HF-Technik I

0 vorab ...

0.1 Voraussetzungen, Basis
0.2 Struktur der Vorlesungsreihe

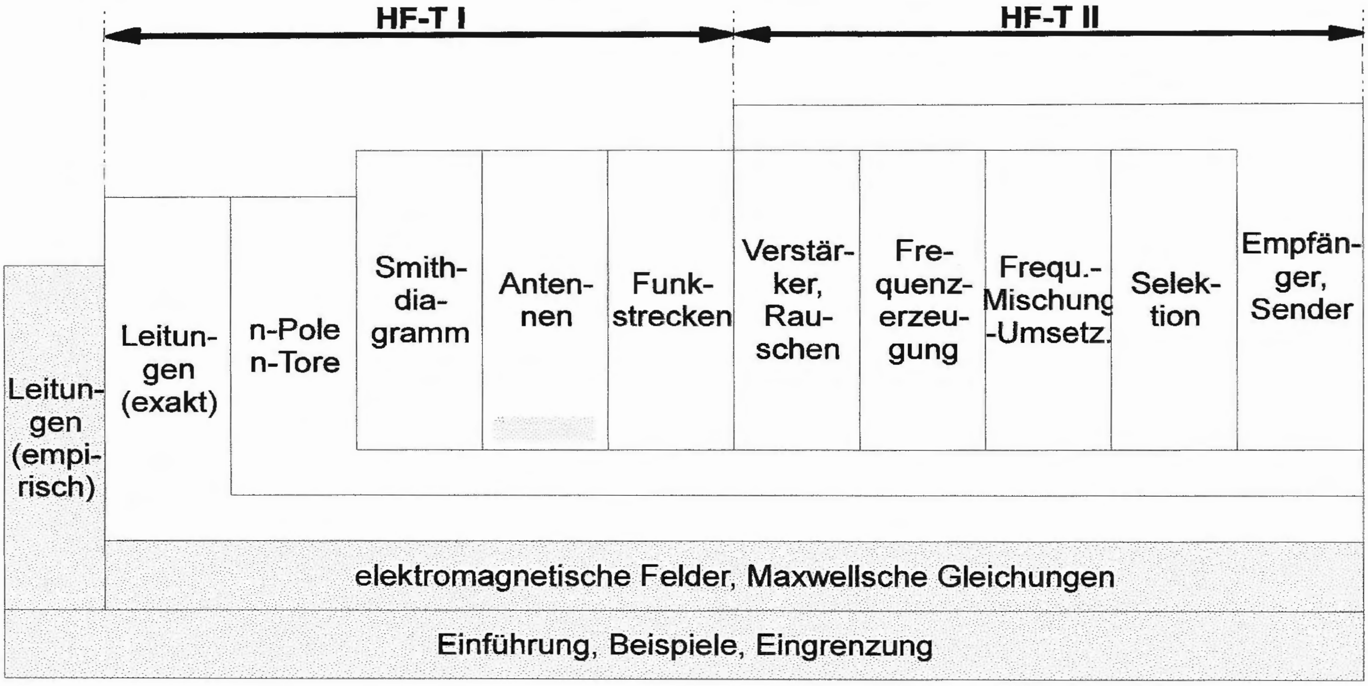
0 vorab ...

0.1 Voraussetzungen, Basis

- Mathematik, Physik – sowieso
- Elektrotechnik – Wechselstromtechnik besonders
- Signale und Systeme – Systemtheorie – spielt auch eine Rolle

- Einführung in die Nachrichtentechnik – ganz direkt

0 vorab ...
0.2 Struktur der Vorlesungsreihe



Einführung in die Nachrichtentechnik

HF-Technik I

1 Start – Wie war das mit Funkwellen im Raum?
1.1 Felder und Energieausbreitung
1.2 Freiraumausbreitung

1 Wie war das mit Funkwellen im Raum?
1.1 Felder und Energieausbreitung (1)

„Ringelreihen der physikalischen Größen" **(bitte komplettieren!)**

$$\text{rot } \vec{E} = \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

J = 0 !!!

