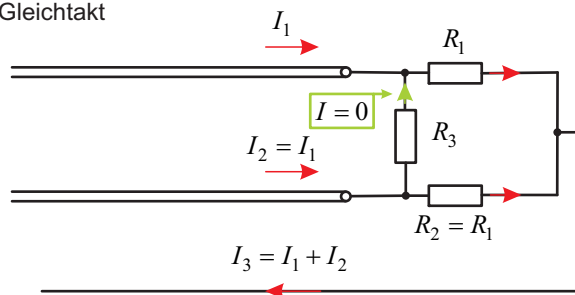


D Aufgabenlösungen zu Kapitel 4

D.1 Lösung der Übungsaufgabe 4.1

Um die Gleichungen (4.64) und (4.65) zum gleichzeitigen Leitungsabschluss von Gleich- und Gegentaktwellen herzuleiten, betrachten wir Bild D.1.

(a) Gleichtakt



(b) Gegentakt

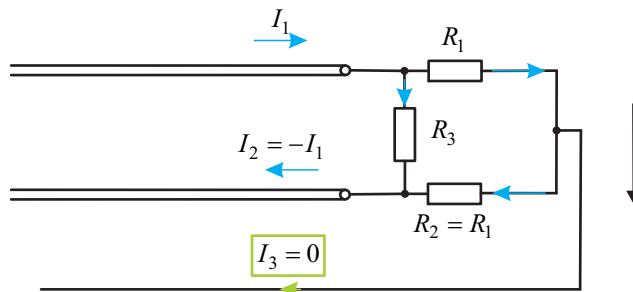


Bild D.1 Stromfluss bei Gleich- und Gegentaktbetrieb

Gleichtakt

Im Gleichtaktbetrieb sind die Ströme I_1 und I_2 gleich. Die beiden Leiter stellen insgesamt den Hinleiter dar. Der dritte Leiter führt den Rückstrom. Die Spannung zwischen den Leitern 1 und 2 verschwindet. Folglich ist R_3 stromlos.

Am Ende der Leitung wird die Parallelschaltung von R_1 und R_2 gegen Masse wirksam. Soll diese Impedanz den Gleichtakt-Mode reflexionsfrei abschließen, so müssen Parallelschaltung und Gleichtakt-Leitungswellenwiderstand übereinstimmen.

$$Z_{L,cm} = R_1 \parallel R_2 \quad (D.1)$$

Wählen wir die Widerstände gleich, also $R_1 = R_2$, so ergibt sich für die Parallelschaltung

$$R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1}{2} = \frac{R_2}{2} = Z_{L,cm} \quad , \quad (D.2)$$

und wir erhalten für die Widerstände

$$\boxed{R_1 = R_2 = 2Z_{L,cm}} \quad . \quad (D.3)$$

Gegentakt

Im Gegentaktbetrieb sind die Ströme I_1 und I_2 betraglich gleich, aber von entgegengesetztem Vorzeichen. Am Ende der Leiter wird zwischen den Anschlüssen die Parallelschaltung von R_3 mit der Serienschaltung von R_1 und R_2 wirksam. Für einen reflexionsfreien Abschluss muss diese Impedanz gerade dem Gegentakt-Leitungswellenwiderstand entsprechen.

$$Z_{L,diff} = R_3 \parallel (R_1 + R_2) \quad (D.4)$$

Mit Gleichung (D.3) können wir daraus den Widerstand R_3 durch ein paar einfache Umformungen berechnen:

$$\boxed{R_3 = \frac{4Z_{L,cm}}{4Z_{L,cm} - Z_{L,diff}}} \quad . \quad (D.5)$$

Beispielrechnung

Bild 4.22 (Buch S.142) zeigt Gleich- und Gegentakt-Leitungswellenwiderstände einer gekoppelten Mikrostreifenleitung. Die einzelne Mikrostreifenleitung besitzt bei einer Frequenz von $f = 5$ GHz einen Leitungswellenwiderstand von $Z_L \approx 50 \Omega$ und zeichnet sich durch folgende Größen aus: Substrathöhe $h = 635 \mu\text{m}$, relative Dielektrizitätszahl $\epsilon_r = 9,8$, Leiterbreite $w = 600 \mu\text{m}$, Metallisierungsdicke $t = 10 \mu\text{m}$. Die Spaltbreite s zwischen den Leiterbahnen wird in der Abbildung (Bild 4.22) variiert.

