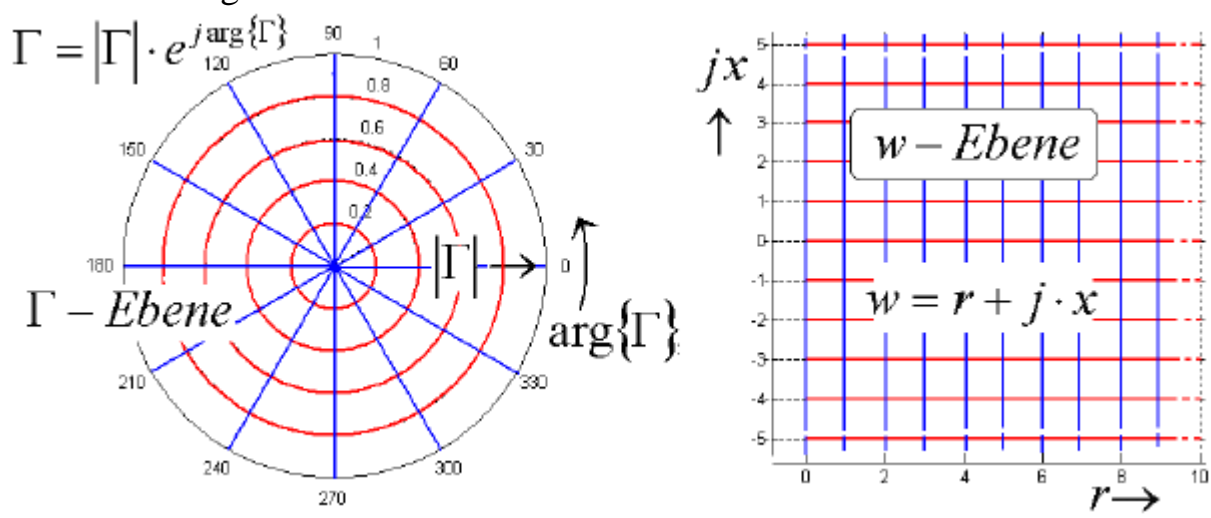


Das Smith-Diagramm

Das Smith-Diagramm ist die graphische Veranschaulichung des Zusammenhangs zwischen Reflexionsfaktor Γ und einer komplexen Impedanz w (auf Z_0 normiert!) . Dieser Zusammenhang wird durch die Bilineartransformation

$$\Gamma = \frac{w - 1}{w + 1}$$

definiert, die jedem endlichen Impedanzwert $w \neq -1$ einen eindeutig bestimmten Reflexionsfaktor Γ zuweist. Die Bilineartransformation ist eine konforme Abbildung, die das Liniennetz der orthogonalen Impedanzortskurven auf ein ebenfalls orthogonales Liniennetz in der Reflexionsfaktorebene abbildet.



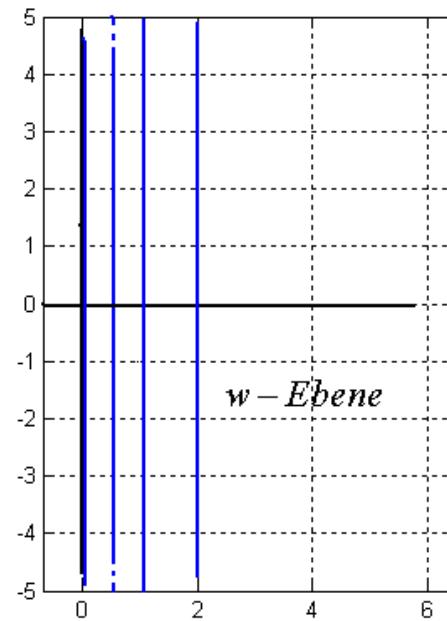
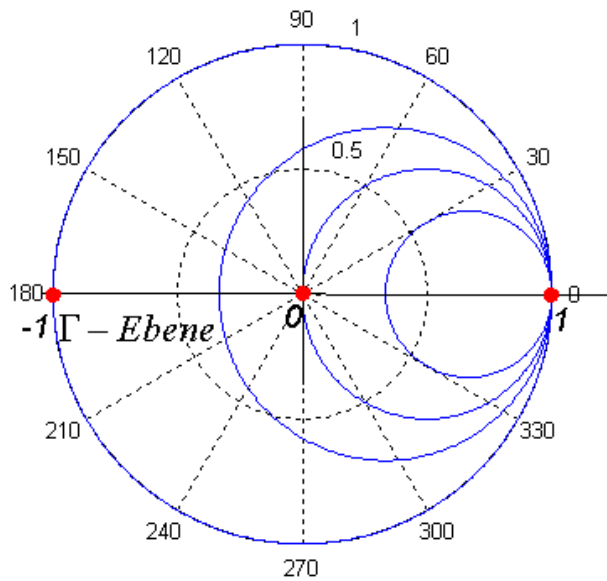
Wir wollen zunächst die Art der Ortskurven in der Γ -Ebene untersuchen die sich aus der Abbildung des kartesischen Netzes $r = \text{const.}$ und $x = \text{const.}$ ergeben.