1 zeitliche Änderung von $\vec{B}$ $\quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

2 verursacht Wirbel von $\vec{E}$ $\quad = \text{rot } \vec{E}$

3 verursacht gleichsinnigen Wirbel von $\vec{D}$ $\quad \text{rot } \vec{D} = \epsilon \cdot \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \varepsilon$

4 zeitliche Änderung von $\vec{D}$ $\quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

5 verursacht Wirbel von $\vec{H}$ $\quad = \text{rot } \vec{H}$

6 verursacht gleichsinnigen Wirbel von $\vec{B}$ $\quad \text{rot } \vec{B} = \mu \cdot \text{rot } \vec{H} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

1.1 Felder und Energieausbreitung (2)

„Ringelreihen der physikalischen Größen"

1 zeitliche Änderung von $\vec{B}$ $\quad -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \text{rot } \vec{E}$

3 verursacht Wirbel von $\vec{D}$ $\quad \text{rot } \vec{D} = \epsilon \cdot \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \varepsilon$

4 zeitliche Änderung von $\vec{D}$ $\quad \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{rot } \vec{H}$

6 verursacht Wirbel von $\vec{B}$ $\quad \text{rot } \vec{B} = \mu \cdot \text{rot } \vec{H} = \mu \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

zwei mal $\frac{\partial}{\partial t}$ in der Kette

<u>Welche zeitliche Funktion verschwindet nicht nach zwei- und mehrmaliger zeitlicher Ableitung?</u>

1.1 Felder und Energieausbreitung (3)

von den Maxwellschen Gleichungen zur Wellengleichung

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\mu\, \partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial(\vec{\nabla} \times \vec{H})}{\partial t}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\mu\, \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla\, \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu\, \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\vec{B} = \mu\, \vec{H}$$

$$\nabla \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{D} = \epsilon\, \vec{E}$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla\, \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \cdot \vec{A}$$

1.1 Felder und Energieausbreitung (4)

von den Maxwellschen Gleichungen zur Wellengleichung

$$\nabla\, \nabla \cdot \vec{E} - \nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu\, \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$-\nabla^2 \cdot \vec{E} = -\mu\, \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\boxed{\nabla^2 \cdot \vec{E} - \mu\, \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0}$$

Ableitung

räumliche .... ~ zeitliche ....

3 – dimensionale Wellengleichung
(verlustfreier Raum)

$$\nabla \times \nabla \times \vec{A} = \nabla\, \nabla \cdot \vec{A} - \nabla^2 \cdot \vec{A}$$

$$\vec{J} = 0;\ \ \rho = 0 \rightarrow\ \nabla \cdot \vec{E} = 0$$

1.2 Freiraumausbreitung

zur Wellenausbreitung

Die Feststellung zur harmonischen Anregung im Teil „Ringelreihen der physikalischen Größen“ deckt sich mit dem Erhalt der Wellengleichung auf der Seite zuvor.

Bei der Ausbreitung gleichmäßig in alle Richtungen (Kugelcharakteristik, Freiraum) verteilt sich die Leistung mit wachsender Entfernung von der Wellenquelle auf eine immer größere Kugeloberfläche.

$$P = P'_1 \cdot A_1 = P'_2 \cdot A_2$$

$$\frac{P'_2}{P'_1} = \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

P'_i : Leistungsdichte beim Radius r_i
P : gesamte Leistung
A_i : Kugeloberfläche beim Radius r_i

Absorption = 0 angenommen!!!

Bei einer entlang einer <u>homogenen</u> Leitung geführten Welle bleibt die Fläche, durch die die Leistung geht, entlang der Leitung konstant.
Absorption = 0 angenommen!!!

HF-Technik I

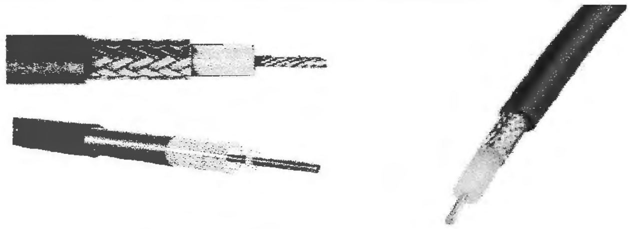
Leitungen – Gemeinsamkeiten mit der Freiraumausbreitung?

2.1 Das „Besondere“ an Leitungen
2.2 Telegraphengleichung – Was passiert auf Leitungen?
2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten - stehende Wellen
2.4 Normierten Welle und Leistungen auf Leitungen
2.5 Felder bei verschiedenen Bauformen von Leitungen
- Rohre als HF-Leitung?
2.6 Leitungen als Transformatoren und Resonatoren
- funktioniert das?

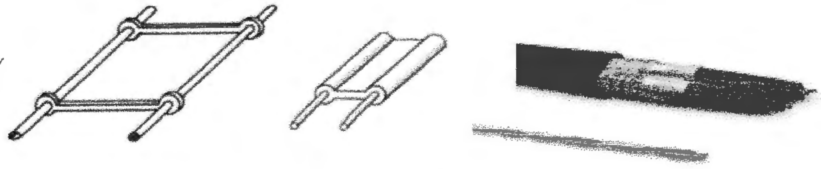
2 Leitungen – Gemeinsamkeiten mit der Freiraumausbr.?

