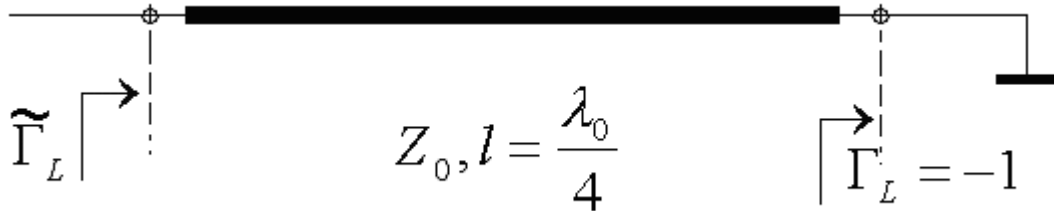


Die kurzgeschlossene Leitung als Resonator

Eine an Ende kurzgeschlossene Leitung der Länge $\lambda/4$ verhält sich wie ein Parallelschwingkreis. Durch Vergleich der Impedanzen können Resonanzwiderstand, Güte und Bandbreite des Resonators bestimmt werden.



Am Leitungseingang erscheint der transformierte Reflexionsfaktor

$$\tilde{\Gamma}_L = \Gamma_L \cdot e^{-2 \cdot g \cdot \frac{l_0}{4}} = -1 \cdot e^{-2 \cdot a \cdot \frac{l_0}{4}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \frac{2p}{l} \cdot \frac{l_0}{4}}.$$

Mit den Festlegungen

$\frac{l_0}{l} = \frac{f}{f_0}$, $\frac{f}{f_0} = 1 + \frac{\Delta f}{f}$, $a = a \cdot \frac{l_0}{4}$ und $\frac{p}{2} \cdot \frac{\Delta f}{f_0} = x$ können wir schreiben

$\tilde{\Gamma}_L = -1 \cdot e^{-2 \cdot a \cdot \frac{l_0}{4}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot (\frac{p}{2} + x)} = e^{-2 \cdot a} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot x}$. Daraus folgt nun die Eingangsimpedanz der Leitung

$$\tilde{W} = \frac{1 + e^{-2(a+jx)}}{1 - e^{-2(a+jx)}} = \frac{e^{(a+jx)} + e^{-(a+jx)}}{e^{(a+jx)} - e^{-(a+jx)}}. \text{ Für den aus der}$$

Dämpfung abgeleiteten Wert $a \ll 1$ und auch x ist klein gegen 1. Das erlaubt folgende Näherung.

$$\tilde{W} = \frac{(1+a) \cdot e^{jx} + (1-a) \cdot e^{-jx}}{(1+a) \cdot e^{jx} - (1-a) \cdot e^{-jx}} = \frac{\cos(x) + ja \sin(x)}{j \sin(x) + a \cos(x)}$$

$$\tilde{w} = \frac{1 + ja \tan(x)}{j \tan(x) + a} = \frac{\frac{1}{a}}{1 + j \frac{\tan(x)}{a}} = \frac{\frac{1}{a}}{1 + j \frac{x}{a}} .$$

Jetzt können wir entnormieren und mit der Impedanz eines Parallelkreises vergleichen.

$$\underline{\tilde{W}} = \frac{Z_0 \frac{1}{a}}{1 + j \frac{x}{a}}$$

muß gleich sein

$$\underline{W}_{Kr} = \frac{R_p}{1 + j \cdot Q \cdot v} = \frac{R_p}{1 + j \cdot Q \cdot \frac{2\Delta f}{f_0}} = \frac{R_p}{1 + j \cdot Q \cdot \frac{4x}{p}} .$$

Daraus folgt

$$R_p = Z_0 \frac{1}{a} = \frac{4Z_0}{\mathbf{a} \cdot \mathbf{l}_0} ,$$

$$Q = \frac{\mathbf{p}}{4a} = \frac{\mathbf{p}}{\mathbf{a} \cdot \mathbf{l}_0} ,$$

und

$$B = \mathbf{a} \cdot \frac{v}{\mathbf{p}}$$

Für die Induktivität und Kapazität die ersetzt werden gilt

$$C = \frac{Q}{\mathbf{w}_0 \cdot R_p} = \frac{\mathbf{p}}{4Z_0 \mathbf{w}_0} , L = \frac{1}{\mathbf{w}_0^2 \cdot C} = \frac{4Z_0}{\mathbf{p} \mathbf{w}_0} .$$