Betrachten wir zuerst den Fall $r = r_0 \rightarrow -\infty \leq x \leq \infty$. Es sind in der w -Ebene die Geraden parallel zur imaginären Achse. Die Reflexionsfaktoren die dabei erreicht werden sind durch

$$\Gamma(x, r_0) = \frac{j \cdot x + (r_0 - 1)}{j \cdot x + (r_0 + 1)}$$

bestimmt. Die Abbildung ist der Quotient aus den beiden Geraden $j \cdot x + (r_0 - 1)$ und $j \cdot x + (r_0 + 1)$. Das ergibt Kreise, die nicht durch den Nullpunkt gehen.

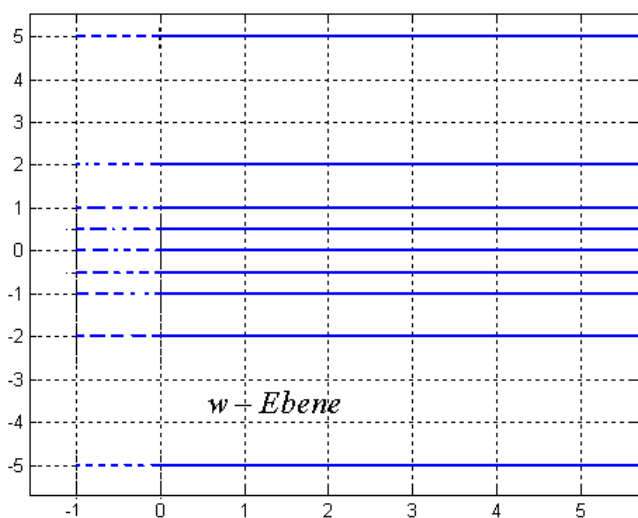
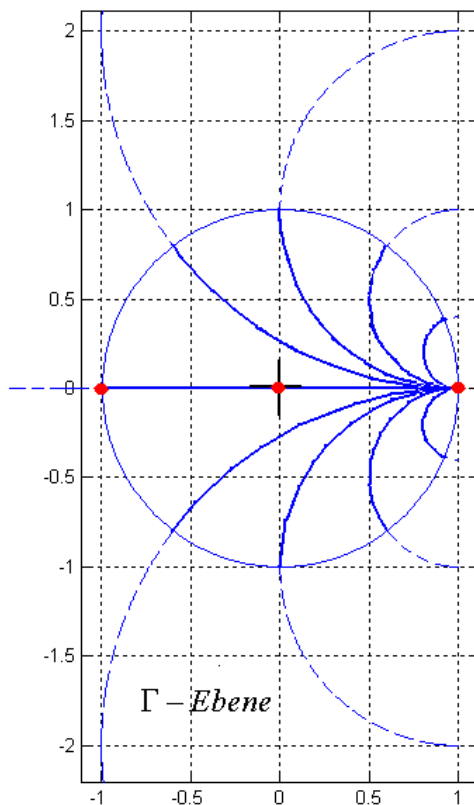
Wenn x nach ∞ strebt gehen sie alle durch den Punkt $\Gamma = +1$ (Leerlauf). Der zweite Punkt auf der reellen Achse wird mit $x = 0$ erreicht, er bildet mit dem Punkt $+1$ den Durchmesser der Kreise, die somit $2/(r_0 + 1)$ betragen. Der Mittelpunkt liegt somit bei $r_0/(r_0 + 1)$. Das folgende Bild verdeutlicht die Abbildung dieser Kurvenschar.



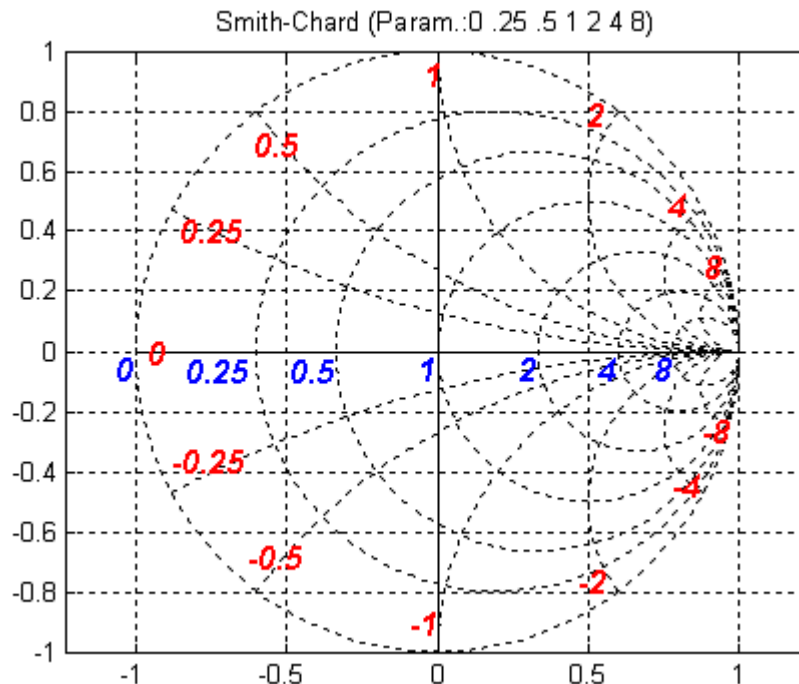
Variiert man bei festgehaltenem Imaginärteil den Realteil r so erhält man die Schar der dazu orthogonalen Kreise.