Für den Fall $s/h = 1$ soll nun ein Abschlussnetzwerk aus den Widerständen R_1 , R_2 und R_3 dimensioniert werden. Aus Bild 4.22 lesen wir ab:

$$Z_{L,cm} \approx 28,5 \Omega \quad \text{und} \quad Z_{L,diff} \approx 85,0 \Omega \quad . \quad (D.6)$$

Hieraus folgt

$$R_1 = R_2 = 57,0 \Omega \quad \text{und} \quad R_3 = 334,1 \Omega \quad . \quad (D.7)$$

Um zu sehen, ob die Schaltung bestimmungsgemäß arbeitet, wird mit einem Schaltungssimulator ein Gleich- und ein Gegentaktsignal in eine gekoppelte Mikrostreifenleitung eingespeist. Die vier Schaltungen in Bild D.2 zeigen in der linken Bildhälfte unsere Dimensionierung nach Bild 4.22. Zusätzlich werden zum Vergleich genauere Werte für Gleich- und Gegentakt-Leitungswellenwiderstände mit dem Tool *LineCalc* im Schaltungssimulator ADS bestimmt.

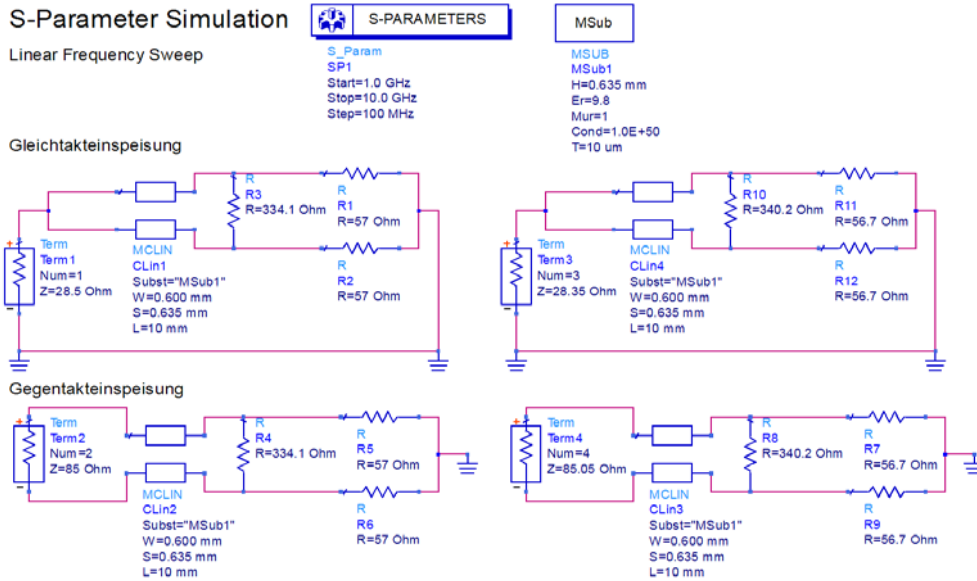


Bild D.2 Gleichtakt- und Gegentaktspeisung in eine gekoppelte Mikrostreifenleitung mit Abschlussnetzwerk aus drei Widerständen: Dimensionierung nach Bild 4.22 (Schaltungen in der linken Bildhälfte) und mit Hilfe des Tools *LineCalc* im Schaltungssimulator ADS [Agil09] (Schaltungen in der rechten Bildhälfte)

Streu- oder S-Parameter führen wir zwar erst in Kapitel 5 ein, die hier berechneten Streuparameter entsprechen aber den in Abschnitt 3.1.10 eingeführten Reflexionsfaktoren. Für einen reflexionsfreien Abschluss erwarten wir kleine Werte der Reflexionsfaktoren. Bild D.3 zeigt die Eingangsreflexionsfaktoren für alle vier Schaltungen logarithmisch (in dB) und linear. (In Anhang 2 (Buch S. 296) finden wir eine Erläuterung zur Interpretation der dB-Werte.)