2.1 Das „Besondere“ an Leitungen (1)

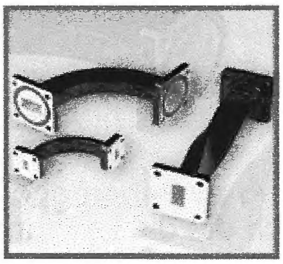
Koaxialkabel



Paralleldrahtleitung



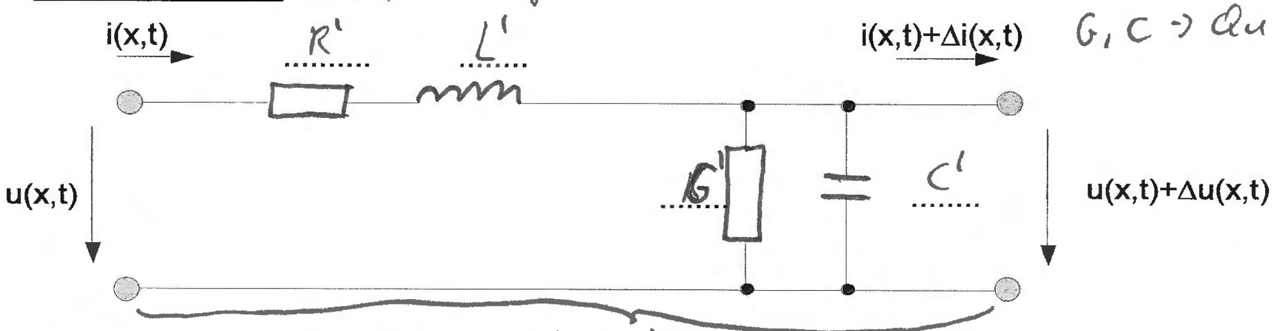
Hohlleiter



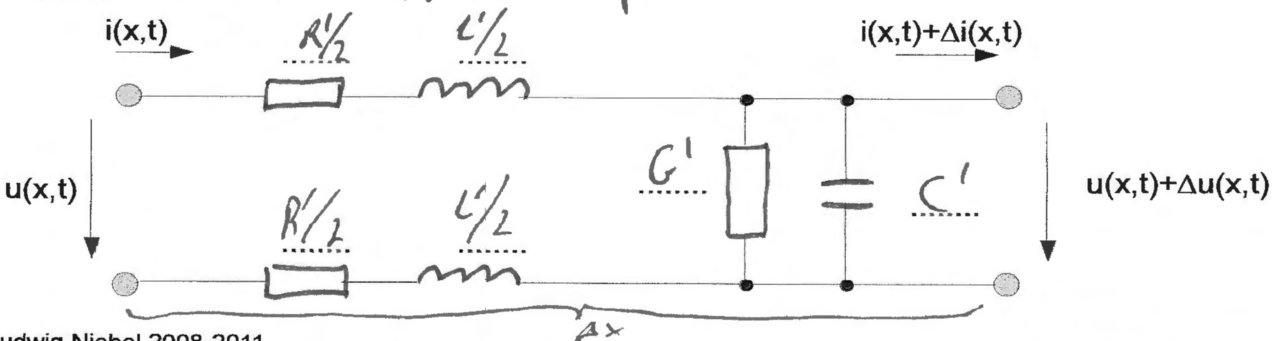
2.1 Das „Besondere“ an Leitungen (2)

Ersatzschaltbild 1 Koaxialleitung (idealisiert)

R, L → Längs
G, C → Quer



Ersatzschaltbild 2 Paralleldrahtleitung



Wechselstromtechnik (WS-Technik) $\longrightarrow$ HF-Technik.

$u(t)$

$i(t)$

$\vec{E}(x,y,z,t)$

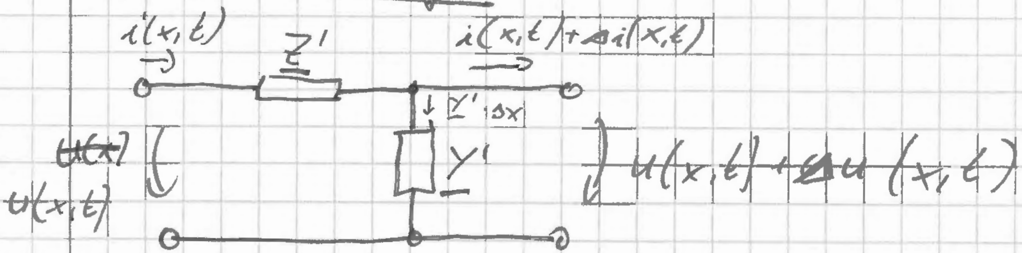
$\vec{B}(x,y,z,t)$

2.1. (2)

