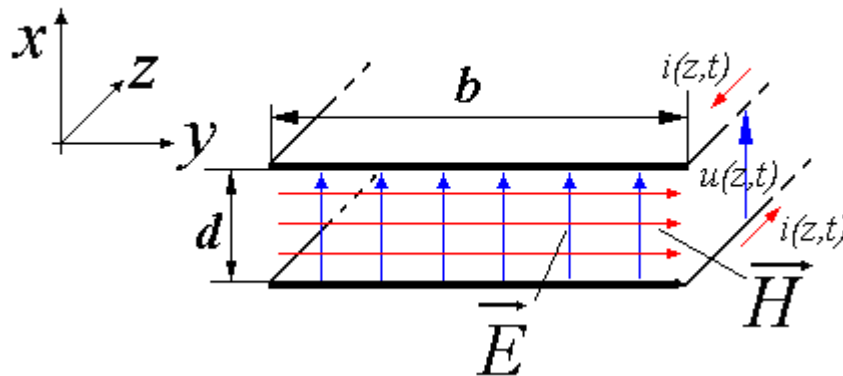


Wellen auf Leitungen

Ein einführendes Beispiel: die **Plattenleitung** mit idealen Leitern und Luftisolation ($b \gg d$, Randfelder können vernachlässigt werden)

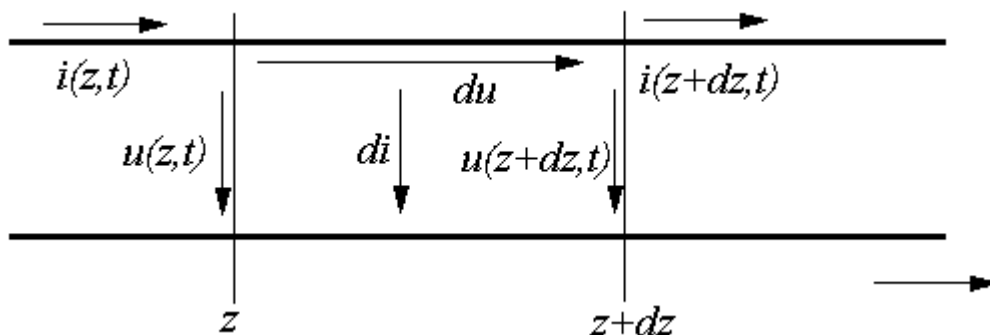


Aus $\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}$ und $\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon_0 \frac{\partial E_x}{\partial t}$ lässt sich wegen der Homogenität der Felder sehr einfach $u(z,t) = E_x d$ und $i(z,t) = H_y b$ gewinnen und damit die DGl'n. der Feldgrößen in DGl'n. mit den vertrauteren integralen Größen Strom und Spannung umwandeln. Es sind die sogenannten Telegraphengleichungen einer verlustfreien Leitung.

Telegraphengleichungen:

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -\mu_0 \cdot \frac{d}{b} \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad \text{und} \quad \frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -\epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} .$$

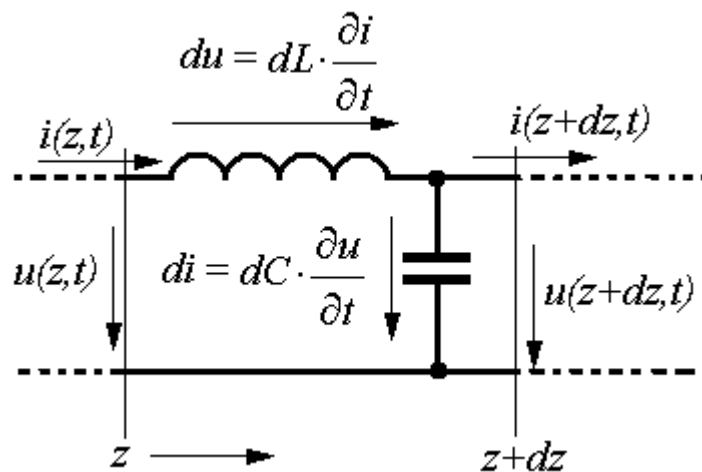
Untersuchen wir jetzt, wie sich Strom und Spannung auf der Leitung ändern, wenn wir um ein Stück dz von z zu $z+dz$ übergehen.



$$du = -\frac{\partial u}{\partial z} \cdot dz = \mu_0 \cdot \frac{d}{b} \cdot dz \cdot \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{und} \quad di = -\frac{\partial i}{\partial z} \cdot dz = \epsilon_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot dz \cdot \frac{\partial u}{\partial t} .$$

Die erste Gleichung sagt, du ist ein induktiver Spannungsabfall ($\sim \frac{\partial i}{\partial t}$). Daraus ergibt sich $dL = \mathbf{m}_0 \cdot \frac{d}{b} \cdot dz$ ist eine differentielle Induktivität im Längsweig des Vierpoles.

Die zweite Gleichung sagt, di ist ein kapazitiver Querstrom ($\sim \frac{\partial u}{\partial t}$). Daraus ergibt sich $dC = \mathbf{e}_0 \cdot \frac{b}{d} \cdot dz$ ist eine differentielle Kapazität im Querweig des Vierpoles und wir können ein verallgemeinertes ESB für ein Leitungselement der Länge dz angeben.



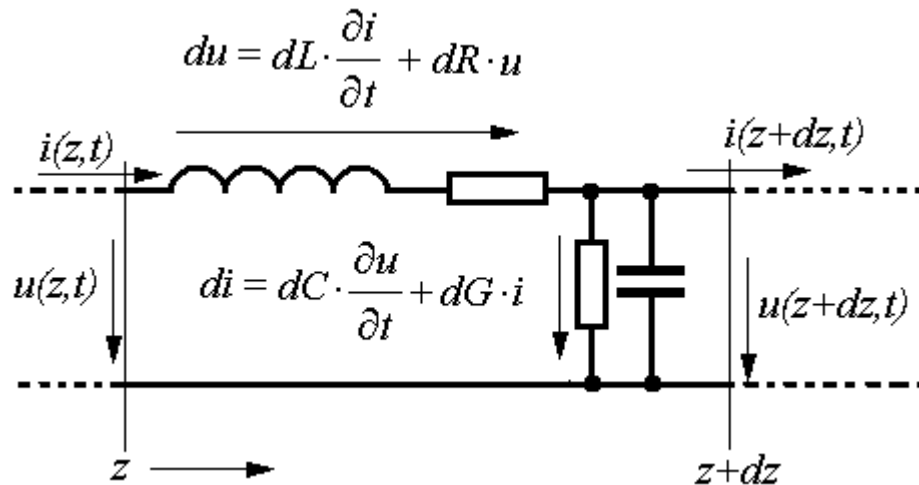
Die Größen $L' = \frac{dL}{dz}$ und $C' = \frac{dC}{dz}$ heißen **Induktivitätsbelag** und **Kapazitätsbelag** der Leitung und sind charakteristisch für jede Leitung. In unserem Beispiel haben sie die Werte:

Leitungskonstanten Plattenleitung: $L' = \mathbf{m}_0 \cdot \frac{d}{b}$ und $C' = \mathbf{e}_0 \cdot \frac{b}{d}$

Damit nehmen die Telegraphengleichungen die Form

$$\frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L' \cdot \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad \text{und} \quad -\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = C' \cdot \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} \quad \text{an.}$$

Nun ist es auch einfach Leitungs- und Isolationsverluste zu berücksichtigen, indem L' durch R' und C' durch G' ergänzt wird. Dabei gilt $R' = \frac{dR}{dz}$ und $G' = \frac{dG}{dz}$. R' heißt Widerstandsbelag und G' Leitwertbelag.



Die um die Verlustterme erweiterte Telegraphengleichung lautet nun

$$\frac{\partial u}{\partial z} = - \left(L' \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + R' \cdot i \right) \quad \text{und} \quad - \frac{\partial i}{\partial z} = C' \cdot \frac{\partial u}{\partial t} + G' \cdot u \quad \text{an.}$$

Ihre Lösungen sind exponentiell gedämpfte Wellen. Das Berücksichtigen der Verluste hat auch dazu geführt, daß **H** und **E** nur noch in Näherung senkrecht zu Ausbreitungsrichtung orientiert sind. Wir sprechen jetzt von quasi TEM-Wellen (TEM: Transversal Elektrisch Magnetisch). Lösungen dieser Gleichungen lassen sich für instationäre Erregungen mit Hilfe der Laplacetransformation gewinnen (siehe Impulse auf Leitungen)