 <b>Fachhochschule Jena</b> University of Applied Sciences Jena	<b>Fachbereich Elektrotechnik</b>  Laborpraktikum Grundlagen der Elektrotechnik	Versuch  7
	<b>Frequenzverhalten ausgewählter Schaltungen</b>	
Seminargruppe: <u>092 ET</u>	Datum: <u>26.10.2010</u>	
Praktikumsgruppe: <u>②</u>	<b>Testat:</b> <u>[Signature]</u>	
Teilnehmer: <u>Michael Goldbuch</u> <u>Jürgen Döfninger</u>	<u>[Signature]</u> Unterschrift	

#### Literatur

- [1] Weißgerber, W.:  
Elektrotechnik für Ingenieure, Teil 2  
Braunschweig: Vieweg Verlag 1991, S. 70ff
- [2] Lindner, u. a.  
Taschenbuch der Elektrotechnik  
Fachbuchverlag Leipzig - Köln
- [3] Führer, A. u. a.:  
Grundlagen der Elektrotechnik, Bd. 2  
München: Hanser Verlag 1990, S. 117

#### Erforderliche Begriffe

Frequenzganganalyse, Amplitudengang, Phasengang, Hochpass, Tiefpass, Bandpass, Wien-Glied, Grenzfrequenz, Mittenfrequenz, Normierung von Funktionen,

#### Millimeterpapier,

3 Blatt mit halblogarithmischer Teilung (2 Dekaden), (Kopieren Sie die beiliegende Vorlage),  
 1 Blatt mit halblogarithmischer Teilung (3 Dekaden),

## 1 Versuchsvorbereitung

### 1.1 Passiver RC-Tiefpass

- a) Skizzieren Sie die Schaltung eines passiven RC-Tiefpasses!
- b) Leiten Sie die Gleichungen zur Berechnung des Amplitudengangs  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und des Phasengangs  $\varphi = f(\omega)$  her!
- c) Berechnen Sie die Funktionswerte für  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  an der Stelle  $f = f_G$ !
- d) Notieren Sie den Zusammenhang zwischen der Grenzfrequenz und den Schaltungskomponenten!
- e) Skizzieren Sie eine Messschaltung für die gleichzeitige Aufnahme der Funktionen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  unter Verwendung von Voltmetern und Oszilloskop!

### 1.2 Passiver RL-Hochpass

- a) Skizzieren Sie die Schaltung eines passiven RL-Hochpasses!
- b) Leiten Sie die Gleichungen zur Berechnung des Amplitudengangs  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und des Phasengangs  $\varphi = f(\omega)$  her!
- c) Berechnen Sie die Funktionswerte für  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  an der Stelle  $f = f_G$ !
- d) Notieren Sie den Zusammenhang zwischen der Grenzfrequenz und den Schaltungskomponenten!

### 1.3 Normierte Frequenzganggleichung

- a) Geben Sie die Gleichungen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  für den Hoch- und Tiefpass in normierter

Form mit  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_g}$  an!

- b) Welche Vorteile hat eine Normierung?

- c) Stellen Sie für den RL-HP die Funktionen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$  und  $\varphi = f\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$  im Bereich  $0,1 \leq \frac{\omega}{\omega_g} \leq 10$  graphisch dar!

**Hinweis:**

Nutzen Sie eine Kopie des beigefügten halblogarithmischen Papiers oder besser verwenden Sie eine Tabellenkalkulation zur Lösung der Aufgabe

### 1.4 Wien-Glied

- a) Skizzieren Sie die Schaltung eines Wien-Gliedes!

- b) Leiten Sie die Gleichungen für  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  unter der Bedingung  $R_1 = R_2$  und  $C_1 = C_2$  ab und skizzieren Sie die Graphen beider Funktionen!

### 1.5 RC-Phasenschieber

- a) Skizzieren Sie die Schaltung eines RC-Phasenschiebers unter Verwendung von Hochpässen!

- b) Geben Sie die Gleichungen für  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega)$  und  $\varphi = f(\omega)$  an!

Welchen Werten nimmt der Betrag der Übertragungsfunktion bei  $\varphi = -180^\circ$  an?

- c) **Wahlaufgabe:**

Leiten Sie die Gleichung  $\frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)}$  unter der Bedingung  $R_1 = R_2 = R_3$  und  $C_1 = C_2 = C_3$  her und bestätigen Sie die Gleichungen unter Aufgabe b)!

## 2 Versuchsdurchführung

### 2.1 Passiver RC-Tiefpass

- a) Bauen Sie die Messschaltung für einen Tiefpass mit  $R = 1,5k\Omega$  und  $C = 100nF$  auf!

Ermitteln Sie messtechnisch die Funktionen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$  und  $\varphi = f\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)$  im Bereich

$0,1 \leq \frac{\omega}{\omega_g} \leq 10$  und tragen Sie die Graphen der Funktionen in das jeweilige Diagramm auf halblogarithmischem Papier ein!

- b) Ermitteln Sie aus den Diagrammen  $\frac{U_a}{U_e}$  und  $\varphi$  an der Stelle  $f = f_g$ !

- c) Charakterisieren Sie den Amplitudenverlauf im Vergleich zu einem idealen Tiefpass!

- d) Stellen Sie die Ortskurve der Spannungen dar und tragen Sie den Zeiger für  $f = 1kHz$  ein!

**Hinweis:**

$U_e$  wird als reell angenommen!

## 2.2 Passiver RL-Hochpass

- a) Bauen Sie die Messschaltung (Bild 1) für einen Hochpass mit  $R = 100\Omega$  und  $L = 18\text{mH}$  ( $N = 1000$ ) auf und speisen Sie die Schaltung mit  $U_e \approx 2\text{V}$  (Induktivität im Kreis).

Nehmen Sie die Funktionen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = g(f)$  und  $\varphi = g(f)$  im Frequenzbereich  $10\text{Hz} \leq f \leq 10\text{kHz}$  auf und stellen Sie die Graphen auf halblogarithmischen Papier dar (in der Anleitung enthalten)!

- b) Ermitteln Sie aus den Diagrammen  $\frac{U_a}{U_e}$  und  $\varphi$  an der Stelle  $f = f_g$  !
- c) Vergleichen Sie die gemessenen Diagramme mit denen aus der Vorbereitung und diskutieren Sie mögliche Abweichungen!

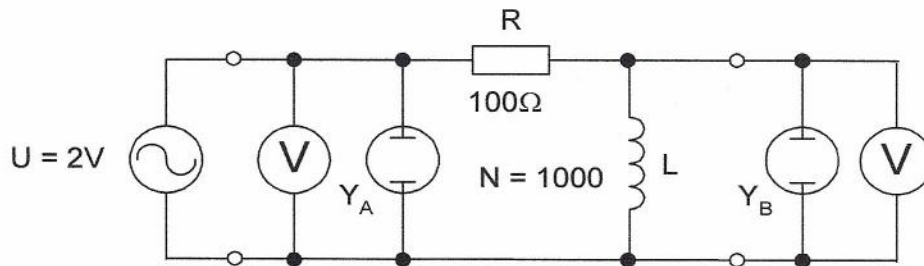


Bild 1

## 2.3 Wien - Glied

- a) Erstellen Sie die Schaltung des Wien - Gliedes mit  $R_1 = R_2 = 1,5\text{k}\Omega$  und  $C_1 = C_2 = 0,22\mu\text{F}$  und speisen Sie die Schaltung mit  $U_e = 2\text{V} = \text{const.}$ .

Ermitteln Sie messtechnisch die Funktionen  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(f)$  und  $\varphi = f(f)$  im Bereich  $100\text{Hz} \leq f \leq 10\text{kHz}$  und stellen Sie die Graphen auf halblogarithmischem Papier dar!

- b) Bestimmen Sie graphisch die Werte von  $\left| \frac{U_a}{U_e} \right|$  und  $\varphi$  bei der Mittenfrequenz  $f_m$  !
- c) Diskutieren Sie die Ergebnisse im Vergleich zu den Verhältnissen am Schwingkreis!