R' → Widerstandsbelag
L' → Induktivitätsbelag
G' → Leitwertbelag
C' → Kapazitätsbelag

} Bezogen auf Länge

Koaxialleitung



$$U(j\omega,x) = I(j\omega,x)\cdot Z'\Delta x + U(j\omega,x) + \Delta U(j\omega,x)$$

$$I(j\omega,x) = Y'\cdot\Delta x\left[U(j\omega,x) + \Delta U(j\omega,x)\right] + I(j\omega,x) + \Delta I(j\omega,x)$$

weiter bei 2.2. (2)

$$-\frac{\Delta U(j\omega,x)}{\Delta x} = I(j\omega,x)\cdot Z'$$

$$-\frac{\Delta I(j\omega,x)}{\Delta x} = U(j\omega,x)\cdot Y'$$

$$-\frac{dU(j\omega,x)}{dx} = I(j\omega,x)\cdot Z'$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (1)

Ziel ist Aussage über die **Ortsabhängigk**eit der **zeitabhängig**en Größen i und u.

Behandlung im Frequenzbereich:

$$i(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet\, I(j\omega,x) \qquad u(t,x) \circ\!\!-\!\!\bullet\, U(j\omega,x)$$

Ersatzschaltbild 1 wird verwendet.

$$U(j\omega,x)=\ldots$$

$$I(j\omega,x)=\ldots$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (2)

$$U(j\omega,x)=[R'\Delta x+j\omega L'\Delta x]\cdot I(j\omega,x)+U(j\omega,x)+\Delta U(j\omega,x)$$
$$I(j\omega,x)=[G'\Delta x+j\omega C'\Delta x]\cdot[U(j\omega,x)+\Delta U(j\omega,x)]+I(j\omega,x)+\Delta I(j\omega,x)$$

$\Delta x\cdot\Delta U(j\omega,x)$ *vernachlässigbar, weil ...* $\Delta x \rightarrow 0$

$$-\frac{\Delta U(j\omega,x)}{\Delta x}=[R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x) \qquad (1)$$

$$-\frac{\Delta I(j\omega,x)}{\Delta x}=[G'+j\omega C']\cdot U(j\omega,x) \qquad (2)$$

Grenzwertübergang $\Delta x \rightarrow 0$: dx und (1) nach dx differenziert sowie (2) eingesetzt:

$$\frac{d^2U(j\omega,x)}{dx^2}=[R'+j\omega L']\cdot[G'+j\omega C']\cdot U(j\omega,x)$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (3)

$$\frac{d^2U(j\omega,x)}{dx^2}=[R'+j\omega L']\cdot[G'+j\omega C']\cdot U(j\omega,x)$$

Lösungsansatz für DGL 2. Ordnung:

$$U(j\omega,x)=A\cdot e^{-\gamma x}+B\cdot e^{\gamma x} \qquad \gamma=\alpha+j\beta \qquad (3)$$

$$\frac{d^2U(j\omega,x)}{dx^2}=\gamma^2\cdot A\cdot e^{-\gamma x}+\gamma^2\cdot B\cdot e^{\gamma x}=\gamma^2\cdot U(j\omega,x)$$

$$\gamma^2=[R'+j\omega L']\cdot[G'+j\omega C']$$

diverse Rechenschritte weiter sind α und β ermittelt:

$$\alpha=\sqrt{\frac{1}{2}(R'G'-\omega^2L'C')+\frac{1}{2}\sqrt{(R'^2+\omega^2L'^2)(G'^2+\omega^2C'^2)}}$$

$$\beta=\sqrt{-\frac{1}{2}(R'G'-\omega^2L'C')+\frac{1}{2}\sqrt{(R'^2+\omega^2L'^2)(G'^2+\omega^2C'^2)}}$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (4)

Interpretation Gleichung (3), rechter Teil:

$$U(j\omega,x)=A\cdot e^{-\gamma x}+B\cdot e^{\gamma x} \qquad \gamma=\alpha+j\beta$$

hinlaufend Sinus U

rücklaufend Sinus U

reell aperiodisch Anteil

imaginär phasenmaß periodisch

Gleichung (3) nach dx:

$$-\frac{dU(j\omega,x)}{dx}=\gamma\cdot A\cdot e^{-\gamma x}-\gamma\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

Gleichung (1) mit Grenzwertübergang Δx → 0:

$$-\frac{dU(j\omega,x)}{dx}=[R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x)$$

$$[R'+j\omega L']\cdot I(j\omega,x)=\gamma\cdot A\cdot e^{-\gamma x}-\gamma\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

$$I(j\omega,x)=\frac{\gamma}{[R'+j\omega L']}\cdot A\cdot e^{-\gamma x}-\frac{\gamma}{[R'+j\omega L']}\cdot B\cdot e^{\gamma x}$$

hinlaufende Sinus I

rücklaufende Sinus I

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (5)

Interpretation Gleichung (3), rechter Teil:

$$U(j\omega, x) = A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{\gamma x} \qquad \gamma = \alpha + j\beta$$

hinlaufend Sinus U rücklaufend Sinus U aperiodisch periodisch Anteil (hinl./rückl.)

Zu jedem Zeitpunkt t: besteht u(jω, x) aus zwei Summanden

hinlaufender Sinus: von links nach rechts entwickelt

rücklaufender Sinus: von rechts nach links entwickelt

Mit fortschreitender Zeit wandert der Sinus

(Beispiel über Animation)

Welle: örtliches Fortschreiten einer zeitlichen Änderung

Bspl. La Ola

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (6)

$$\frac{\gamma}{[R' + j\omega L']} \; ; \; \left(\frac{I}{U}\right)$$

Faktor, der I und U der hinlaufenden Welle verknüpft

Faktor, der I und U der rücklaufenden Welle verknüpft

$$Z_0 = \sqrt{\frac{[R' + j\omega L']}{[G' + j\omega C']}}$$

→ sogenannter Wellenwiderstand Z_0

!

$$U(j\omega, x) = A \cdot e^{-\gamma x} + B \cdot e^{\gamma x}$$
$$Z_0 \cdot I(j\omega, x) = A \cdot e^{-\gamma x} - B \cdot e^{\gamma x}$$

darüber **A** und **B** ermitteln

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (7)

Vom Punkt auf der Leitung zur Ausdehnung der Leitung

Vom Wert an einer Stelle x → auf den Wert an anderen Stellen: Zusammenhang mit x!

Leitung mit Anfang bei **x=0** und Ende bei **x=ℓ** U_l und I_l am Ende (bei x=ℓ),
daraus berechnet U=U(jω,x) und I=I(jω,x) „Was ist bei x, wenn U und I bei x=ℓ bekannt?“

Warum Bezug auf Ende der Leitung?

$$U(j\omega,x)=\underbrace{\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)+Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]}_{A}\cdot e^{-\gamma(\ell-x)}+\underbrace{\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)-Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]}_{B}\cdot e^{\gamma(\ell-x)}$$

$$I(j\omega,x)=\frac{1}{2}\underbrace{\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}+I_l(j\omega)\right]}_{A}\cdot e^{-\gamma(\ell-x)}-\frac{1}{2}\underbrace{\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}-I_l(j\omega)\right]}_{B}\cdot e^{\gamma(\ell-x)}$$

Summe (x) = hinlaufender Sinus (ℓ-x) + (-) rücklaufender Sinus (ℓ-x)

(ℓ-x) - Abstand vom Ende
(l-x) (Leitungsanfang)

Was existiert bei x real? → Konsequenz

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (8)

zwischendurch: Rückkehr in den Zeitbereich:

$$i(t,x)\circ\!\!-\!\!\bullet\, I(j\omega,x) \qquad u(t,x)\circ\!\!-\!\!\bullet\, U(j\omega,x)$$

angewendet auf

$$U(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)+Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}+\frac{1}{2}\left[U_l(j\omega)-Z_0\cdot I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

$$I(j\omega,x)=\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}+I_l(j\omega)\right]\cdot e^{-\gamma(l-x)}-\frac{1}{2}\left[\frac{U_l(j\omega)}{Z_0}-I_l(j\omega)\right]\cdot e^{\gamma(l-x)}$$

ergibt je zwei sich überlagernde harmonische Zeitverläufe mit einer zeitlichen Verschiebung

denn: $u(t-t_0)\circ\!\!-\!\!\bullet\, U(j\omega)\cdot e^{-j\omega t_0}$ nur der harmonische Anteil

und: in γ steckt ω

$t_0=\frac{1}{v}\cdot x$ v – Phasengeschwindigkeit (Ausbreitungsgeschw. der Welle)

$k=\frac{v}{c}$ k – Verkürzungsfaktor
c - Lichtgeschwindigkeit

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (9)

genauere Betrachtung von γ (ermittelt über den Fall, das nur Wellen in einer Richtung vorhanden sind):

$$U_l(j\omega) = Z_0 I_l(j\omega) \quad \text{(nur hinlaufende Welle)}$$

$$\frac{U_l(j\omega)}{U(j\omega,x)} = e^{-\gamma(l-x)} \quad \text{bzw.} \quad \frac{U(j\omega,x)}{U_l(j\omega)} = e^{\gamma(l-x)}$$

Übertragungsmaß — Dämpfung (-Übertragungsmaß)

$$\frac{U_l(j\omega)}{U_0(j\omega)} = e^{-\gamma l} = e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}$$

α: Dämpfungs<u>belag</u>; kilometrische Dämpfung
wegen e-Funktion eigentlich natürlicher Logarithmus ln
– Maßeinheit Neper / km, Np / km
heute in der Regel in dB / x m: 1 Np ≈ 8,686 dB

β: Phasen<u>belag</u>
bringt Verkürzungsfaktor

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

2.2 Telegraphengleichung – was passiert auf Leitungen? (10)

Betrachtung zu Z_0:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{[R' + j\omega L']}{[G' + j\omega C']}}$$

Beispiel: DA 2 x 0,8 mm
R' ≈ 73 Ω / km; L' ≈ 0,7 mH / km; G' ≈ 0 mS / km; C' ≈ 42 nF / km
(Bei höheren Frequenzen steigen R' und G' an.)

f / kHz	R' * km/Ohm	| ω L' | * km/Ohm	1/G' / (km*Ohm)	1/| ω C' | / (km*Ohm)
1	73	4,4	1,5 G	3789,4
2	73	8,8	1,5 G	1894,7
10	73	43,98	1,5 G	378,94
50	73	219,91	1,5 G	75,79
100	73	439,82	1,5 G	37,89

Bitte beachten:
R' steigt bei höheren Frequenzen an
1/G' fällt bei höheren Frequenzen ab

<u>anhand einfacher Ersatzschaltung:</u>
sehr kleine f: Reihenwiderstand
kleine f: ..RC..-Charakter
große f: ..LC..-Charakter

große f: $$Z_0 \approx \sqrt{\frac{[j\omega L']}{[j\omega C']}} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

2.2. (10)

A

B

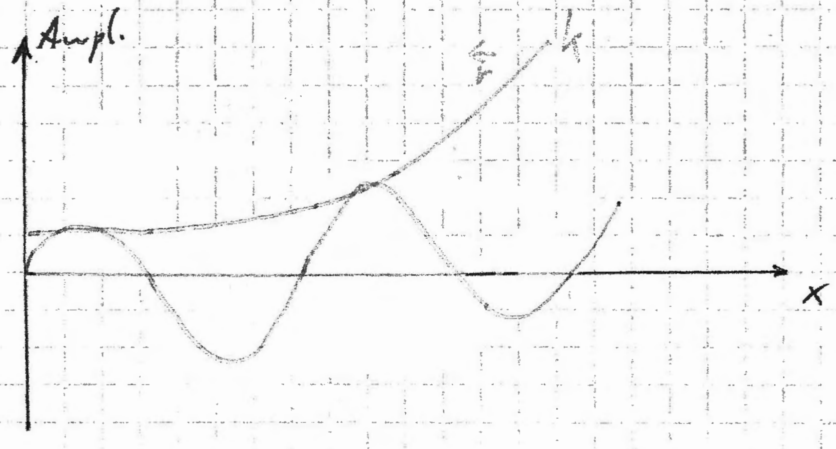
γ — aus den vier Ersatzelementen können die Eigenschaften einer Leitung beschrieben werden

Z_0

$k \nearrow$

$\gamma = \gamma(\omega, R, L, C, G)$ $k \rightarrow$ Verkürzungsfaktor

$A = A(U, j\omega, x)$



$$U_2 = U_1 \cdot e^{-\alpha \cdot l}$$

$$\frac{U_2}{U_1} = e^{-\alpha \cdot l}$$

$$\ln\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = -\alpha \cdot l$$

$$\alpha \cdot l = \ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$$

$$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}{l}$$

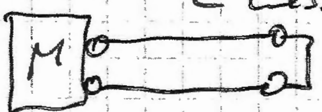
für hohe f

$$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L'}{j\omega C'}} = \sqrt{\frac{j\omega L' \cdot l}{j\omega C' \cdot l}}$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C}}$$

C messen

L messen

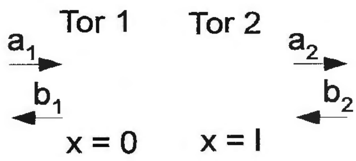


$M \rightarrow$ Messbrücke

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (3)