Wie man sieht, wird die Anpassung ($|r| < 0,01$ @ $f = 5$ GHz) auch bei der graphischen Ermittlung der Leitungswellenwiderstände erreicht. (Durchgezogene Linien: Dimensionierung über Bild 4.22; unterbrochene Linien: Dimensionierung mit *LineCalc* in ADS.)

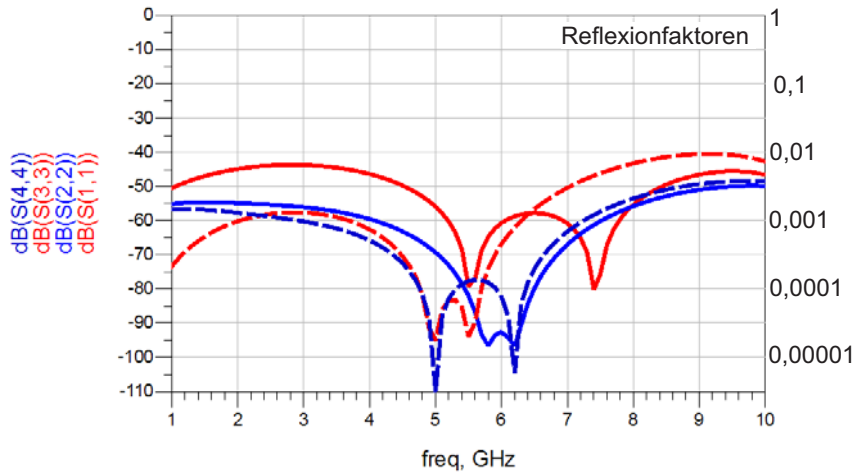


Bild D.3 Eingangsreflexionsfaktoren für alle vier Schaltungen aus Bild D.2. (Durchgezogene Linien: Dimensionierung über Bild 4.22; unterbrochene Linien: Dimensionierung mit *LineCalc* in ADS.)

D.2 Lösung der Übungsaufgabe 4.2

Die *Cut-off*-Frequenzen aller Wellentypen können wir über die folgende Gleichung (Buch S.133, Gleichung (4.51)) berechnen:

$$f_{c,mm} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}. \quad (\text{D.8})$$

Die Wellentypen und *Cut-Off*-Frequenzen sind in Tabelle D.1 zusammengestellt.

Tabelle D.1 *Cut-off*-Frequenzen für einen R260-Hohlleiter ($a = 8,636$ mm und $b = 4,318$ mm)

Wellentyp	H_{10}	H_{20}	H_{01}	H_{11}, E_{11}	H_{21}, E_{21}	H_{30}
<i>Cut-off</i> -Freq. $f_{c,mm}$	17,37 GHz	34,74 GHz	34,74 GHz	38,84 GHz	49,13 GHz	52,11 GHz

Den Leitungswellenwiderstand der H_{10} -Welle für den 1,5-fachen Wert der *Cut-Off*-Frequenz der H_{10} -Welle können wir über die folgende Gleichung (Buch S.132, Gleichung (4.50)) bestimmen.

$$Z_L^{H_{10}} = \frac{\pi^2 b}{8a} \cdot \frac{Z_{F0}}{\sqrt{1 - (f_c/f)^2}} = 312 \Omega. \quad (\text{D.9})$$

D.3 Lösung der Übungsaufgabe 4.3

Bild D.4 zeigt die Geometrie des Problems: Eine 125- Ω -Leitung soll mit Hilfe eines $\lambda/4$ -Transformators für eine Frequenz von $f = 10$ GHz an eine 75- Ω -Leitung angepasst werden.