## 2.4 RC - Phasenschieber

- a) Bauen Sie die Kettenschaltung von drei Hoch/Tiefpässen mit  $R_1 = R_2 = R_3 = 1,5\text{k}\Omega$  und  $C_1 = C_2 = C_3 = 0,22\mu\text{F}$  auf und speisen Sie die Schaltung mit  $U_e = 2\text{V} = \text{const.}$

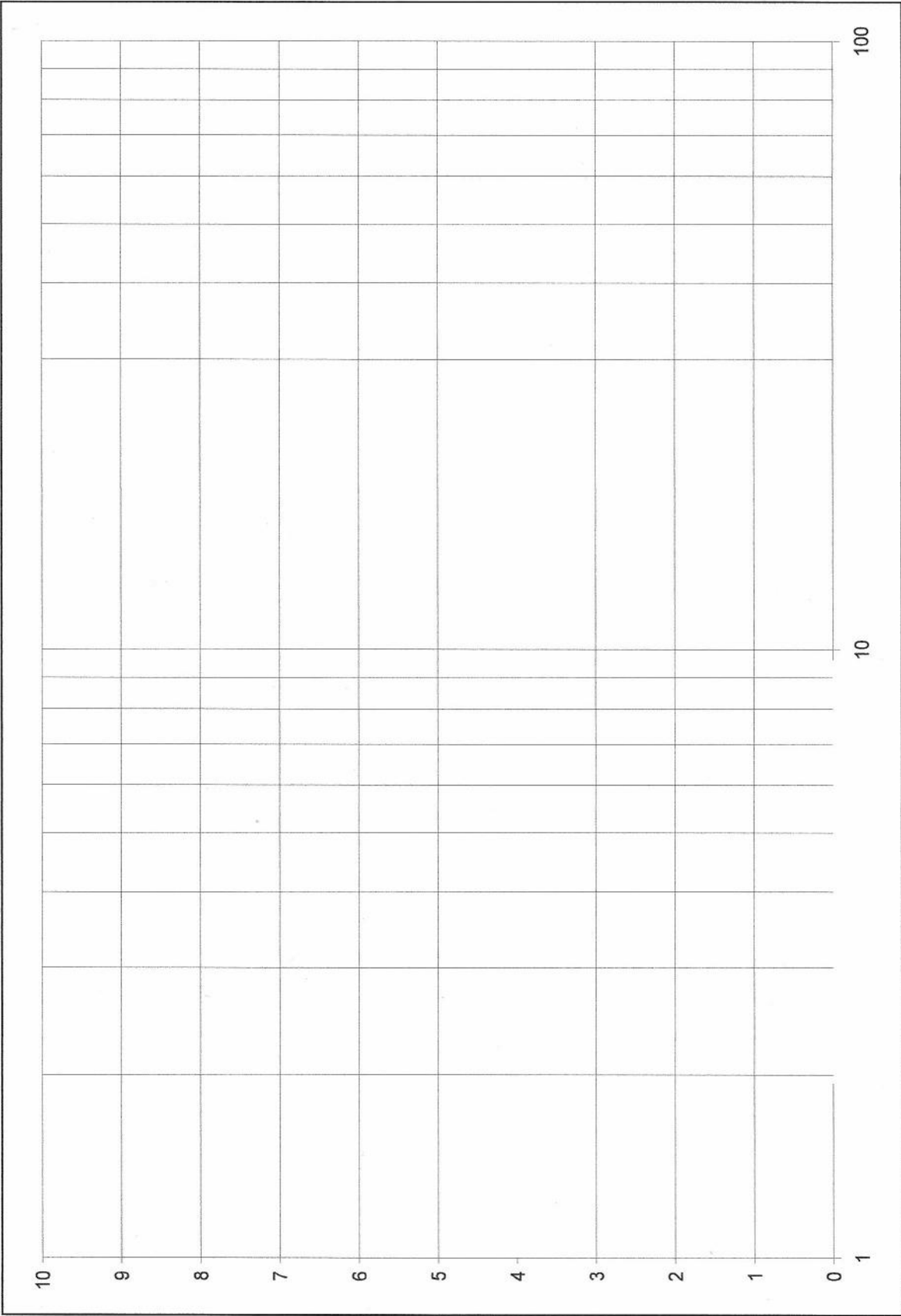
- Ermitteln Sie experimentell die Frequenz bei der  $\varphi = 180^\circ$  wird.
- Messen Sie bei dieser Frequenz die Ausgangsspannungen und Phasenwinkel der Teilschaltungen!
- Ermitteln Sie das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangsspannung und deren Phasenlage.

- b) Stellen Sie das Zeigerdiagramm der ermittelten Spannungen dar (Spannungsrelationen beachten)!

**Hinweis:**

$U_e$  wird als reell angenommen!

- c) Vergleichen Sie die ermittelten Werte für Betrag und Phase mit den theoretischen Werten!

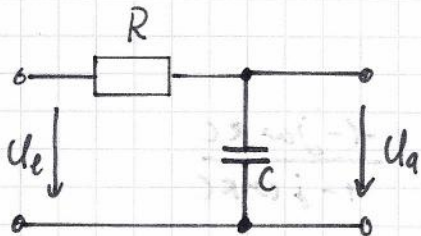




# Versuchs vorbereitung

1.1.

a)



$$b) f(\omega) = \left| \underline{F}(\omega) \right| = \frac{U_a}{U_e} = \frac{I \cdot X_C}{I \cdot Z} \quad \left| Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \right.$$

$$f(\omega) = \frac{X_C}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} \quad \left| \text{Quadratur} \right. \quad \left. X_C = \frac{1}{\omega C} \right.$$

$$f^2(\omega) = \frac{\frac{1}{(\omega C)^2}}{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}} = \frac{1}{(\omega C)^2} \cdot \frac{1}{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

*Each Quadratur  
Re: I\_m with  
Zugabe zu U\_e!*

$$f^2(\omega) = \frac{1}{(R\omega C)^2 + \frac{(\omega C)^2}{(\omega C)^2}} \quad \left| \sqrt{\quad} \right.$$

$$\underline{\underline{f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}}} \quad \checkmark$$

$$\frac{U_a(j\omega)}{U_e(j\omega)} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\operatorname{Im}\{f(\omega)\}}{\operatorname{Re}\{f(\omega)\}} \quad f(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC}$$

$$f(\omega) = \frac{1}{1+j\omega RC} \quad \cdot \quad \frac{1-j\omega RC}{1-j\omega RC}$$

$$f(\omega) = \frac{1-j\omega RC}{1+(\omega RC)^2} = \frac{1}{1+(\omega RC)^2} - \frac{j\omega RC}{1+(\omega RC)^2}$$

$$\operatorname{Im}\{f(\omega)\} = -\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}$$

$$\operatorname{Re}\{f(\omega)\} = \frac{1}{1+(\omega RC)^2}$$

$$\tan \varphi = \frac{\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2}}{\frac{1}{1+(\omega RC)^2}} = -\frac{\omega RC}{1+(\omega RC)^2} \cdot \frac{1+(\omega RC)^2}{1}$$

$$\tan \varphi = -\omega RC \quad | \text{ arctan}$$

$$\underline{\underline{\varphi = -\arctan(\omega RC)}} \quad \downarrow$$



c)

$$f(\omega = \omega_g) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_g RC)^2}} \quad \left| \begin{array}{l} \omega_g = 2\pi f_g \\ f_g = \frac{1}{2\pi RC} \end{array} \right.$$

$$f(2\pi f_g) = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi f_g RC)^2}}$$

$$f(2\pi f_g) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi RC}{2\pi RC}\right)^2}}$$

$$\underline{\underline{f(\omega_g) = \frac{1}{\sqrt{2}}}}$$

d)

Bei Erreichen der Grenzfrequenz  $\omega_g$  ist die Ausgangsspannung auf einen Wert von 70,7% der Eingangsspannung  $U_e$  zurückgegangen. Daraus folgt:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_g RC)^2}} \quad \left| \quad U_a = 0,707 \cdot U_e = \frac{U_e}{\sqrt{2}} \right.$$

$$\frac{U_e}{U_e \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + (\omega RC)^2} \quad | \text{Quadratiere}$$

