

Gleichungslöser

Informatik IIa – Projektarbeit

Jürgen Döffinger

20.06.2010



nach

Gauß – Jordan - Verfahren



- Was war die Aufgabenstellung?
- Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?
- Programmbeispiel ?

- **Was war die Aufgabenstellung?**
- Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?
- Programmbeispiel ?

Implementieren Sie ein generisches System zur algebraischen Behandlung von Matrizen. Folgende Operationen sollen realisiert werden:

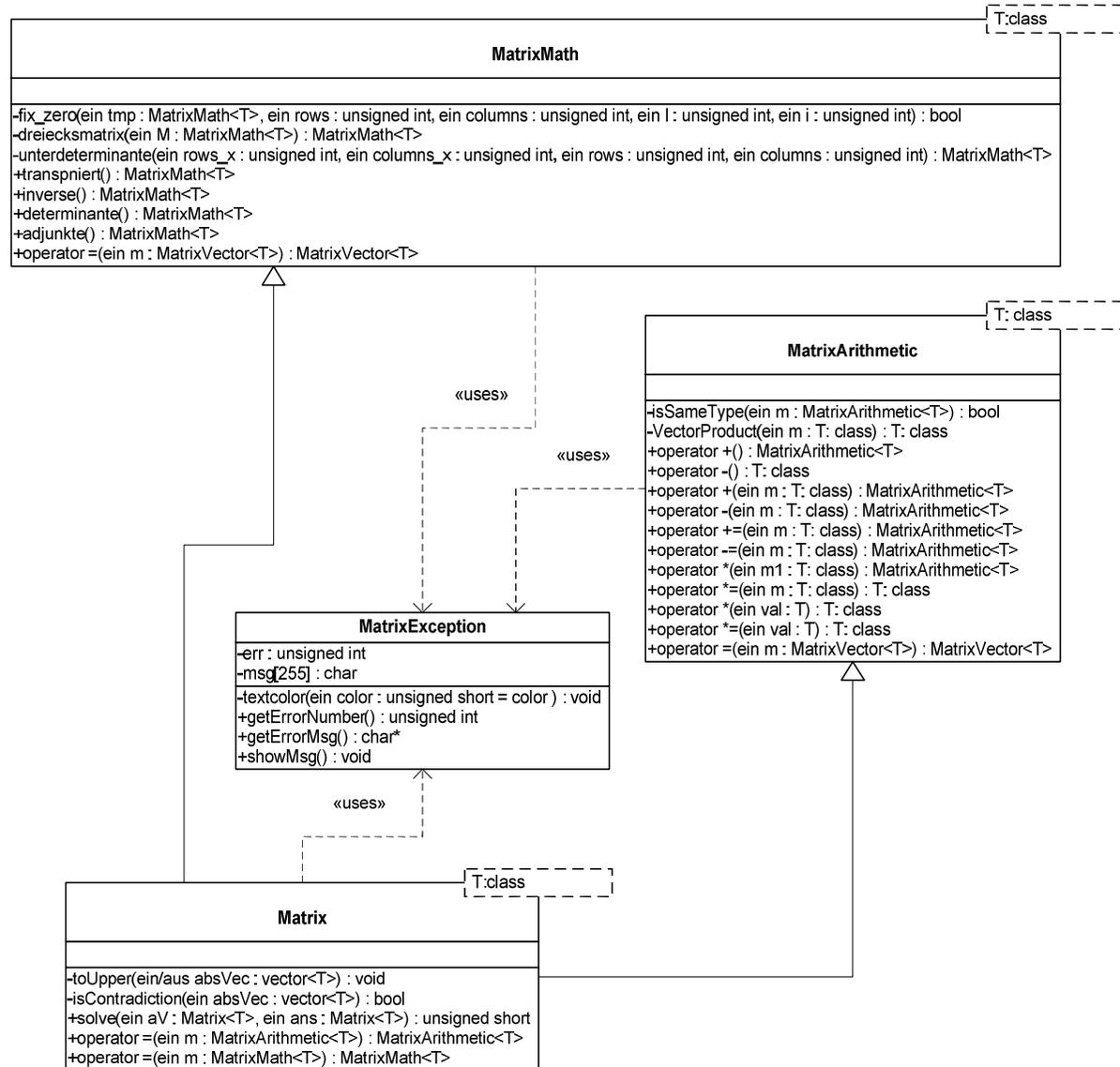
- Matrix-Addition, -Subtraktion, -Multiplikation
- Skalarmultiplikation
- Vektor-Multiplikation
- Gauß-Elimination (Lösung von linearen Gleichungssystemen)
- Determinantenberechnung
- Matrix-Inversion.

Implementieren Sie ein generisches System zur algebraischen Behandlung von Matrizen. Folgende Operationen sollen realisiert werden:

- Matrix-Addition, -Subtraktion, -Multiplikation
- Skalarmultiplikation
- Vektor-Multiplikation
- **Gauß-Elimination (Lösung von linearen Gleichungssystemen)**
- Determinantenberechnung
- Matrix-Inversion.

- **Was war die Aufgabenstellung?**
- Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?
- Programmbeispiel ?

- Was war die Aufgabenstellung?
- **Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?**
- Programmbeispiel ?