In Vorbereitung auf nachfolgende Operationen werden einige Umwandlungen und und Äquivalenzen angewendet:

$$a_1(j\omega) = a(j\omega, 0) = a(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{0}{v}}$$
$$a_2(j\omega) = a(j\omega, l) = a(j\omega)\cdot e^{-j\omega\frac{l}{v}}$$
$$b_1(j\omega) = b(j\omega, 0) = b(j\omega)\, e^{+j\omega\frac{0}{v}}$$
$$b_2(j\omega) = b(j\omega, l) = b(j\omega)\, e^{+j\omega\frac{l}{v}}$$

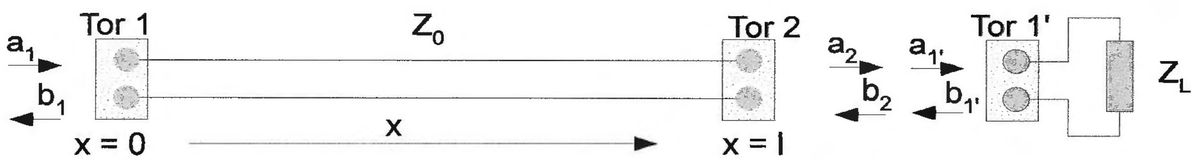


u(x) und i(x) ermittelt aus den Wellen am Tor 1:

$$u(j\omega, x) = a(j\omega,x) + b(j\omega,x) = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} + b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$
$$i(j\omega, x) = a(j\omega,x) - b(j\omega,x) = a(j\omega, 0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} - b(j\omega, 0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (4)

Ein **komplexer Widerstand** (hier als Lastwiderstand) Z_L kann **als Eintor** beschrieben werden:



Um Verwechslungen mit der Leitung vorzubeugen, bekommt dieses Tor hier die Nummer 1'. Bei der Zusammenschaltung gilt: $a_{1'} = a_2 \quad b_2 = b_{1'} \quad u_2 = u_{1'} \quad i_2 = i_{1'}$

Die Werte am Tor 1' können mit der Verknüpfung durch Z_L beschrieben werden:

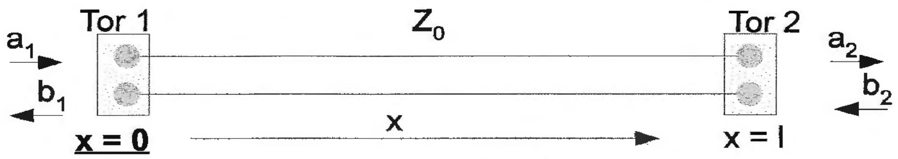
$$Z_L = \frac{U_{1'}(j\omega, l)}{I_{1'}(j\omega, l)} \qquad Z_L = \frac{U(j\omega, l)}{I(j\omega, l)} =$$

$$\frac{Z_L}{Z_0} = \qquad\qquad = z_L$$

auch darstellbar als auf den Wellenwiderstand Z_0 normierter Lastwiderstand Z_L

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (1)

- Betrachtung für eine verlustfreie Leitung → $\alpha = 0$ → ungedämpfte Welle
- Leitung mit Z_0 und der Länge l als Zweitor



Normierte Größen werden in der Literatur teilweise durch kleine Buchstaben dargestellt. Das hat dann nichts mit dem Zeitbereich zu tun. Der Einfachheit halber wird jetzt so verfahren:

$$u(j\omega,x) = \tilde{U}(j\omega,x) = \qquad z(j\omega,x) = \tilde{Z}(j\omega,x) = \frac{Z(j\omega,x)}{Z_0}$$

$$i(j\omega,x) = \tilde{I}(j\omega,x) =$$

(Herleitung)

damit:

$$u(j\omega,x) = a(j\omega,0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} + b(j\omega,0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}}$$

$$i(j\omega,x) = a(j\omega,0)\cdot e^{-j\omega\frac{x}{v}} - b(j\omega,0)\cdot e^{j\omega\frac{x}{v}} \rightarrow \text{Phasengeschw.}$$

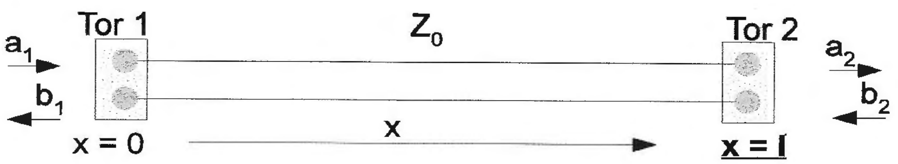
Bezugspunkt ist x=.0

bezogen auf Tor 1

$\alpha \rightarrow$ Dämpfungsmaß

2.3 Leitungen mit Quellen und Lasten, Reflexion und stehende Wellen (2)

oder:

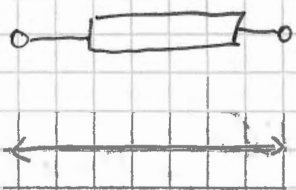


$$u(j\omega,x) = a(j\omega,l)\cdot e^{-j\omega\frac{x-l}{v}} + b(j\omega,l)\cdot e^{j\omega\frac{x-l}{v}}$$

$$i(j\omega,x) = a(j\omega,l)\cdot e^{-j\omega\frac{x-l}{v}} - b(j\omega,l)\cdot e^{j\omega\frac{x-l}{v}}$$

Bezugspunkt ist x=.l

$\boxed{2.2.}$ (10)



A

β

γ

Z_0

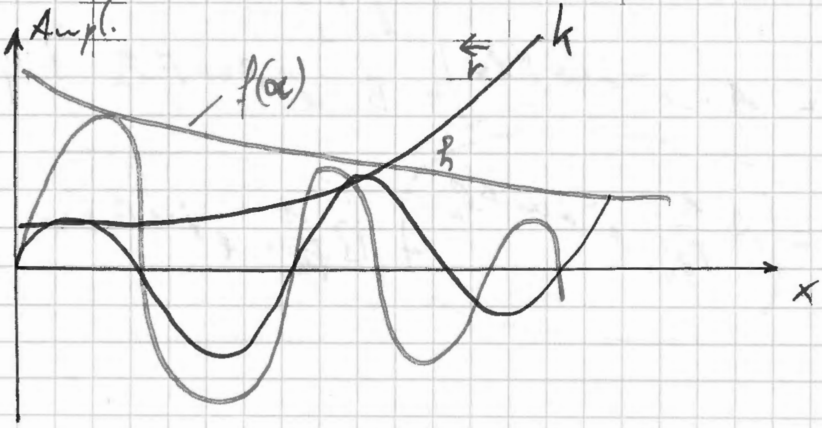
$k \nearrow$

aus den vier Ersatzelementen können die Eigenschaften einer Leitung beschrieben werden

$\gamma = \gamma(\omega, R, L, C, G)$

$k \rightarrow$ Verkürzungsfaktor

$A = A(U, j\omega, x)$



$U_2 = U_1 \cdot e^{-\alpha \cdot l}$

$\frac{U_2}{U_1} = e^{-\alpha \cdot l}$

$\ln\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = -\alpha \cdot l$

$\alpha \cdot l = \ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$

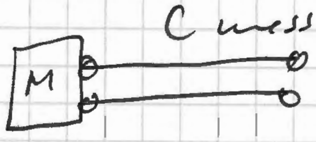
$\alpha = \frac{\ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)}{l}$

für hohe f

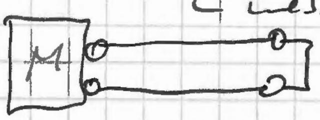
$Z_0 = \sqrt{\frac{j\omega L'}{j\omega C'}} = \sqrt{\frac{j\omega L' \cdot l}{j\omega C' \cdot l}}$

$= \sqrt{\frac{L}{C}}$

C messen



L messen



M → Messbrücke

2.3. (1)

$$\cancel{U(j\omega, x)} = \cancel{A\, e^{-j\beta(l-x)}} \quad A \cdot e^{-j\beta l_x} + B \cdot e^{j\omega\beta l_x}$$

$$\underline{I}(j\omega, x) = \frac{A}{Z_0} e^{-j\omega\beta l_x} - \frac{B}{Z_0} e^{+j\omega\beta l_x}$$

$$\cancel{U(j\omega, x) \cdot \frac{1}{\sqrt{Z_0}}} = \cancel{A / Z_0 \cdot e^{-j\omega\beta l_x}}$$

$$= A \frac{1}{\sqrt{Z_0}} \cdot e^{-j\omega\beta l_x} + B \frac{1}{\sqrt{Z_0}} e^{+j\omega\beta l_x}$$

identisch

$$Z_0 \cdot \underline{I}(j\omega, x) = A \cdot e^{-j\omega\beta l_x} - B \cdot e^{+j\omega\beta l_x} \quad \Big| : \sqrt{Z_0}$$

identisch

$$\underline{I}(j\omega, x)\sqrt{Z_0} = A \frac{1}{\sqrt{Z_0}} e^{-j\omega\beta l_x} - B \frac{1}{\sqrt{Z_0}} e^{j\omega\beta l_x}$$

$$a = \frac{A}{\sqrt{Z_0}} \qquad b = \frac{B}{\sqrt{Z_0}}$$