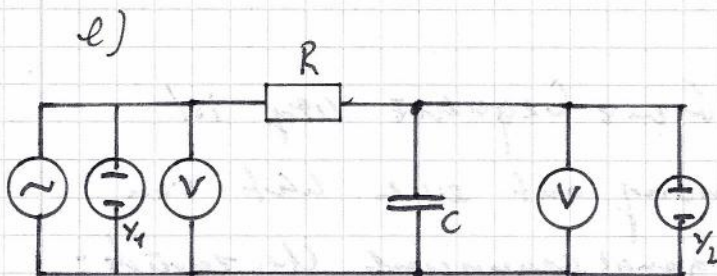
$$2 = 1 + (\omega RC)^2 \quad | - 1 \quad | \sqrt{\quad}$$

$$1 = \omega RC \quad | : \omega C$$

$$\frac{1}{\omega C} = R \quad | \quad \frac{1}{\omega C} = X_C$$

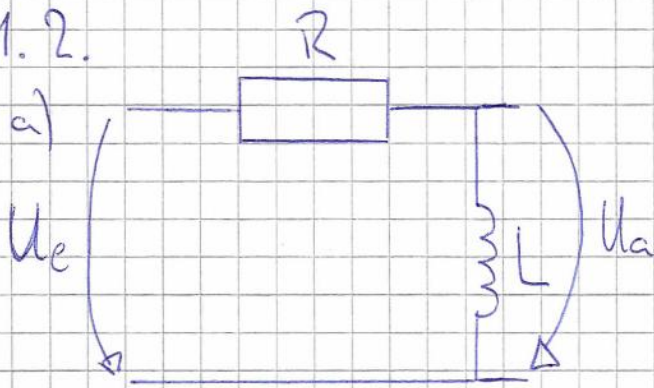
$$\underline{\underline{X_C = R}}$$

Bei Grenzfrequenz sind Wirk- und Blindwiderstand gleich groß.





1.2.



b)

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \frac{U_a}{U_e} = \frac{X_L}{Z} \quad Z = |Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$X_L = \omega L$$

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{X_L}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad /: X_L$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{X_L} \sqrt{R^2 + X_L^2}} \quad /: X_L = \sqrt{X_L^2}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{X_L^2} + \frac{X_L^2}{X_L^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{X_L^2} + 1}} \Rightarrow \text{bei } f_a \Rightarrow R = X_L$$

$$\approx \frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707$$

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{(\omega L)^2} + 1}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{(2\pi f L)^2} + 1}}$$

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_a}{\omega}\right)^2 + 1}} \Rightarrow \omega_a = \frac{R}{L} \Rightarrow f_a = \frac{R}{2\pi L}$$

$$\varphi(\omega) = \arctan\left(\frac{\omega_a}{\omega}\right)$$

c)  $f = f_a \Rightarrow \varphi = \arctan\left(\frac{2\pi f_a}{2\pi f_a}\right)$   
 $= \arctan(1) \Rightarrow 45^\circ$

d)  $\Downarrow$   
 $R \uparrow \rightarrow f_a \uparrow$   
 $L \uparrow \rightarrow f_a \downarrow$

1.3.

a)

Tiefpass

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega R)^2}}$$

Hochpass

$$f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega R}\right)^2}}$$

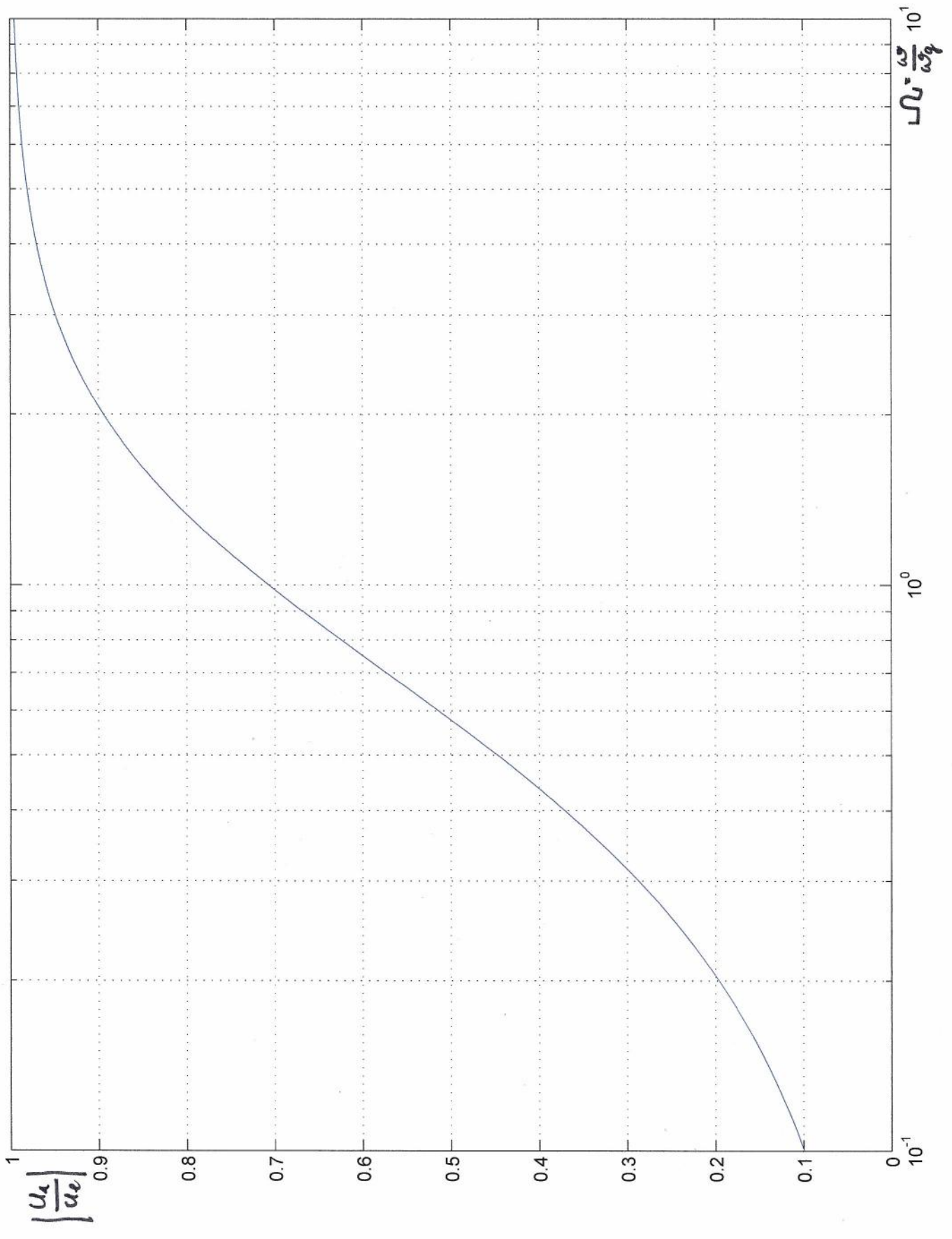
$$\varphi = -\arctan(\omega R)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{1}{\omega R}\right)$$

- b) Eine Normierung hat den Vorteil eines direkten Vergleiches einer Schaltung unterschiedlicher Dimensionierung. ✓