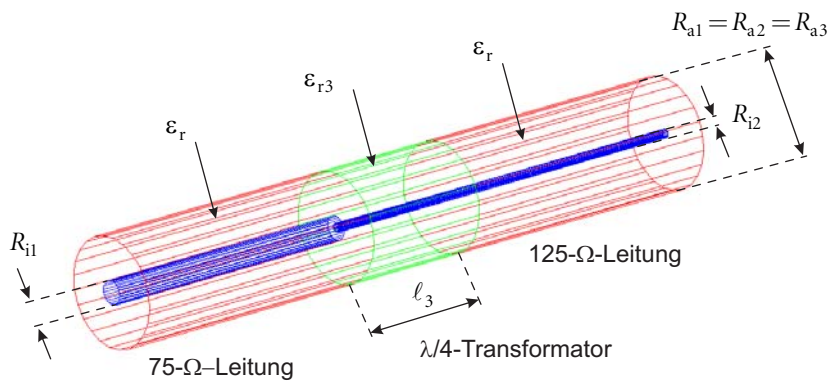


Bild D.4 $\lambda/4$ -Transformator zur Anpassung einer koaxialen 125- Ω -Leitung an eine koaxiale 75- Ω -Leitung für eine Frequenz von $f = 10$ GHz

a) Relative Dielektrizitätszahl

Die relative Dielektrizitätszahl kann aus der im Vergleich zur Vakuumlichtgeschwindigkeit verringerten Ausbreitungsgeschwindigkeit berechnet werden.

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r}} = 81\% c_0 \quad \rightarrow \quad \epsilon_r = \left(\frac{1}{0,81} \right)^2 = 1,524 \quad (\text{D.10})$$

b) Berechnung der Innenradien der koaxialen 75- Ω - und 125- Ω -Leitung

Der Leitungswellenwiderstand einer Koaxialleitung berechnet sich nach Gleichung (4.12) (Buch S. 114).

$$Z_L = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_r}} \ln \left(\frac{R_a}{R_i} \right) \quad (\text{D.11})$$

Da die Außenradien und die relative Dielektrizitätszahl bekannt sind, können die Innenradien bestimmt werden.

$$R_{i1} = R_{a1} \exp \left(- \frac{Z_L}{60 \Omega \sqrt{\epsilon_r}} \right) = 0,427 \text{ mm} \quad \text{und} \quad R_{i2} = 0,1528 \text{ mm} \quad (\text{D.12})$$

c) Leitungswellenwiderstand des $\lambda/4$ -Transformators

Bei einem $\lambda/4$ -Transformator (siehe Abschnitt 3.1.9.1) entspricht das Produkt aus Abschluss- und Eingangsimpedanz dem Leitungswellenwiderstand zum Quadrat.

$$Z_E Z_A = Z_L^2 \quad (\text{D.13})$$

In unserem Fall sollen die beiden Leitungen mit den Leitungswellenwiderständen Z_{L1} und Z_{L2} aneinander angepasst werden. Die Impedanz $Z_A = Z_{L2}$ wird also an die Impedanz $Z_E = Z_{L1}$ angepasst.

$$Z_{L3} = \sqrt{Z_{L1} Z_{L2}} = 96,82 \Omega \quad (\text{D.14})$$

d) Relative Dielektrizitätszahl ϵ_{r3} für das Füllmaterial des $\lambda/4$ -Transformators

Da Innen- und Außenradius des $\lambda/4$ -Transformators in der Aufgabenstellung vorgegeben sind ($R_{a3}=R_{a2}$, $R_{i3}=R_{i2}$), bleibt für die Einstellung des Leitungswellenwiderstandes Z_{L3} des $\lambda/4$ -Transformators nur die Wahl eines geeigneten Mediums mit der relative Dielektrizitätszahl ϵ_{r3} .

$$Z_{L3} = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_{r3}}} \ln \left(\frac{R_{a3}}{R_{i3}} \right) = \frac{60 \Omega}{\sqrt{\epsilon_{r3}}} \ln \left(\frac{R_{a2}}{R_{i2}} \right) \rightarrow \epsilon_{r3} = \left(\frac{60 \Omega}{Z_{L3}} \ln \left(\frac{R_{a2}}{R_{i2}} \right) \right)^2 = 2,541 \quad (\text{D.15})$$

e) Bestimmung der Leitungslänge des $\lambda/4$ -Transformators

Da die Leitung eine Viertelwellenlänge lang ist, ergibt sich mit

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r} f} \quad (\text{D.16})$$

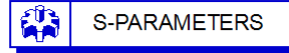
der Wert

$$\ell_3 = \frac{\lambda}{4} = 4,705 \text{ mm} . \quad (\text{D.17})$$

Zur Probe bauen wir die Schaltung mit dem HF-Schaltungssimulator ADS nach [Agil09]. Das nachfolgende Bild zeigt die Schaltung.

S-Parameter Simulation

Linear Frequency Sweep



S_Param
 SP1
 Start=5 GHz
 Stop=15 GHz
 Step=10 MHz

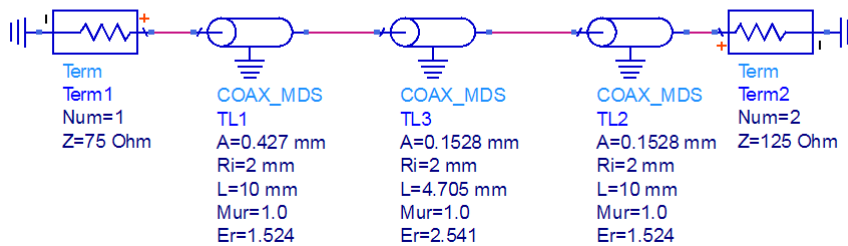


Bild D.5 Berechnung des Beispiels mit dem Schaltungssimulator ADS

Das Ergebnis für den Betrag des Reflexionsfaktors $|r| = |s_{11}|$ sehen wir im Bild D.6. Bei einer Frequenz von 10 GHz haben wir die gewünschte Anpassung erreicht.

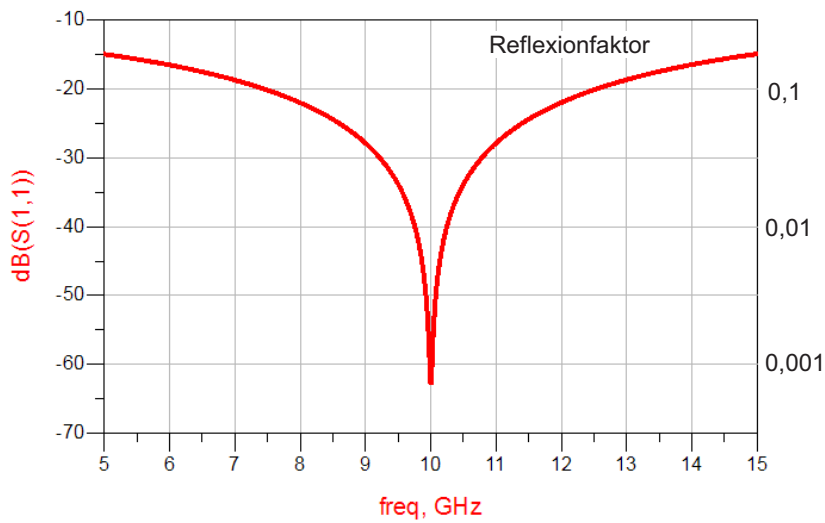


Bild D.6 Reflexionsfaktor ermittelt mit dem HF-Schaltungssimulator ADS

D.4 Lösung der Übungsaufgabe 4.4

Mit Gleichung (4.56) (Buch S. 136) können wir alle möglichen Resonanzfrequenzen berechnen.

$$f_{R,mp} = \frac{c_0}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2} \quad (\text{D.18})$$

Wenn wir die Frequenzen aufsteigend ordnen, so finden wir die folgenden in Tabelle D.2 aufgeführten fünf niedrigsten Frequenzen ($a = 5 \text{ cm}$, $b = 7 \text{ cm}$, $c = 9 \text{ cm}$).

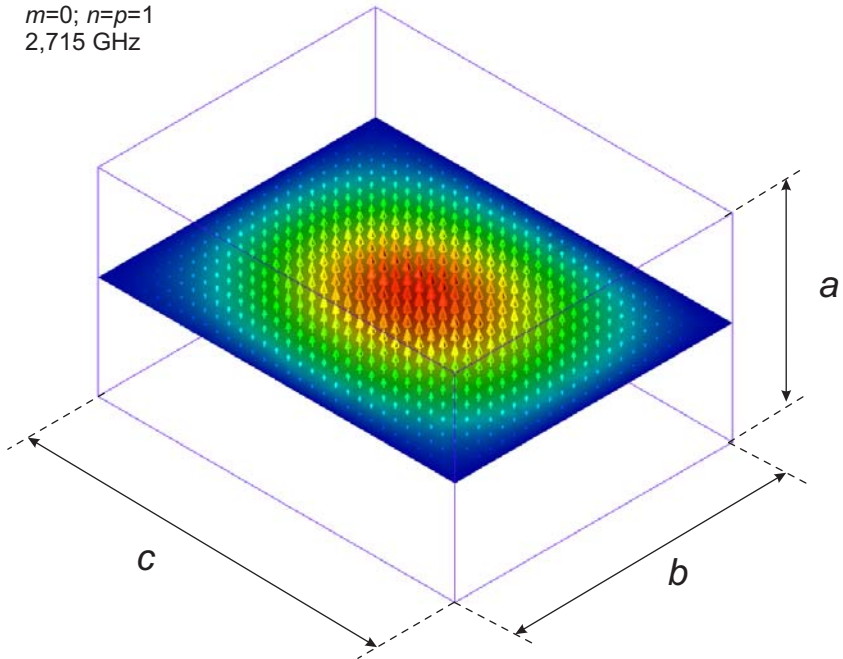
Tabelle D.2 Resonanzfrequenzen

m	n	p	f_r/GHz
0	1	1	2,715
1	0	1	3,432
1	1	0	3,687
0	1	2	3,963
1	1	1	4,046

Da die Seite a die geringste Länge hat, ergibt sich die Grundschiwingung für $m = 0$ und $n = p = 1$ (siehe Bild D.7). In den horizontalen Richtungen befindet sich je *ein* Maximum ($n = p = 1$) der elektrischen Feldverteilung und in senkrechter Richtung ist der Verlauf *konstant* ($m = 0$).

Die Interpretation der anderen Feldbilder ergibt sich entsprechend (siehe Bild D.7 bis D.9).

$m=0; n=p=1$
2,715 GHz



$m=1; n=0; p=1$
3,432 GHz

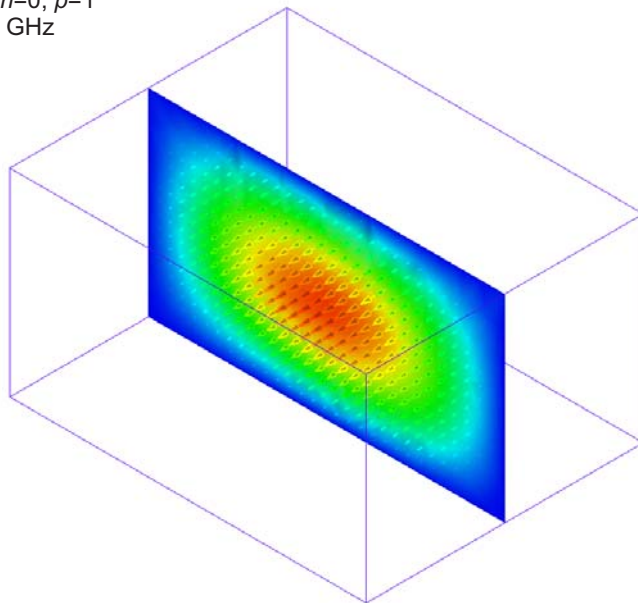


Bild D.7 Felddiagramme zum ersten und zweiten Schwingungszustand des Hohlraumresonators

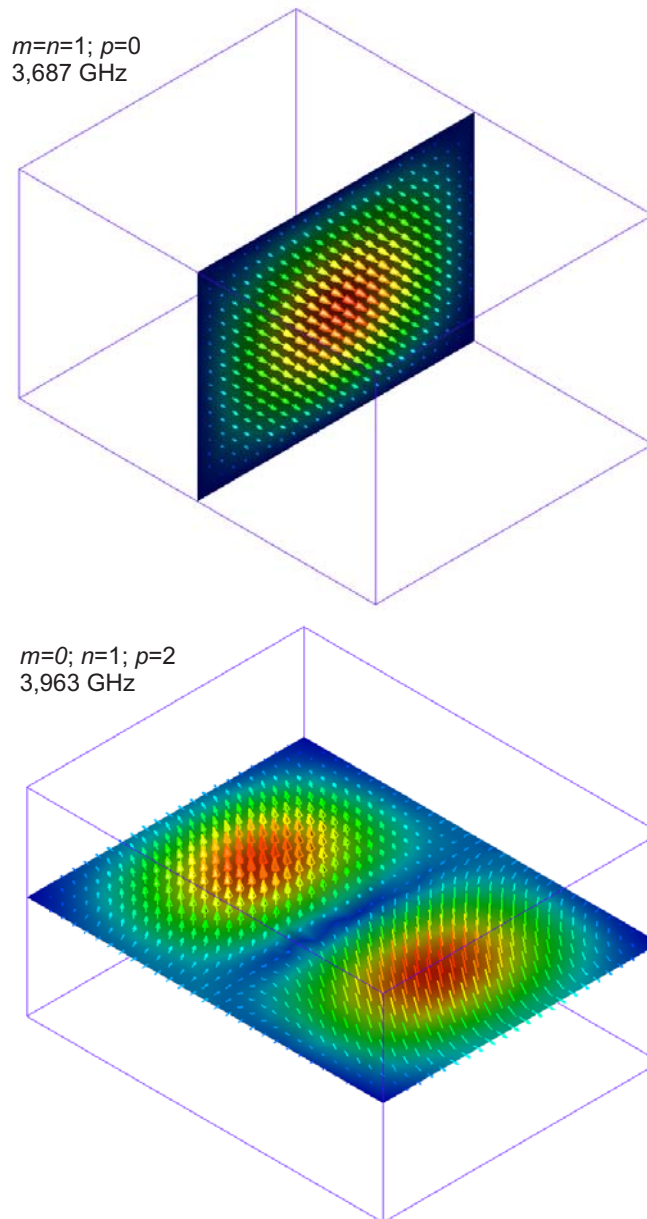


Bild D.8 Feldbilder zum dritten und vierten Schwingungszustand des Hohlraumresonators

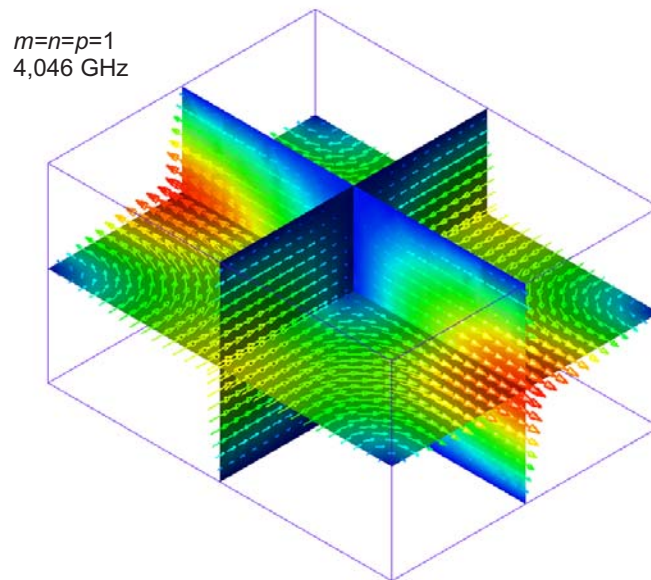


Bild D.9 Feldbild zum fünften Schwingungszustand des Hohlraumresonators

–

http://www.fh-dortmund.de/gustrau_hochfrequenztechnik

(Stand: 18.02.2011)