$$\Gamma(x_0, r) = \frac{r - (1 - j \cdot x_0)}{r + (1 + j x_0)}$$

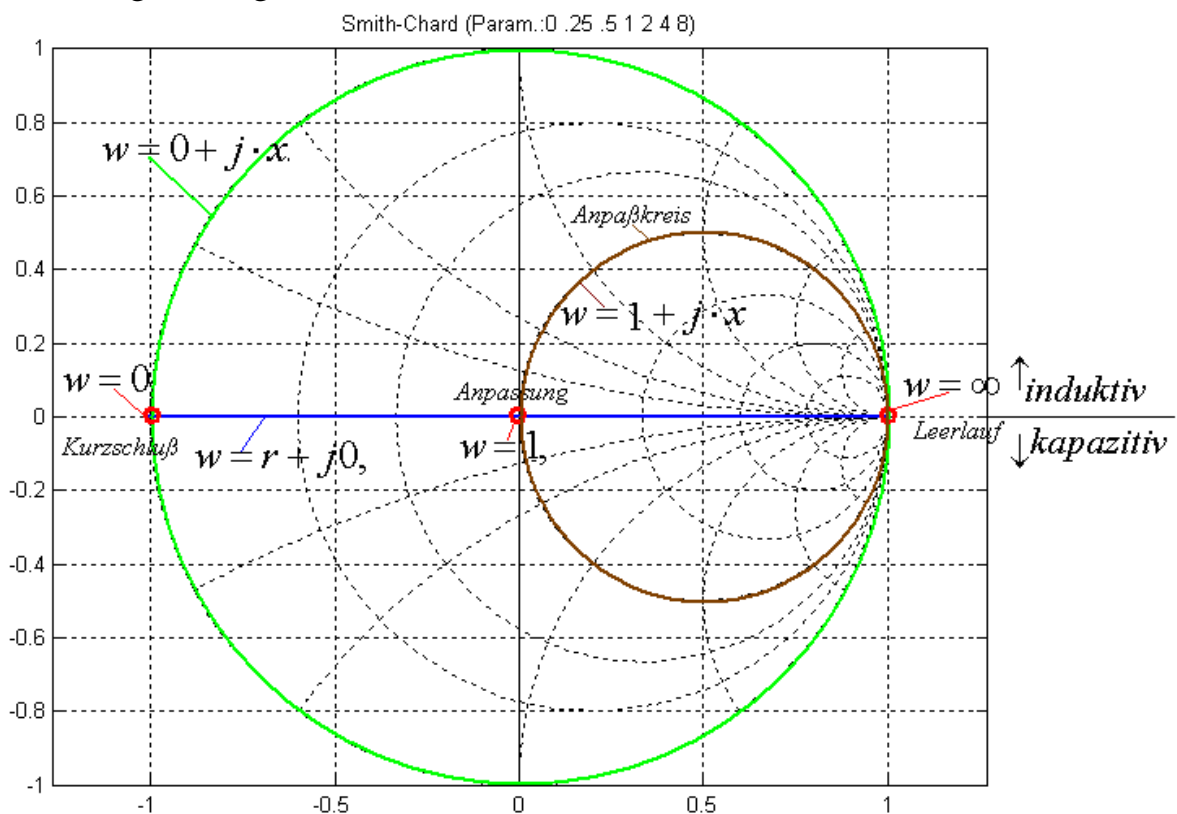
Diese Kurven stellen Kreisteile dar, die für $r = 0$ alle auf Punkten des Einheitskreises beginnen ($|\Gamma|=1$) und für $r \rightarrow \infty$ in den Punkt $\Gamma = +1$ (Leerlauf) einmünden. Ihre Mittelpunkte liegen auf der Parallelen zu Imaginären Achse bei dem Realteil $+1$ und den Werten $\pm j \cdot r_x$. Der Radius r_x beträgt $1/x_0$.



Trägt man beide Kurvenscharen in ein Diagramm ein erhält man das Smith-Diagramm (Phillip H. Smith). Es ist ein nützliches Hilfsmittel zur graphischen Ermittlung und Transformation von Reflexionsfaktoren und verwandter Größen.



In der Darstellung sind die, für die Arbeit mit dem SD wichtigen Koordinatensysteme unterdrückt, um die Übersichtlichkeit zu verbessern. Zum sicheren Umgang mit dem SD ist es ebenfalls sehr nützlich die geometrischen Orte bestimmter Kurven zu kennen. Sie sind deshalb in einer eigenen Darstellung hervorgehoben.

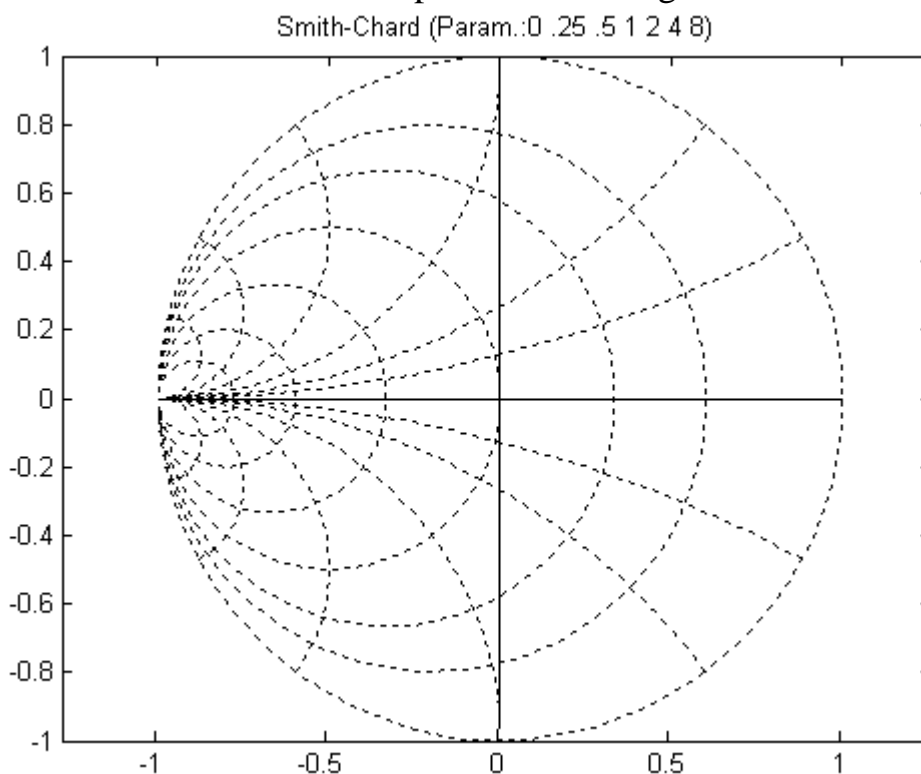


Das Reflexionsfaktordiagramm für normierte Admittanzen

Drückt man den Reflexionsfaktor nicht durch die Impedanz w eines Anschlusses sondern durch dessen Admittanz $y = 1/w$ aus ergibt sich folgender

Zusammenhang
$$\Gamma = \frac{\frac{1}{y} - 1}{\frac{1}{y} + 1} = \frac{1 - y}{1 + y} = -\frac{y - 1}{y + 1}.$$

Stellt man also $G(y)$ dar, erkennt man das die Abbildungsfunktionen durch Spiegelung am Nullpunkt (Multiplikation mit -1 , entspricht einer 180° Drehung) aus der für die normierten Impedanzen hervorgeht.



Dieser Umstand ermöglicht es mit wenigen Hilfsmitteln das Reflexionsfaktordiagramm für normierte Impedanzen auch für normierte Admittanzen einzusetzen.

Leitwertanpasskreis

Ein wichtiges Element für den Entwurf von Anpassgliedern ist der Kreis mit dem Mittelpunkt bei $-0,5 + j0$ und dem Radius $0,5$. Dieser Kreis ist der geometrische Ort der Admittanzen $y = 1 + jb$, der sogenannte Leitwertanpasskreis.

Eine weitere wichtige Ergänzung ist eine winkelpportionale Längenskala an der Peripherie des Einheitskreises, die sich aus der Ortsabhängigkeit des Reflexionsfaktors $\exp(-j2\beta x)$ ableitet. Setzt man für $\beta = 2\pi / \lambda$ erhält man eine Skala für die Phasenverschiebung bei Ortsveränderung von

$$+4 \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{\Delta z}{l} \quad \text{in Richtung zum Generator und}$$

$$-4 \cdot \mathbf{p} \cdot \frac{\Delta z}{l} \quad \text{in Richtung zur Last.}$$