1.3.c

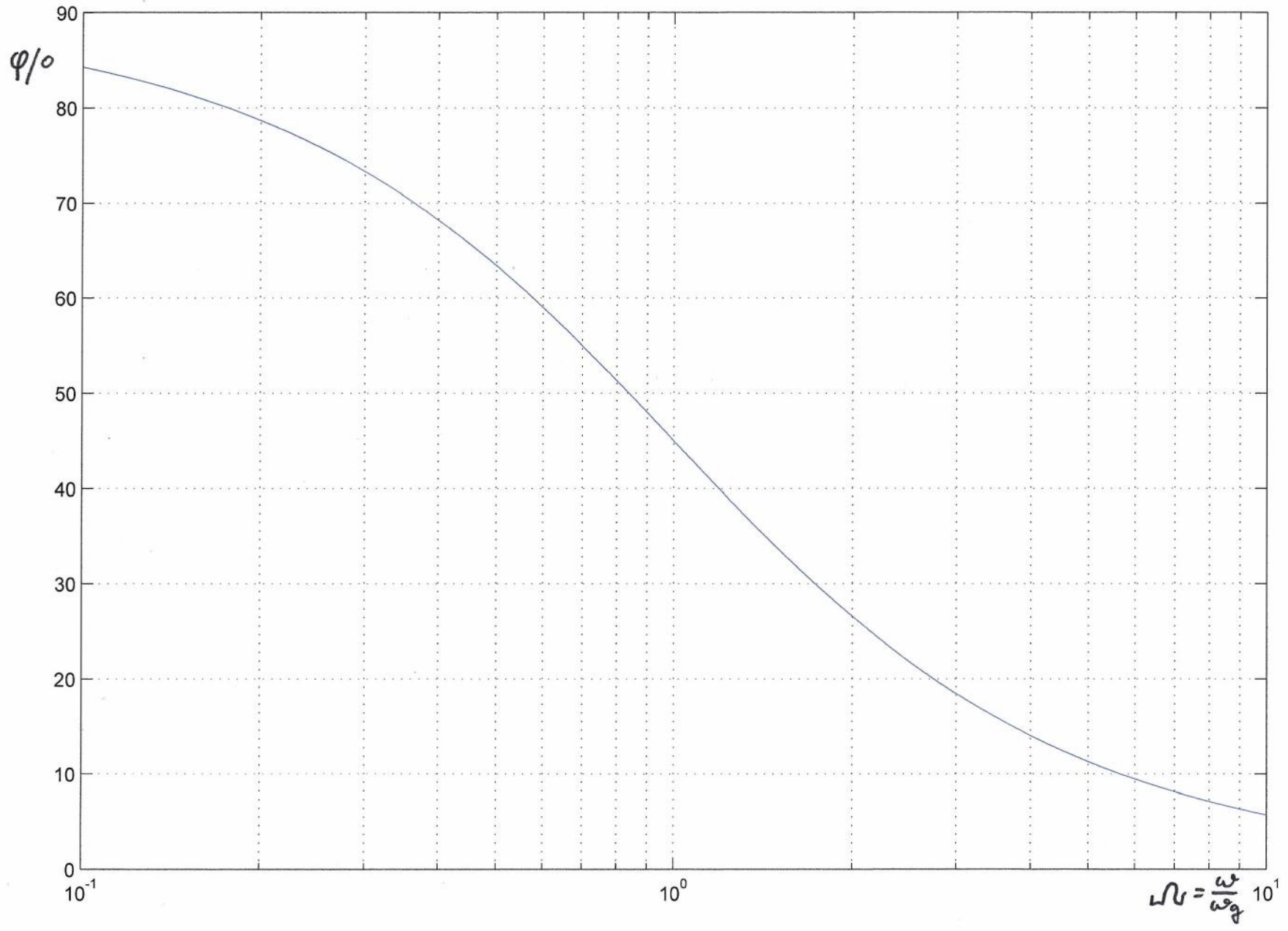
RL-HP



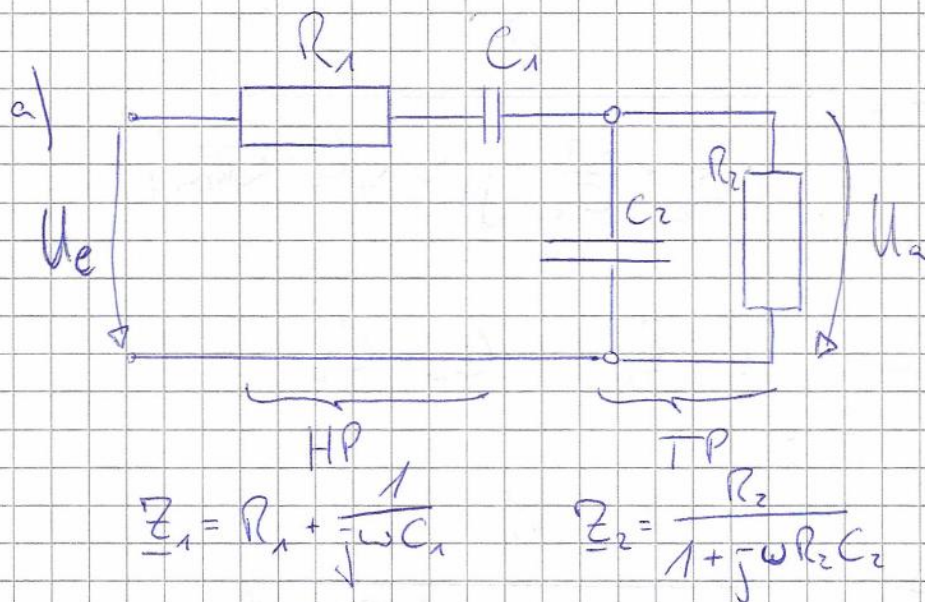


1.3.c

RL-HP



1.4



b)

$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} + R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}} =$$

$$= \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} + \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}} \quad \text{Hauptnenner}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2}}{\frac{j\omega R_2 C_1 + (1 + j\omega R_2 C_2)(1 + j\omega R_1 C_1)}{j\omega C_1 (1 + j\omega R_2 C_2)}} \quad \text{Kürzen}$$

$$= \frac{j\omega R_2 C_1}{j\omega R_2 C_1 + 1 + j\omega R_1 C_1 + j\omega R_2 C_2 - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2} \quad \text{Klammern auflösen}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega R_2 C_1} + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} - \frac{\omega R_1 C_2}{j}}$$

$$\left\| \frac{1}{j\omega R_2 C_1} = -\frac{1}{j\omega R_2 C_1} \right\| \quad \left\| -\frac{\omega R_1 C_2}{j} = j\omega R_1 C_2 \right.$$

⇒

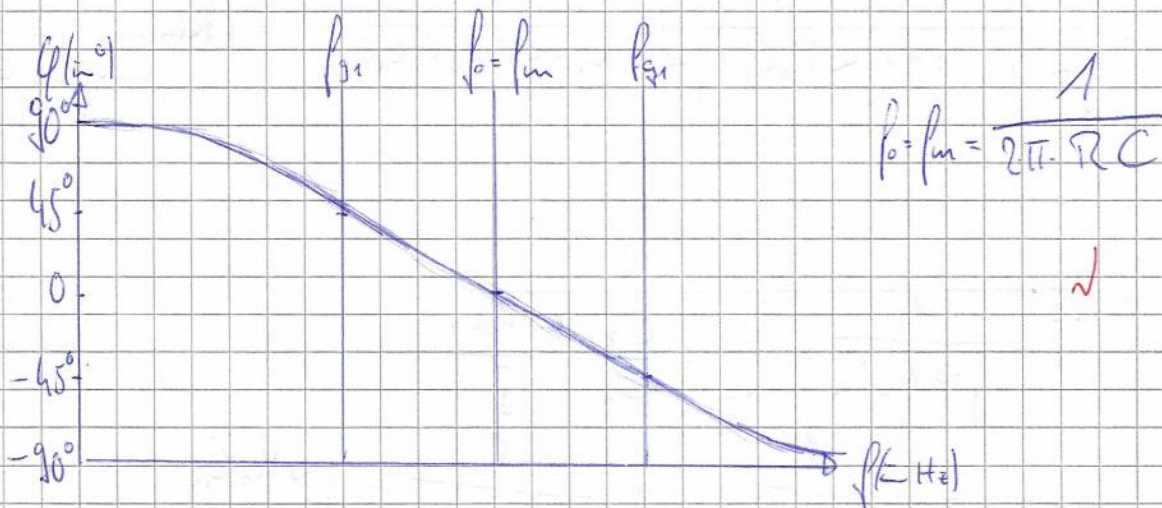
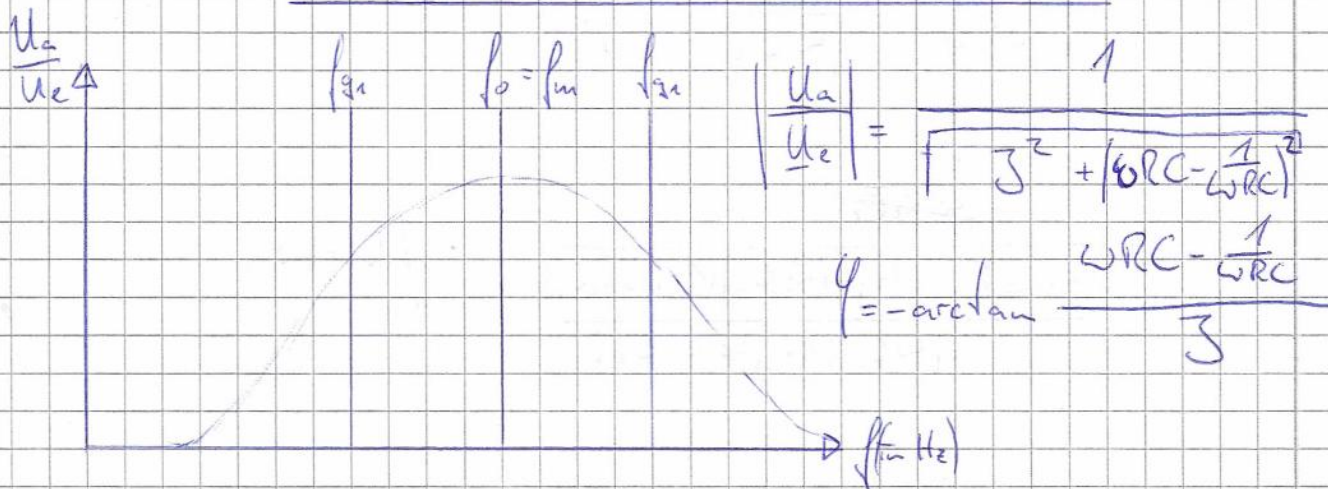


