ $(17,-15)$ $(29,33)$	21.06.2010	1.8.6
29	28		$(-9,2)$ $(2,-5)$ $(-2,-4)$ $(1,-3)$ $(-5,6)$ $(-3,-6)$ $(6,-3)$ $(5,-4)$ $(-4,7)$	21.06.2010	1.8.6
30	26		(-12,-29)	21.06.2010	1.8.6
31	29	 	Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
32	30		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Es liegt keine quadratische Matrix vor.	21.06.2010	1.8.6
33	31		Es ist folgender Fehler aufgetreten: Zu dieser Matrix gibt es keine Inverse (Determinante = 0).	21.06.2010	1.8.6
34	E4		Wie bei TF E4	21.06.2010	1.8.6
35	E5		-7.76239e+006	21.06.2010	1.8.6
36	9			21.06.2010	1.8.7
37	24		(0,0)	21.06.2010	1.8.7

³ Funktion fix_zero führt nach jeden Spaltentausch ein Vorzeichen Wechsel aus