Bezeichnungen

A: Koeffizientenmatrix des Systems

x: Lösungsvektor

c: Spaltenvektor aus den *absoluten* Gliedern des Systems

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{pmatrix}$$

Erweiterte Koeffizientenmatrix ($\mathbf{A} \mid \mathbf{c}$)

$$(\mathbf{A} \mid \mathbf{c}) = \left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & c_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & c_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & c_m \end{array} \right)$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\mathbf{A}}$
 $\underbrace{\hspace{1em}}_{\mathbf{c}}$

Quelle: Lothar Papula – Mathematische Formelsammlung – 9. Auflage – Vieweg Verlag

Beispiel:

$$\begin{array}{l}
 2x_1 - 4x_2 - 10x_3 = -38 \\
 -1x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -1 \\
 -3x_1 - 1x_2 + 3x_3 = 14
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \begin{array}{ccc|c}
 2 & -4 & -10 & -38 \\
 -1 & 3 & -2 & -1 \\
 -3 & -1 & 3 & 14
 \end{array}
 \quad \longrightarrow \quad
 \begin{array}{c}
 -2 \\
 1 \\
 3
 \end{array}$$

Ablauf innerhalb der Methode:

- Parameter überprüfen
- obere Dreiecksmatrix bilden
- Determinante bilden und prüfen
 - $\det(A) = 0 \rightarrow$ unendlich viele oder keine Lösungen
 - Prüfung auf Widerspruch
 - Kein Widerspruch \rightarrow unendlich viele Lösungen
 - Widerspruch \rightarrow keine Lösung
 - $\det(A) \neq 0 \rightarrow$ nur eine Lösung
 - Lösungsvektor bilden

Ablauf innerhalb der Methode:

- **Parameter überprüfen**

- obere Dreiecksmatrix bilden
- Determinante bilden und prüfen
 - $\det(A) = 0 \rightarrow$ unendlich viele oder keine Lösungen
 - Prüfung auf Widerspruch
 - Kein Widerspruch \rightarrow unendlich viele Lösungen
 - Widerspruch \rightarrow keine Lösung
 - $\det(A) \neq 0 \rightarrow$ nur eine Lösung
 - Lösungsvektor bilden

- ✓ Ist die Matrix mit absoluten Glieder ein Spaltenvektor ?
- ✓ Ist die Lösungsmatrix ein Spaltenvektor
- ✓ Stimmt die Zeilenanzahl der Matrix mit den absoluten Gliedern mit der des Lösungsvektors überein ?
- ✓ Stimmt die Anzahl absoluter Glieder mit der Anzahl Gleichungen in der Koeffizientenmatrix überein ?

Ablauf innerhalb der Methode:

- Parameter überprüfen
- **obere Dreiecksmatrix bilden**
- Determinante bilden und prüfen
 - $\det(A) = 0 \rightarrow$ unendlich viele oder keine Lösungen
 - Prüfung auf Widerspruch
 - Kein Widerspruch \rightarrow unendlich viele Lösungen
 - Widerspruch \rightarrow keine Lösung
 - $\det(A) \neq 0 \rightarrow$ nur eine Lösung
 - Lösungsvektor bilden

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & -10 & -38 \\ -1 & 3 & -2 & -1 \\ -3 & -1 & 3 & 14 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & -10 & -38 \\ 0 & 1 & -7 & -20 \\ 0 & 0 & -61 & -183 \end{array}$$

Ablauf innerhalb der Methode:

- Parameter überprüfen
- obere Dreiecksmatrix bilden
- **Determinante bilde und prüfen**
 - **$\det(A) = 0$ → unendlich viele oder keine Lösungen**
 - **Prüfung auf Widerspruch**
 - **Kein Widerspruch → unendlich viele Lösungen**
 - **Widerspruch → keine Lösung**
 - **$\det(A) \neq 0$ → nur eine Lösung**
 - Lösungsvektor bilden

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & -10 & -38 \\ 0 & 1 & -7 & -20 \\ 0 & 0 & -61 & -183 \end{array} \quad \rightarrow \quad 2 * 1 * -61 = -122$$

Ablauf innerhalb der Methode:

- Parameter überprüfen
- obere Dreiecksmatrix bilden
- **Determinante bilden und prüfen**
 - $\det(A) = 0 \rightarrow$ unendlich viele oder keine Lösungen
 - Prüfung auf Widerspruch
 - Kein Widerspruch \rightarrow unendlich viele Lösungen
 - Widerspruch \rightarrow keine Lösung
 - $\det(A) \neq 0 \rightarrow$ nur eine Lösung
 - **Lösungsvektor bilden**

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & -10 & -38 \\ 0 & 1 & -7 & -20 \\ 0 & 0 & -61 & -183 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}$$

- Was war die Aufgabenstellung?
- **Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?**
- Programmbeispiel ?

- Was war die Aufgabenstellung?
- Wie wurde der Gleichungslöser umgesetzt?
- **Programmbeispiel ?**



$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -4 & -10 & -38 \\ -1 & 3 & -2 & -1 \\ -3 & -1 & 3 & 14 \end{array} \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{array}$$

```
E:\Studium\2. Semester\Informatik IIa\Projekt\MatrixCalculator\MatrixCalculator\Release\MatrixCalculator.exe
MatrixCalculator Version 1.8.3

Result:
x1 = -2
x2 = 1
x3 = 3

Drücken Sie eine beliebige Taste . . . _
```

Fragen ???