$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{C_2}{C_1} + j(\omega R_1 C_2 - \frac{1}{\omega R_2 C_1})}$$

Besetzung:  $R_1 = R_2$   $C_1 = C_2$

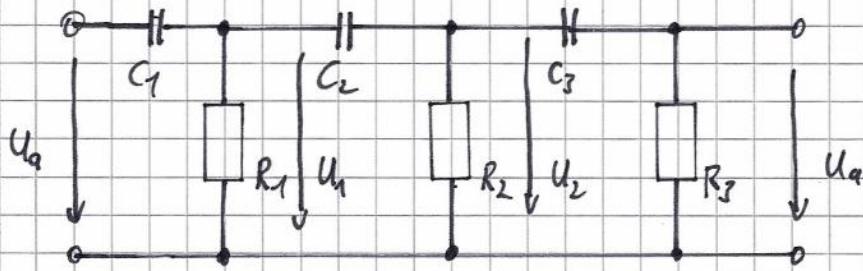
$$\frac{\underline{U}_a}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1 + 1 + 1 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}$$

$$= \frac{1}{3 + j(\omega RC - \frac{1}{\omega RC})}$$





1.5.



$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = f(\omega) \quad \text{bei } \varphi = -180^\circ ;$$

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = 0 \quad \text{bei } -180^\circ = \varphi$$

$$\tan \varphi = \left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \tan(-180^\circ) = 0$$

$$f(\omega) = \left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \left| \frac{R_1 \omega^3 C_1 R_2 C_2 R_3 C_3}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2 C_3 \omega^3 - j R_1 \omega^2 C_1 R_2 C_2 - j R_1 \omega^2 C_1 C_3 R_2 - j R_1 \omega^2 C_1 R_3 C_3 - R_1 \omega C_1 - j \omega^2 C_2 R_1 C_3 R_2 - j \omega^2 C_2 R_1 R_3 C_3 - \omega C_2 R_1 - j R_2 \omega^2 C_2 R_3 C_3 - R_2 \omega C_2 - \omega C_3 R_2 - R_3 \omega C_3 + j} \right|$$

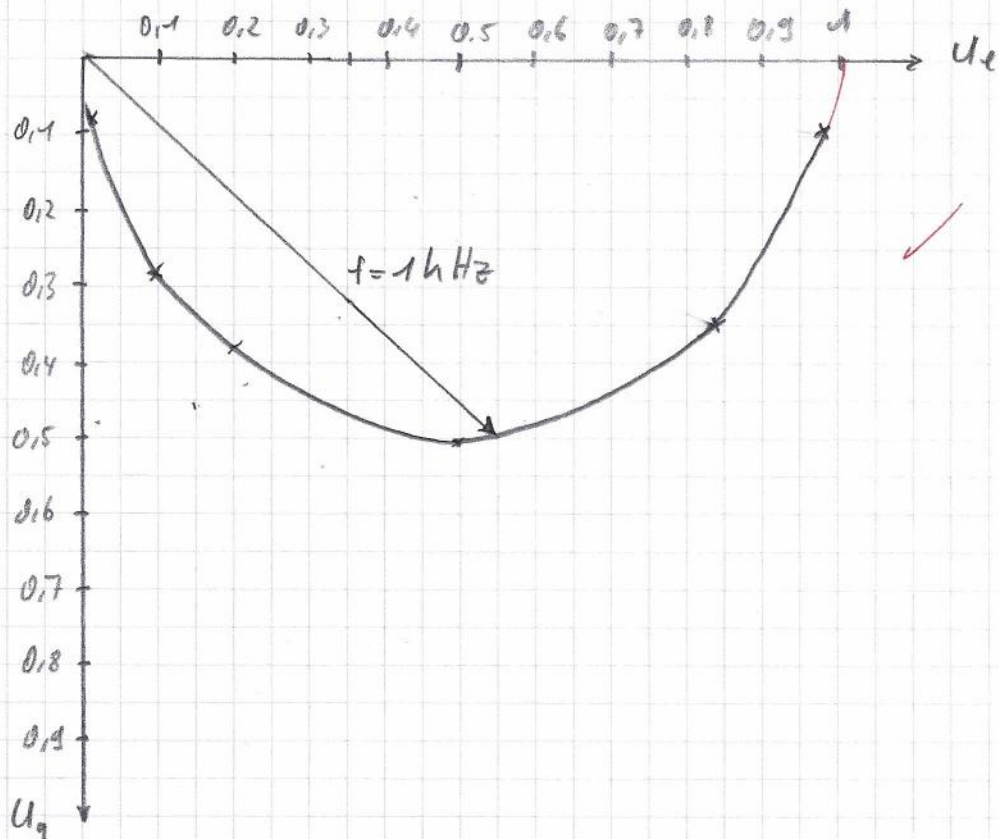
$$\varphi = \arctan \left( \frac{\operatorname{Im} \{ f(\omega) \}}{\operatorname{Re} \{ f(\omega) \}} \right)$$

2.1.

b)  $\left| \frac{u_a}{u_e} \right| = f(\omega_g) = \underline{\underline{0,7}}$

$\underline{\underline{\varphi(\omega_g) = -45^\circ}}$  ✓

c) Der reale RC-Tiefpass verhält sich wie der ideale RC-Tiefpass.

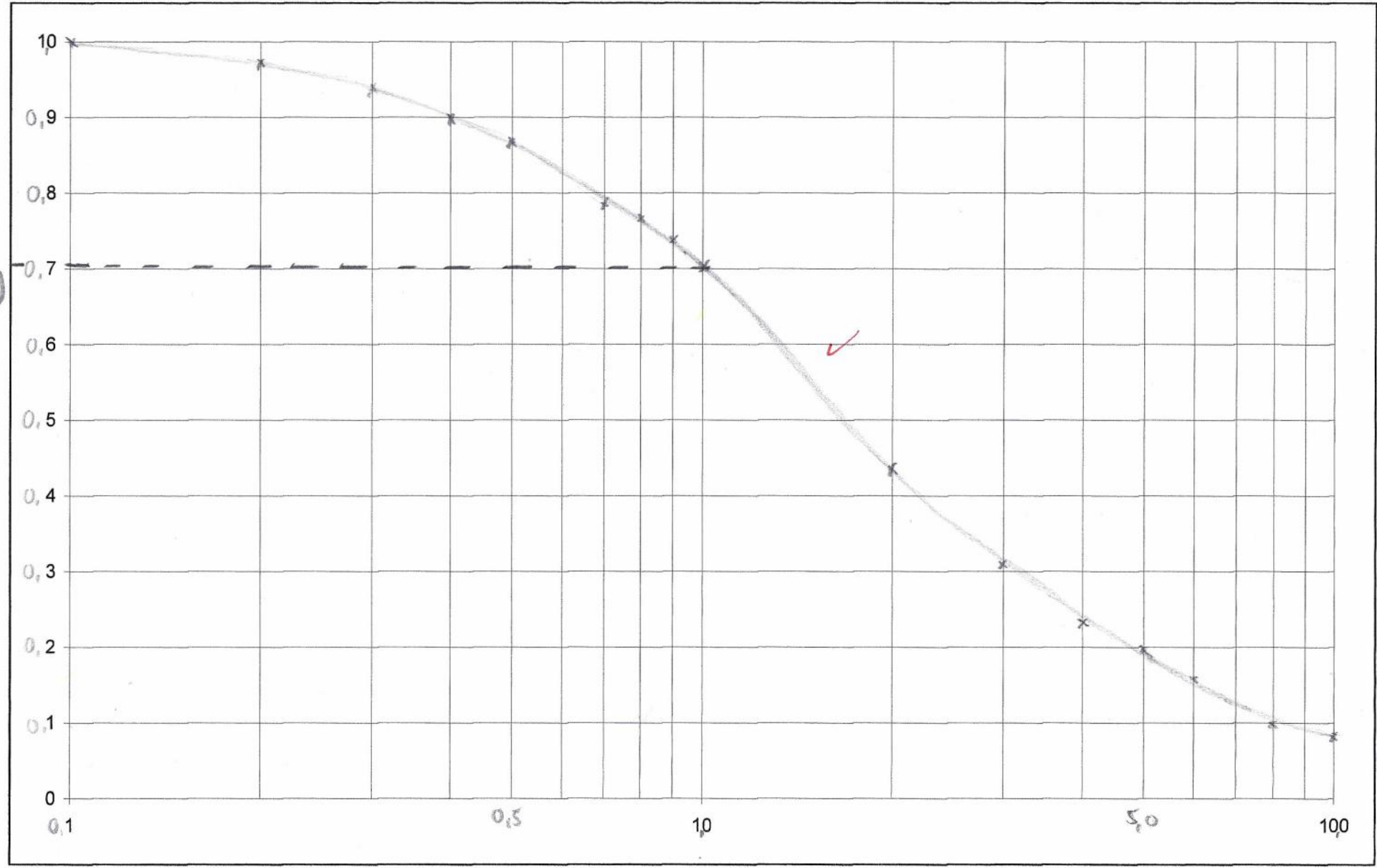


2.1.

$$\frac{|u_0|}{|u_1|}$$

RC-TP

$$\frac{|u_0|}{|u_1|} = f(\omega^2)$$



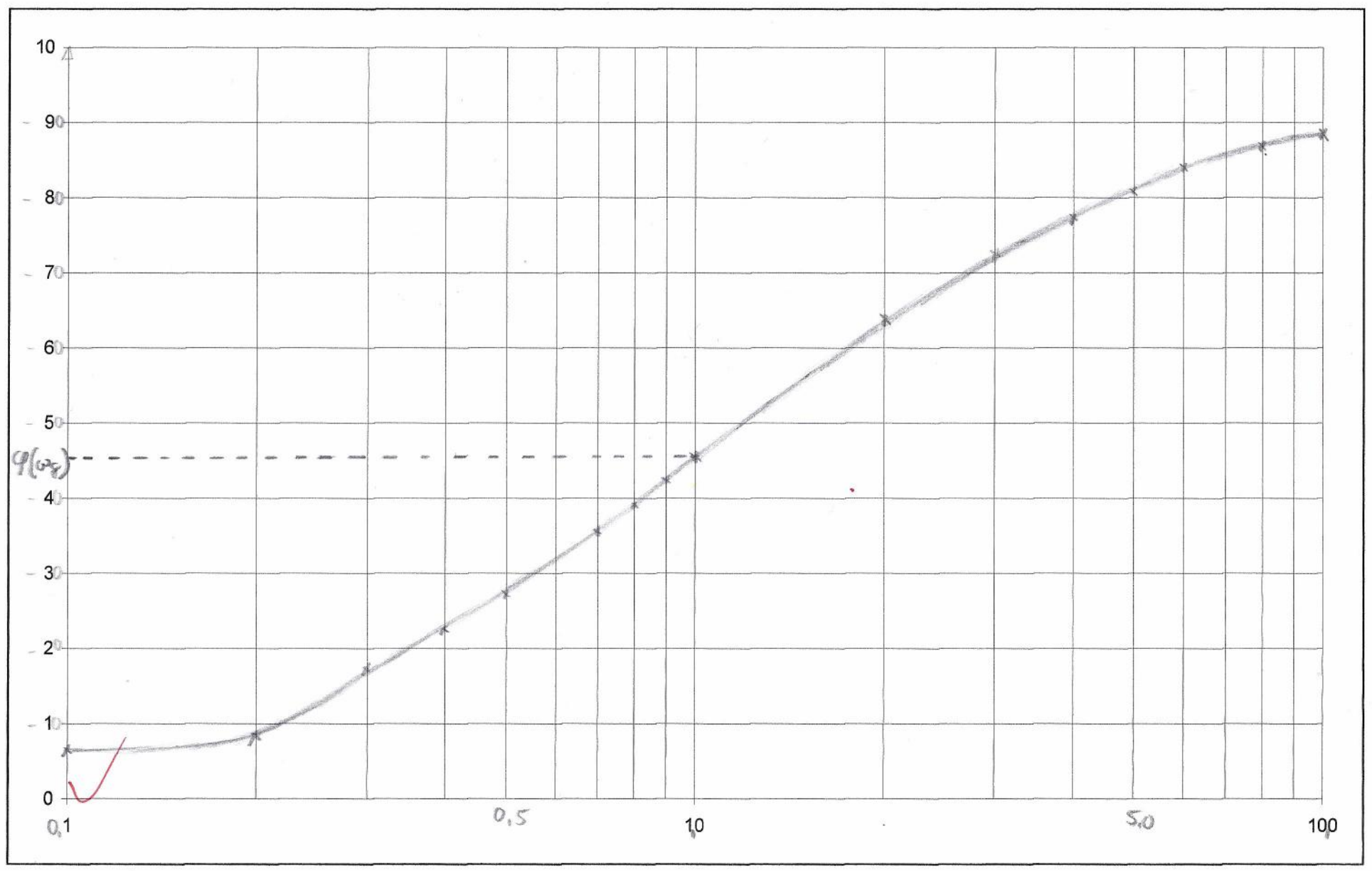
3/3



2.1

$\varphi_{in}^{\circ}$

RC-TP



2/3  
50a

2.2.

b)

$$\left| \frac{u_g}{U_e} \right| = f(\omega_g) = \underline{\underline{0,68}} \quad \checkmark \quad \underline{\underline{\varphi(\omega_g) \approx 40^\circ}}$$

- c) Beim Vergleich der Diagramme aus den Messwerten mit denen aus der Vorbereitung fallen beim  $U(f)$ -Diagramm Unterschiede auf. Diese lassen sich dadurch erklären, dass in der Vorbereitung ein ideales Hochpass angenommen wurde, in welchem sich eine ideale Spule befindet. Im Versuch wurde (natürlich) eine reale Spule verwendet. In einer realen Spule sind, zusätzlich zur (reinen) Induktivität, noch ein ohmscher Widerstand und eine Kapazität zu berücksichtigen. Letztere sind auch für die Abweichung unterhalb der Grenzfrequenz zu nennen.



RL-Hochpass

$$\frac{|U_a|}{|U_e|}$$

$$\varphi_{in} = 90$$

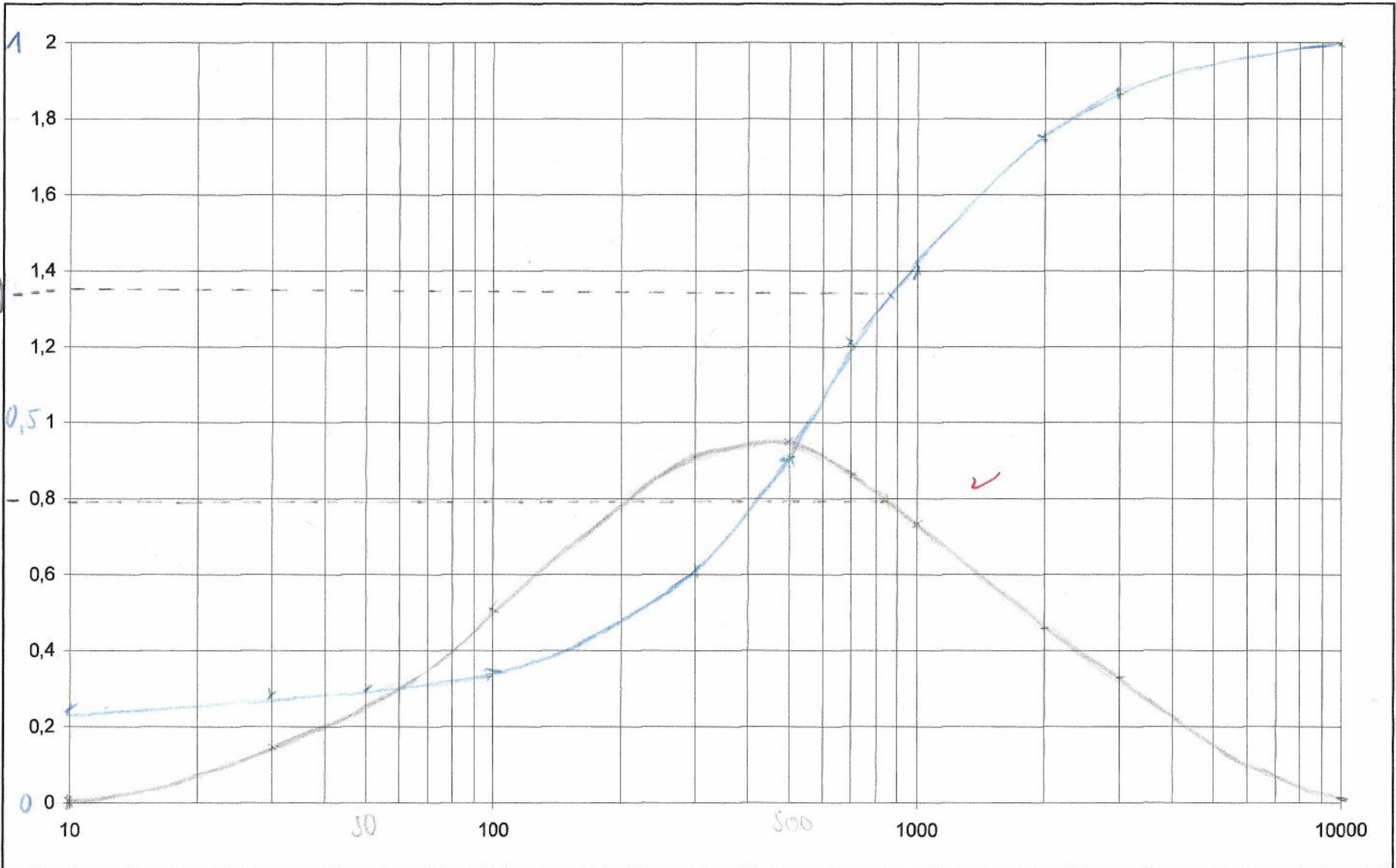
$$\frac{U_a}{U_e} = f(\omega)$$

$$50$$

$$\varphi(\omega)$$

$$10$$

$$0$$

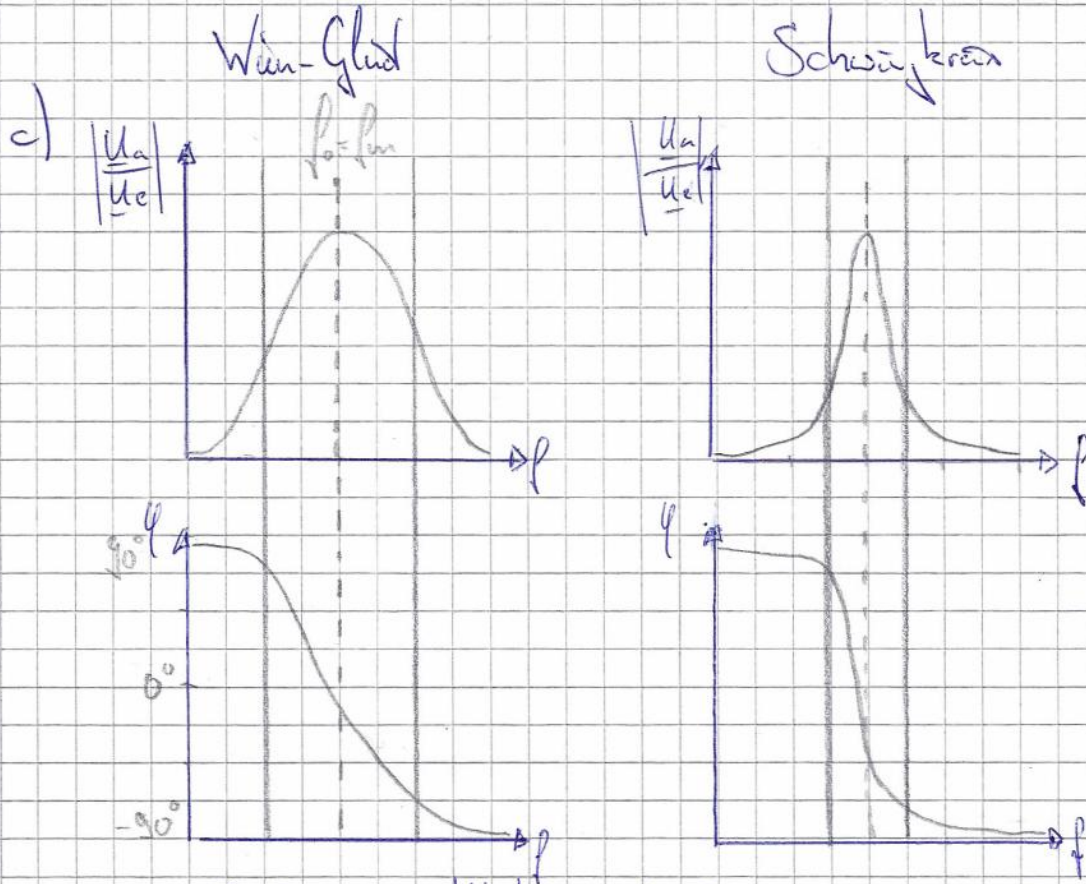


$$f / \text{Hz}$$

2.3. b)

$$\left| \frac{U_0}{U_e} \right| = 0,32$$

$$\varphi(f_{\text{res}}) = 0^\circ$$



Im Vergleich der  $\left| \frac{U_0}{U_e} \right|$  und  $\varphi$  Diagramme des Wien-Gliedes mit dem Diagramm des Schwingkreises erkennt man, dass im Schwingkreis der Frequenzbereich kleiner ist. Der Schwingkreis ist somit besser geeignet eine bestimmte Frequenz passieren zu lassen bzw eine best. Frequenz zu unterdrücken.



# Wien - Glied

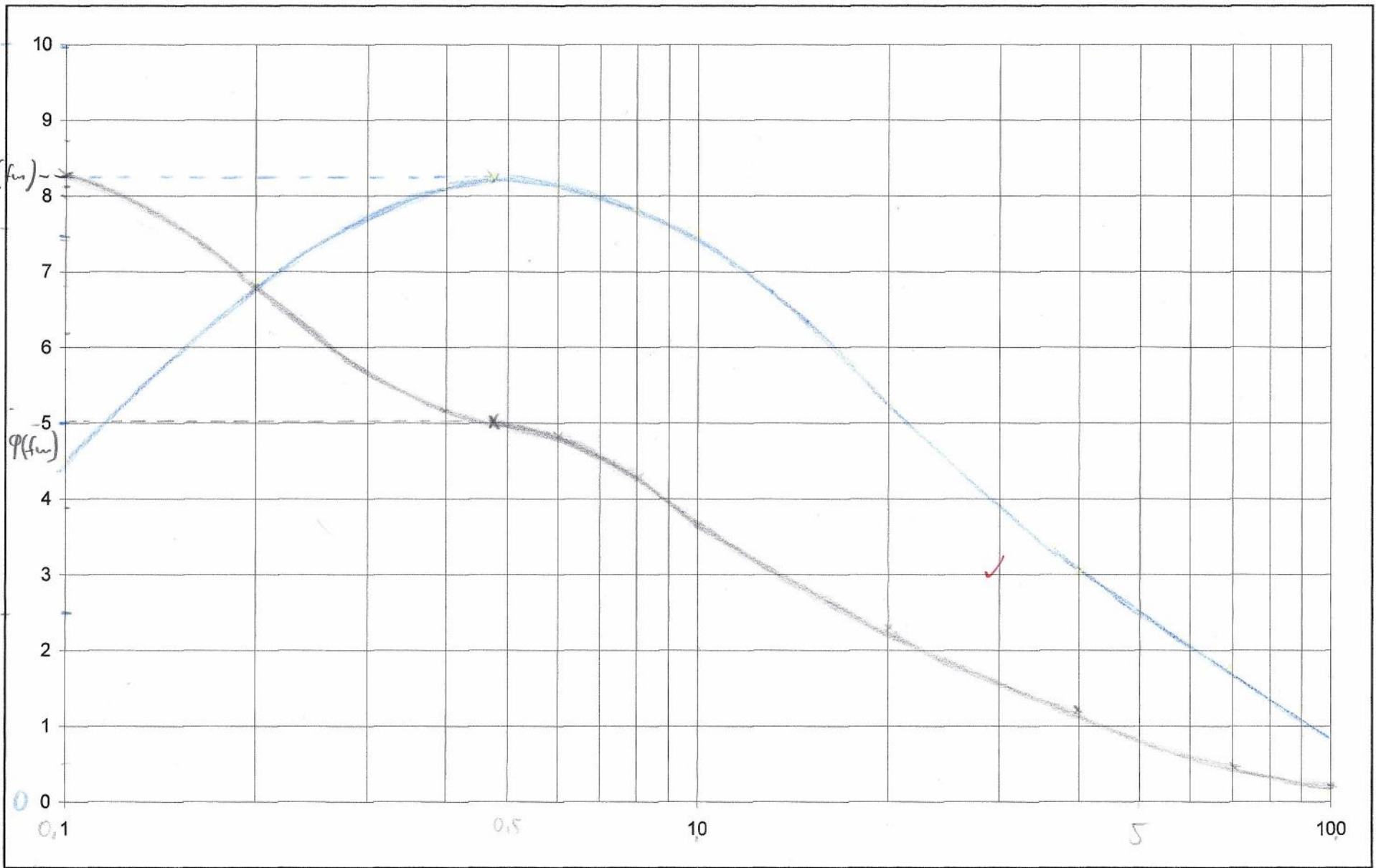
$\varphi$   $\frac{|U_a|}{|U_e|}$   
 $90^\circ$  0,4

$45^\circ$  0,3

$0^\circ$  0,2

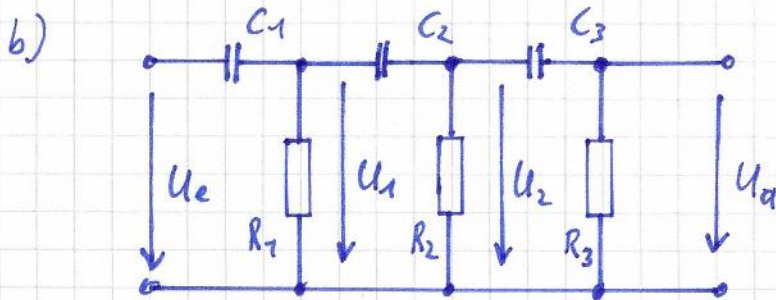
$-45^\circ$  0,1

$-90^\circ$  0



2.4.

a)  $f(\varphi = 180^\circ) = 196 \text{ Hz}$



$$U_e = 2 \text{ V}$$

$$U_1(\varphi = 180^\circ) = 0,64 \text{ V}$$

$$\varphi_1 = 55^\circ$$

$$U_2(\varphi = 180^\circ) = 0,2 \text{ V}$$

$$\varphi_2 = 113^\circ$$

$$\varphi_2 - \varphi_1 = 58^\circ$$

$$U_a(\varphi = 180^\circ) = 0,072 \text{ V}$$

$$\varphi = 180^\circ$$

$$\varphi_a - (\varphi_2 - \varphi_1) = \varphi_1 = 67^\circ$$

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = 0,036 \quad \frac{f}{f_g} = 1$$

Erwartete Werte:

$$\underline{U_1 = 0,61 \text{ V}}$$

$$U_2 = \left| U_e \cdot \frac{j\omega T \cdot (1 - (\omega T)^2 + j3\omega T)}{1 - 6(\omega T)^2 + j5\omega T - j\omega T \cdot (\omega T)^2} \right|$$

$$\underline{U_2 = 0,18 \text{ V}}$$

$$U_2 = \left| U_1 \cdot \frac{j\omega T \cdot (1 + j\omega T)}{1 - (\omega T)^2 + j3\omega T} \right|$$

$$\underline{U_a = 0,068 \text{ V}}$$

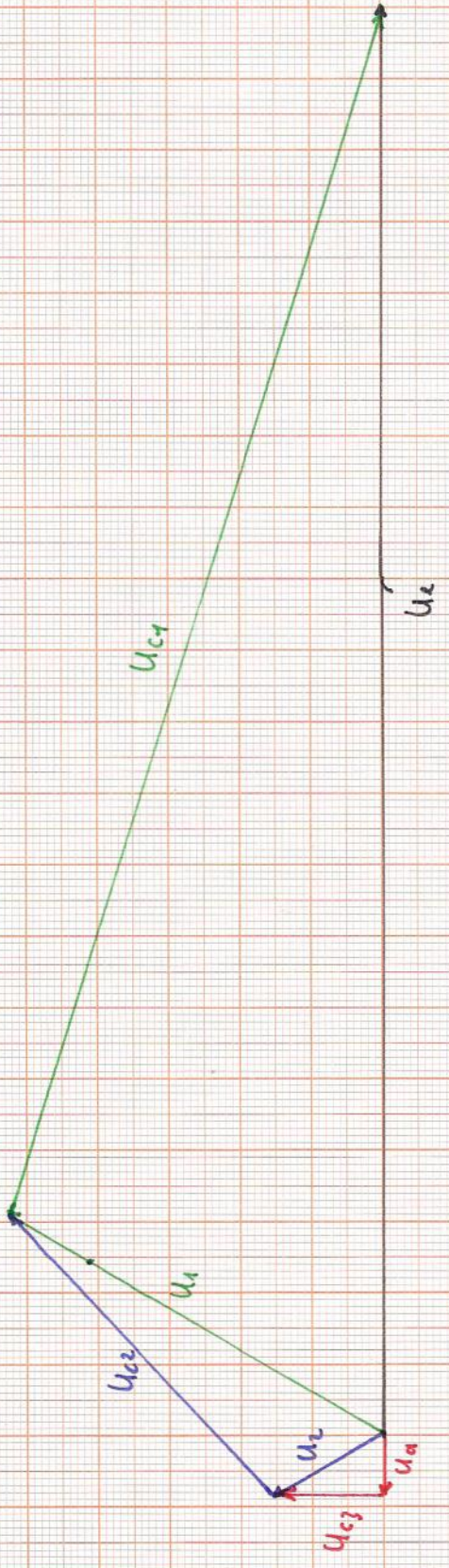
$$U_a = \left| U_2 \cdot \frac{j\omega T}{1 + j\omega T} \right|$$



2.4. b)

RC-Phasenschieber

erwartetes Zeigerbild:



Zeigerbild nach den gemessenen Werten:

