



Lineare zeitinvariante Systeme

Elementare Übertragungsglieder, Übersicht

P – Verhalten
P-T₁ – Verhalten
P-T₂ – Verzögerungsverhalten
P-T₂ – Schwingungsverhalten
I – Verhalten
I-T₁ – Verhalten
D – Verhalten (theoretisch)
D-T₁ – Verhalten (praktisch realisierbares D-Verhalten)
Totzeit
Allpaßverhalten

Kombinationen in Reihenstruktur, Übersicht (typisch für Regelstrecken)

P-T_n – Verhalten
I-T_n – Verhalten
P-T_n-T_t – Verhalten
I-T_n-T_t – Verhalten

Kombinationen in Parallelstruktur, Übersicht (typisch für Regler)

PI – Verhalten
PD – Verhalten (theoretisch)
PD-T₁ – Verhalten (praktisch realisierbar)
PID – Verhalten (theoretisch)
PID-T₁ – Verhalten (praktisch realisierbar)
PI(D-T₁) – Verhalten (praktisch realisierbar)

Nachfolgend sind die wichtigsten Kennfunktionen und Kennwerte dieser Systeme in tabellarischer Form angegeben.

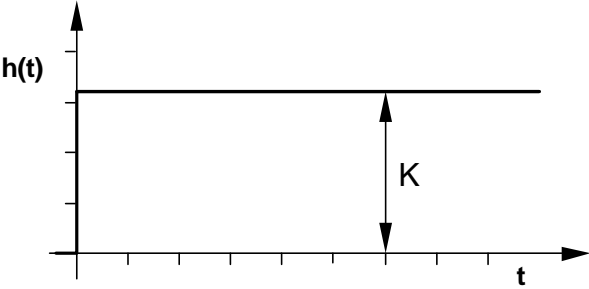
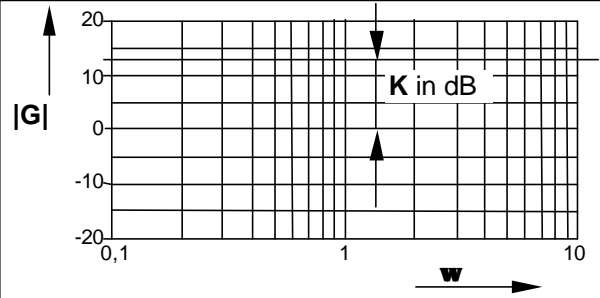
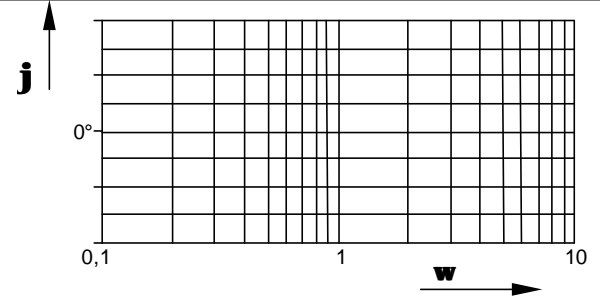
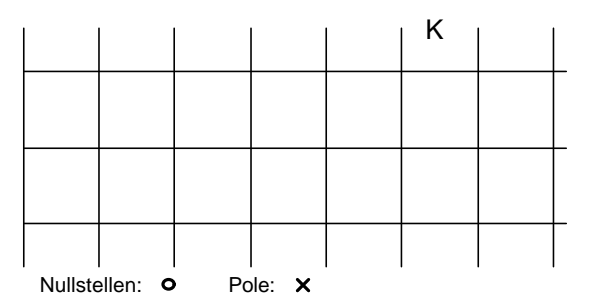
Auf die Darstellung der Ortskurve des Frequenzganges wurde bewußt verzichtet, da Ortskurven in der einschlägigen Fachliteratur umfangreich behandelt werden.

Bei bekannten Gleichungen lassen sich Ortskurven auch fast mit allen regelungstechnischen Simulationsprogrammen darstellen.



Elementare Übertragungsglieder

P – Verhalten

P	Proportionales Verhalten
$a_0 \cdot v(t) = b_0 \cdot u(t)$	Hebel, Verstärker, Spannungsteiler
$v(t) = K \cdot u(t)$	
$h(t) = K \cdot l(t)$	
$G(j\omega) = K$ $ G(j\omega) = K$ $\varphi(\omega) = 0$	 
$G(s) = K$	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>

Anmerkung: P-Verhalten ist immer nur in einem bestimmten Frequenzbereich realisierbar, technisch realisierbare Übertragungsglieder besitzen stets eine endliche Bandbreite (Siehe P-T₁-Verhalten).



Verfasser: Dr. Seide

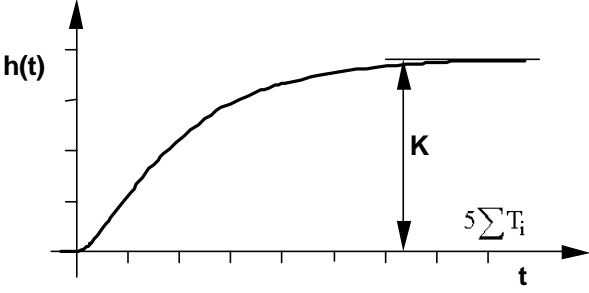
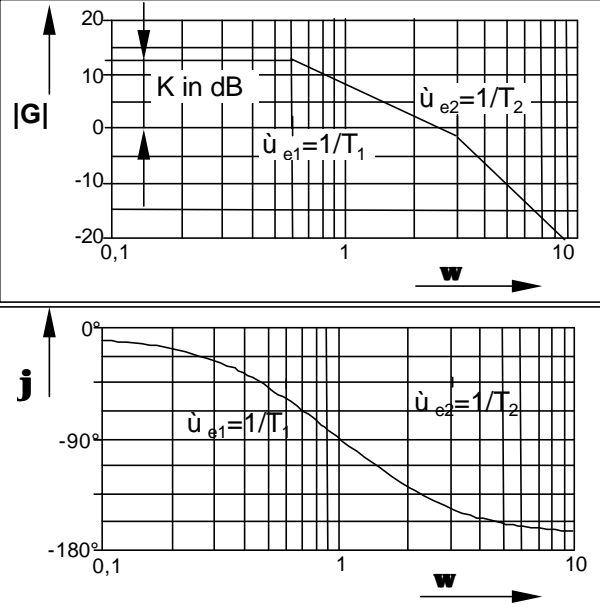
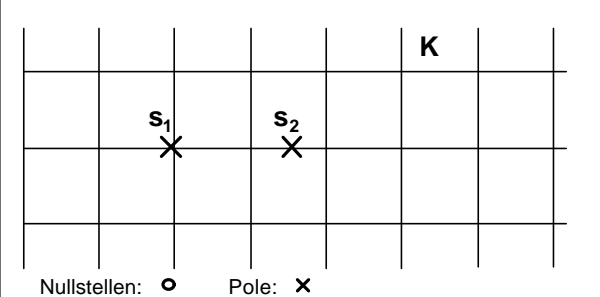
P-T₁ – Verhalten

<p>P-T₁ - Verhalten</p>	<p>Verzögerungs-Verhalten 1. Ordnung</p>
$a_1 \cdot \dot{v}(t) + a_0 \cdot v(t) = b_0 u(t)$	<p>Tiefpaß, Siebglied, Ofen</p>
$T_1 \cdot \dot{v}(t) + v(t) = K \cdot u(t)$	
$h(t) = K \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$	
$G(j\omega) = \frac{K}{1 + j\omega T_1}$ $ G(j\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$ $\varphi(\omega) = -\arctan \omega T_1$	
<p>Nullstellen:</p> <p>Pole:</p> $s_1 = -\frac{1}{T_1}$	

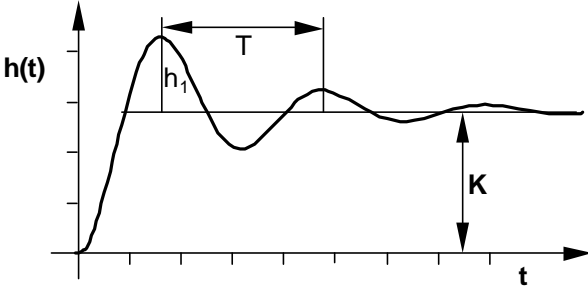
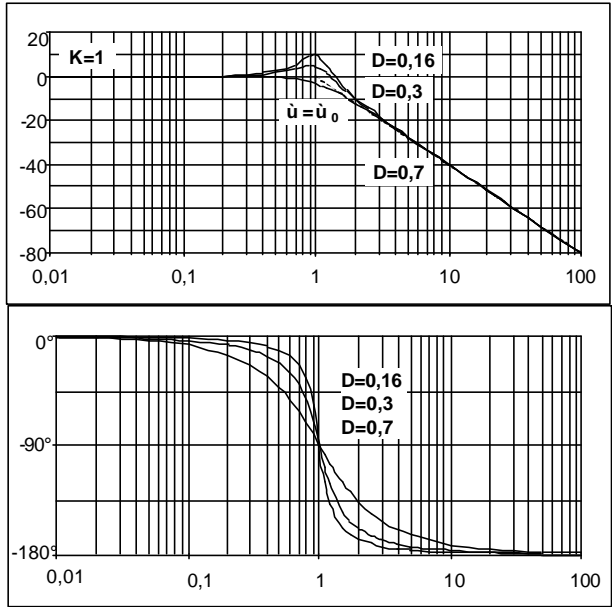
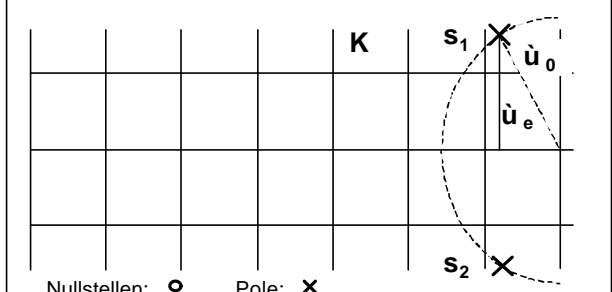


Verfasser: Dr. Seide

P-T₂ – Verzögerungsverhalten

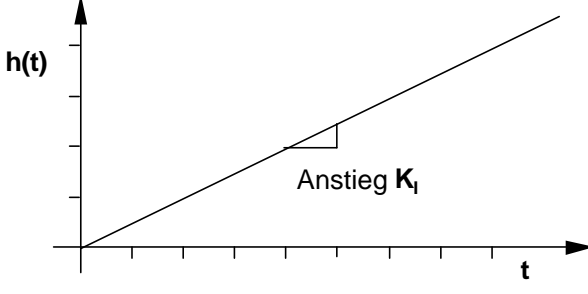
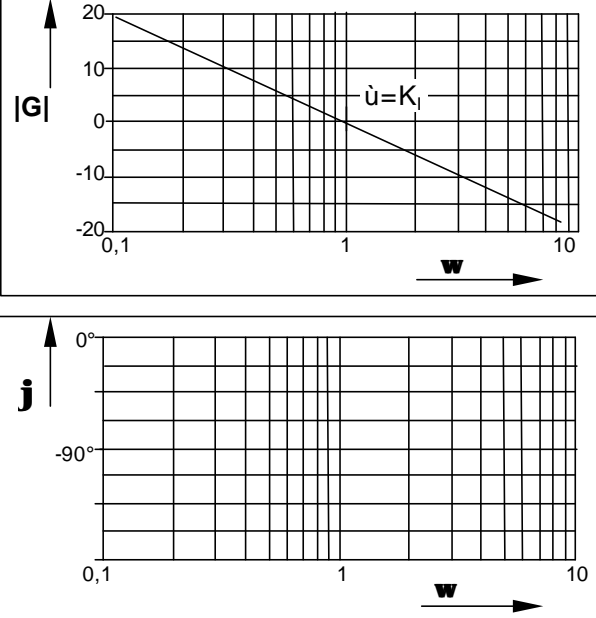
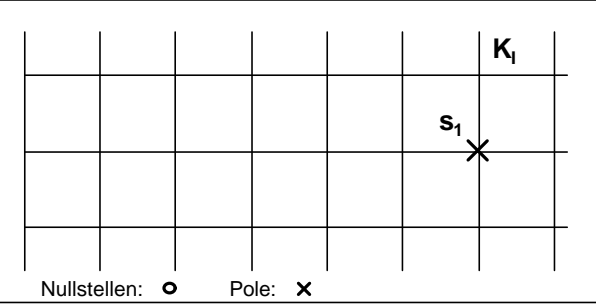
P-T ₂ - Verhalten	Verzögerungs-Verhalten 2. Ordnung
$a_2 \ddot{v}(t) + a_1 \dot{v}(t) + a_0 v(t) = b_0 u(t)$ $2a_2 a_0 \leq a_1^2$	Reihenstruktur zweier P-T ₁ - Glieder
$T_1 T_2 \ddot{v}(t) + (T_1 + T_2) \dot{v}(t) + v(t) = K \cdot u(t)$	
$h(t) = K \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} e^{-\frac{t}{T_2}} \right)$	
$G(s) = \frac{K}{(1 + sT_1)(1 + sT_2)}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_1 = -\frac{1}{T_1}; \quad s_2 = -\frac{1}{T_2}$</p>	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>

P-T₂ – Schwingungsverhalten

P-T ₂ - Verhalten	Schwingungsverhalten
$a_2 \ddot{v}(t) + a_1 \dot{v}(t) + a_0 v(t) = b_0 u(t)$ $2a_2 a_0 > a_1^2$	<p>Schwingkreise, Masse-Federsysteme</p>
$\frac{1}{\omega_0^2} \ddot{v}(t) + \frac{2D}{\omega_0} \dot{v}(t) + v(t) = K \cdot u(t)$ <p>Kennkreisfrequenz: $\omega_0 = \frac{1}{T_0}$</p>	 $\omega_e = \frac{2\pi}{T} \quad D = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{P}{\ln(\ddot{u})}\right)^2}} \quad \ddot{u} = \frac{h_{\max} - h(t \rightarrow \infty)}{h(t \rightarrow \infty)}$
$h(t) = K \cdot \left(1 - \frac{e^{-\omega_0 D t}}{\sqrt{1-D^2}} \sin \left(\sqrt{1-D^2} \omega_0 t + \arctan \frac{\sqrt{1-D^2}}{D} \right) \right)$ <p>Eigenkreisfrequenz: $\omega_e = \omega_0 \cdot \sqrt{1-D^2}$</p>	
$G(s) = \frac{K}{1 + 2DT_0 s + T_0^2 s^2} \quad T_0 = \frac{1}{\omega_0}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_1, s_2 = -\omega_0 D \pm j \omega_0 \sqrt{1-D^2}$</p>	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>

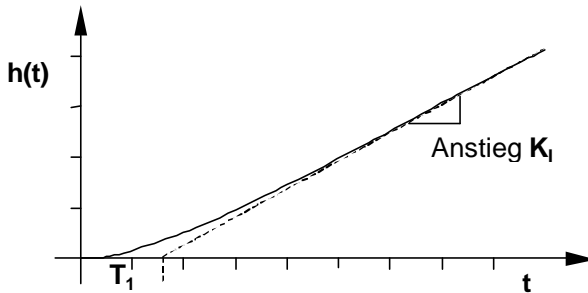
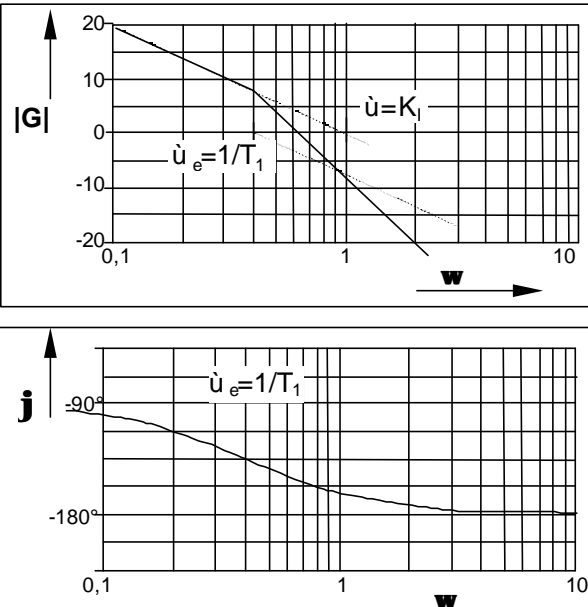
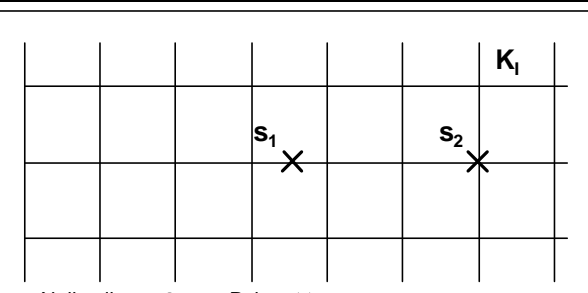


I – Verhalten

I - Verhalten	Integrierendes Verhalten
$a_1 \cdot \dot{v}(t) = b_0 u(t)$	<p>Die Änderung der Ausgangsgröße ist der Eingangsgröße proportional</p>
$v(t) = K_I \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$	
$h(t) = K_I \cdot t$ $h(t) = \frac{t}{T_I}$	
$G(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega} = \frac{1}{j\omega T_I}$ $ G(j\omega) = \frac{K_I}{\omega} = \frac{1}{\omega T_I}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ$	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>
$G(s) = \frac{K_I}{s} = \frac{1}{s T_I}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_1 = 0$</p>	



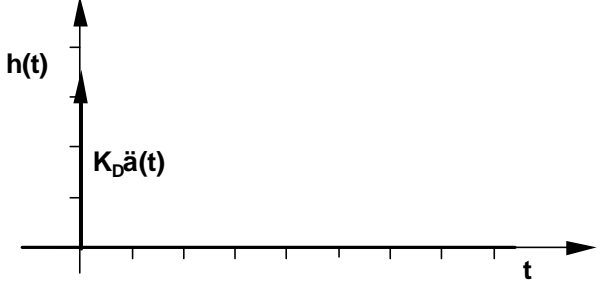
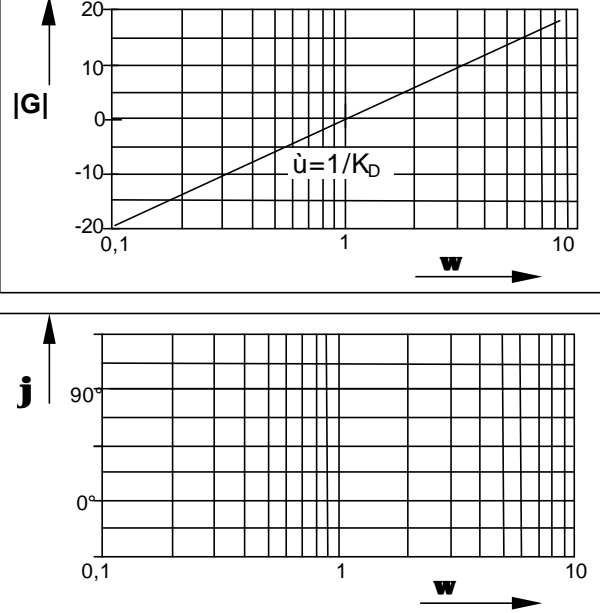
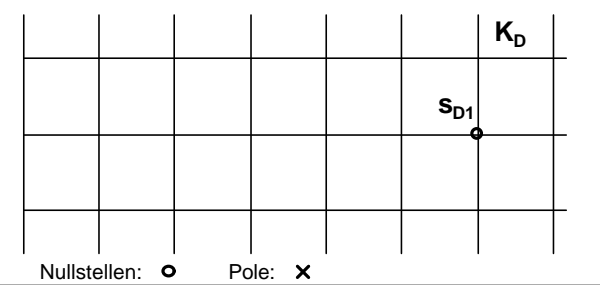
I-T₁ – Verhalten

I-T ₁ - Verhalten	Verzögertes integrierendes Verhalten
$a_2 \ddot{v}(t) + a_1 \cdot \dot{v}(t) = b_0 u(t)$	Reihenstruktur von I – und P-T ₁ – Glied
$T_1 \dot{v}(t) + v(t) = K_I \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$	
$h(t) = K_I \cdot \left(t - T_1 \left(1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \right)$	
$G(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega(1 + j\omega T_1)}$ $ G(j\omega) = \frac{K_I}{\omega \sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ - \arctan \omega T_1$ $G(s) = \frac{K_I}{s(1 + sT_1)}$ Nullstellen: Pole: $s_1 = -\frac{1}{T_1}; \quad s_2 = 0$	



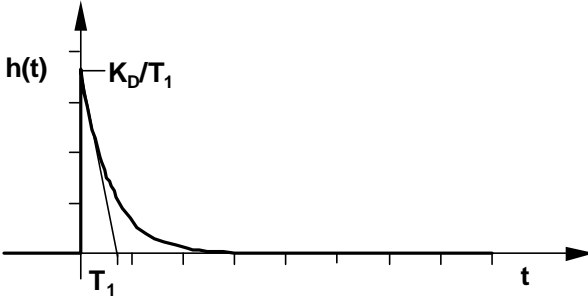
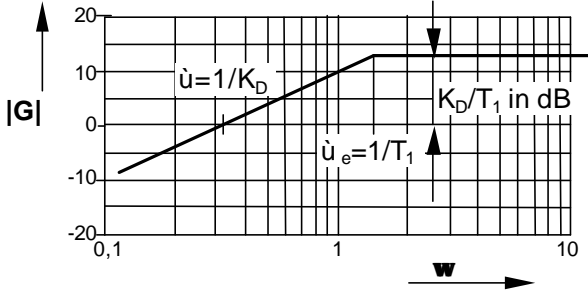
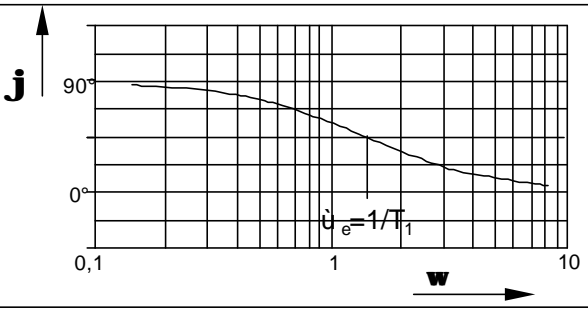
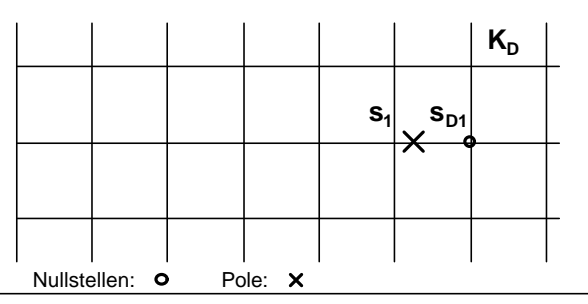
Verfasser: Dr. Seide

D – Verhalten

D- Verhalten	Differenzierendes Verhalten (praktisch nicht realisierbar, nur als Faktor)
$a_0 \cdot v(t) = b_1 \dot{u}(t)$	Die Ausgangsgröße ist der Änderung der Eingangsgröße proportional
$v(t) = K_D \cdot \frac{du(t)}{dt}$	
$h(t) = K_D \cdot \delta(t)$ $\delta(t)$: Dirac-Funktion	
$G(j\omega) = K_D \cdot j\omega$ $ G(j\omega) = K_D \omega$ $\varphi(\omega) = +90^\circ$	
Nullstellen: $s_{D1} = 0$ Pole:	 <p>Nullstellen: ○ Pole: ×</p>



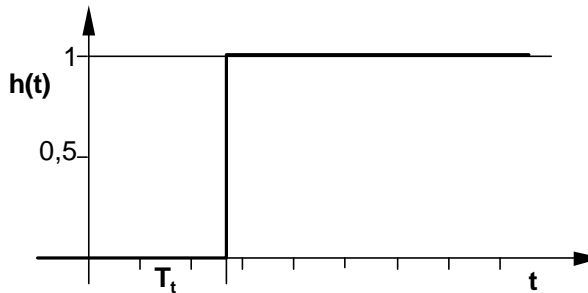
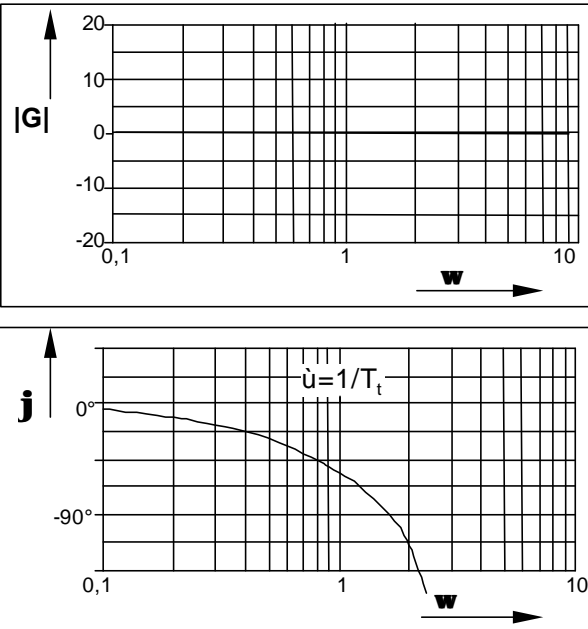
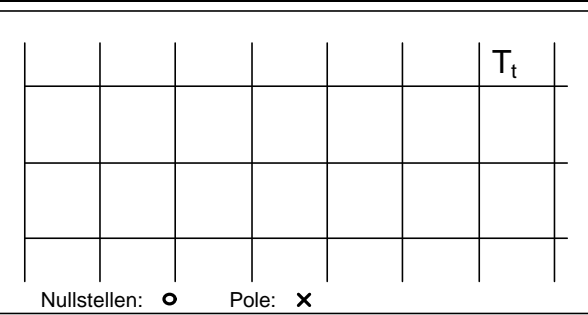
D-T₁ – Verhalten

<p>D-T₁ - Verhalten</p>	<p>Verzögertes differenzierendes Verhalten (realisierbares, angenähertes D-Verhalten)</p>
<p>$a_1 \cdot \dot{v}(t) + a_0 v(t) = b_1 \dot{u}(t)$</p>	<p>Die Ausgangsgröße ist dem Anstieg der verzögerten Eingangsgröße proportional</p>
<p>$T_1 \dot{v}(t) + v(t) = K_D \dot{u}(t)$</p>	
<p>$h(t) = \frac{K_D}{T_1} \cdot e^{-\frac{t}{T_1}}$</p>	
<p>$G(j\omega) = \frac{K_D j\omega}{1 + j\omega T_1}$</p> <p>$G(j\omega) = \frac{K_D \cdot \omega}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$</p> <p>$\varphi(\omega) = 90^\circ - \arctan \omega T_1$</p>	
<p>Nullstellen: $s_{D1} = 0$</p> <p>Pole: $s_1 = -\frac{1}{T_1}$</p>	 <p>Nullstellen: ○ Pole: ×</p>



Verfasser: Dr. Seide

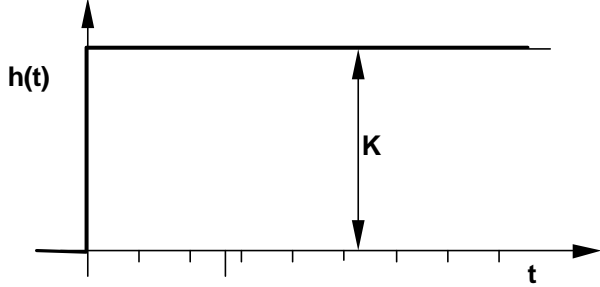
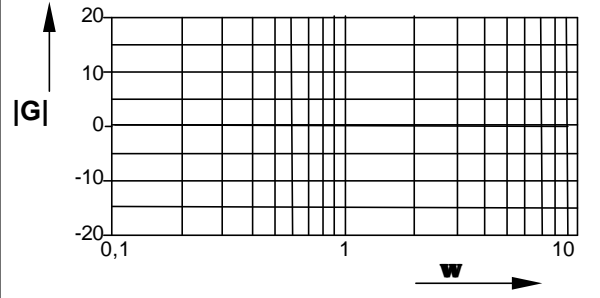
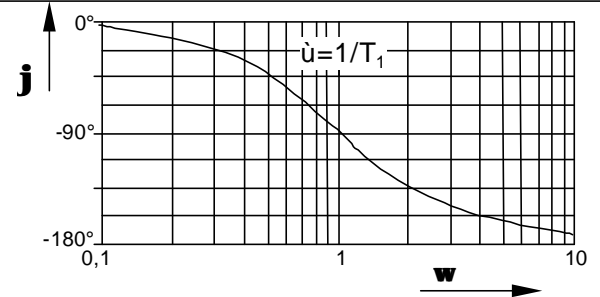
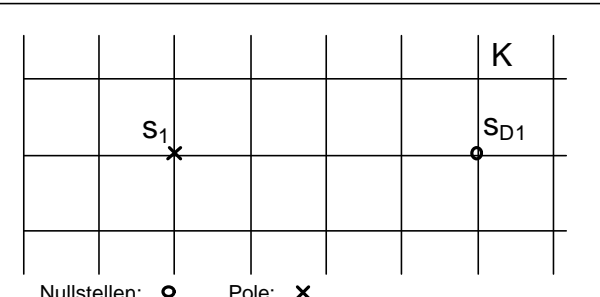
Totzeit

T _t - Verhalten	Totzeit
$v(t + T_t) = u(t)$	<p>Die Ausgangsgröße ist die zeitverschobene Eingangsgröße</p>
$\sum_k \frac{T_t^k}{k!} \frac{d^k}{dt^k} v(t) = u(t)$	
$h(t) = 1(t - T_t)$	
$G(j\omega) = e^{-j\omega T_t}$ $ G(j\omega) = 1$ $\varphi(\omega) = -\omega T_t$	 <p>Nullstellen: ○ Pole: ×</p>
<p>Nullstellen: Pole:</p>	



Verfasser: Dr. Seide

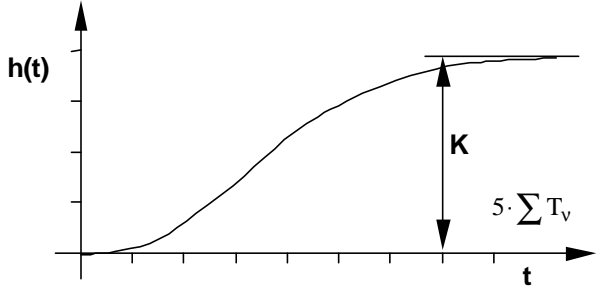
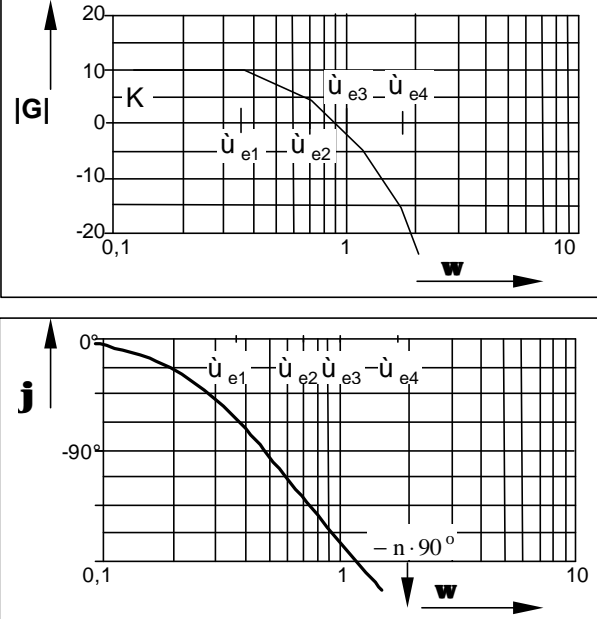
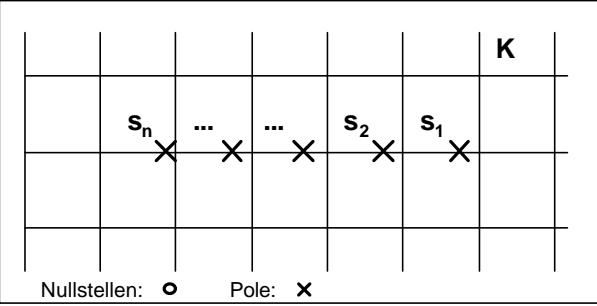
Allpaß

P(-D)-T ₁ - Verhalten	Allpaß
$a_1 \dot{v}(t) + a_0 v(t) = b_1 \dot{u}(t) + b_0 u(t)$ $a_1 b_0 = -a_0 b_1$	<p>Brückenschaltung, X-Schaltung</p>
$T_1 \dot{v}(t) + v(t) = K \cdot (-T_1 \dot{u}(t) + u(t))$	
$h(t) = K \cdot 1(t)$	<div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center;">   </div>
$G(j\omega) = K \cdot \frac{1 - j\omega T_1}{1 + j\omega T_1}$ $ G(j\omega) = 1$ $\varphi(\omega) = -2 \arctan \omega T_1$ $G(s) = K \cdot \frac{1 - sT_1}{1 + sT_1}$ <p>Nullstellen: $s_{D1} = +\frac{1}{T_1}$</p> <p>Pole: $s_1 = -\frac{1}{T_1}$</p>	 <p>Nullstellen: ○ Pole: ×</p>

Anmerkung: Nullstelle und Pol liegen symmetrisch.



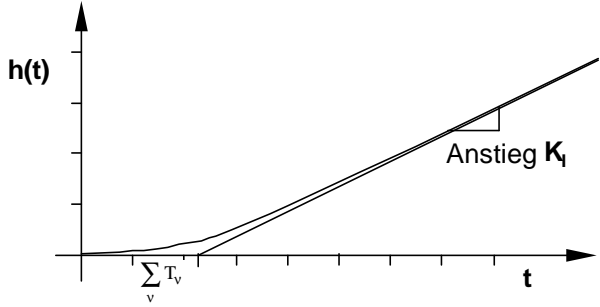
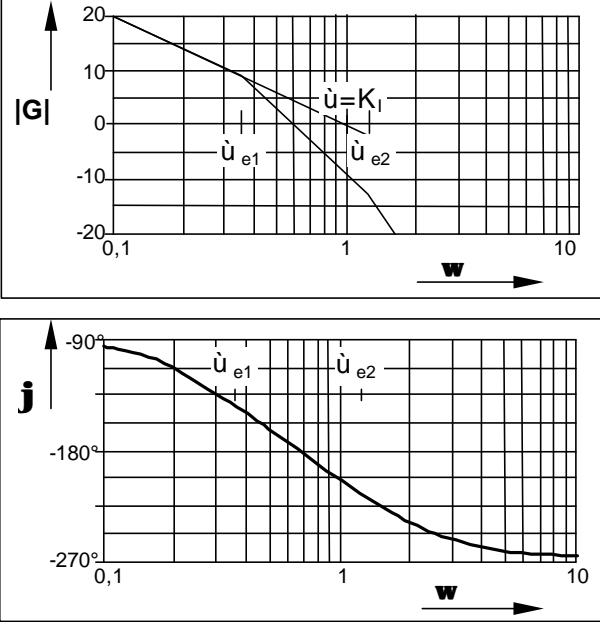
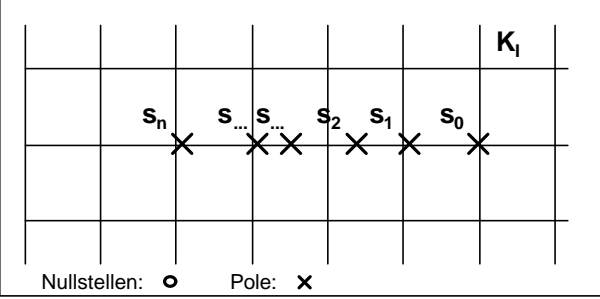
Kombinationen in Reihenstruktur: P-T_n – Verhalten

P-T _n – Verhalten	Verzögerung n-ter Ordnung
$a_n \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} v(t) + a_0 v(t) = b_0 u(t)$	
$\prod_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t) + \dots + \sum_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d}{dt} v(t) + v(t) = K \cdot u(t)$	
$h(t) = K \left(1 - \sum_{v=1}^n c_v e^{-\frac{t}{T_v}} \right)$ <p>bei ungleichen Zeitkonstanten</p>	
$G(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1) \cdot (1 + j\omega T_2) \cdot \dots \cdot (1 + j\omega T_n)}$ $ G(j\omega) = \frac{K}{\prod_{v=1}^n \sqrt{1 + \omega^2 T_v^2}}$ $\varphi(\omega) = -\sum_{v=1}^n \arctan \omega T_v$	
$G(s) = \frac{K}{\prod_{v=1}^n (1 + s T_v)}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_1, s_2, \dots, s_n \quad s_v = -\frac{1}{T_v}$</p>	

Anmerkung: Technisch stellt die Beschränkung auf ungleiche Zeitkonstanten keine Einschränkung dar, ob zwei Zeitkonstanten, die sich um 0,1% unterscheiden, als gleich oder ungleich betrachtet werden, ist unerheblich.



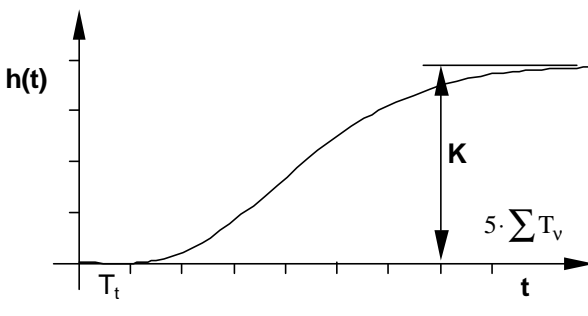
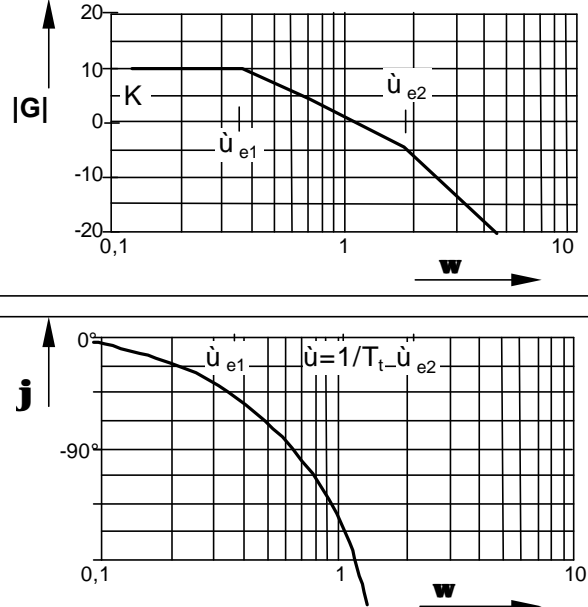
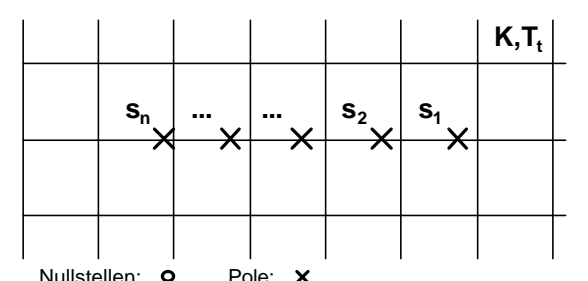
I-T_n – Verhalten

I-T _n - Verhalten	Integrierendes Verhalten mit Verzögerungen
$a_{n+1} \cdot \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} v(t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} v(t) = b_0 u(t)$	
$\prod_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t) + \dots + \sum_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d}{dt} v(t) + v(t) = K_I \cdot \int_0^t u(\tau) dt$	
$h(t) = K_I \cdot \left(t - \sum_{v=1}^n T_v \left(1 - \sum_{v=1}^n c_v e^{-\frac{t}{T_v}} \right) \right)$ <p>bei ungleichen Zeitkonstanten</p>	
$G(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega} \cdot \frac{1}{\prod_1^n (1 + j\omega T_v)}$ $ G(j\omega) = \frac{K_I}{\omega} \cdot \frac{1}{\prod_1^n \sqrt{1 + \omega^2 T_v^2}}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ - \sum_1^n \arctan \omega T_v$	
$G(s) = \frac{K_I}{s} \cdot \frac{1}{\prod_1^n (1 + sT_v)}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_0 = 0, s_1, \dots, s_n; \quad s_v = -\frac{1}{T_v}$</p>	

Anmerkung: Technisch stellt die Beschränkung auf ungleiche Zeitkonstanten keine Einschränkung dar, ob zwei Zeitkonstanten, die sich um 0,1% unterscheiden, als gleich oder ungleich betrachtet werden, ist unerheblich.



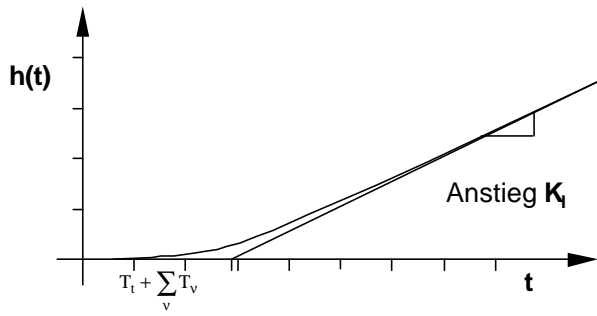
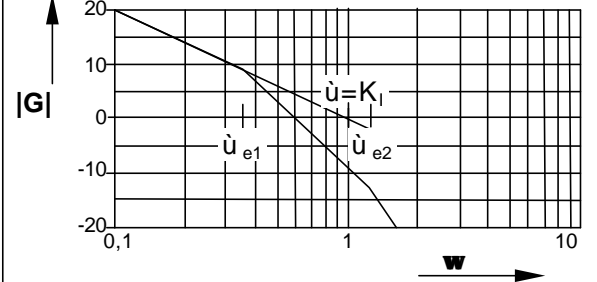
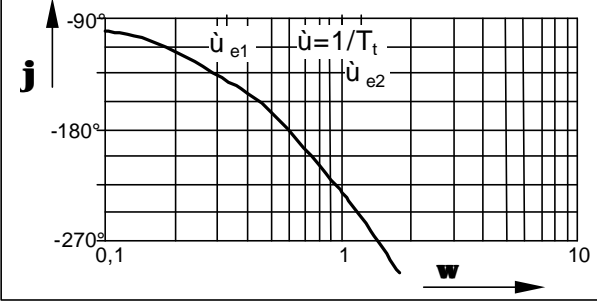
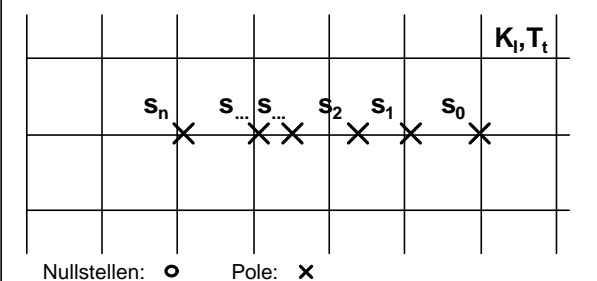
P-T_n-T_t – Verhalten

P-T _n -T _t - Verhalten	Verzögerung n-ter Ordnung mit Totzeit
$a_n \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t + T_t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} v(t + T_t) + a_0 v(t + T_t) = b_0 u(t)$	
$\prod_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t + T_t) + \dots + \sum_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d}{dt} v(t + T_t) + v(t + T_t) = K \cdot u(t)$	
$h(t) = K \left(1 - \sum_{v=1}^n c_v e^{-\frac{t-T_t}{T_v}} \right)$ <p>bei ungleichen Zeitkonstanten</p>	
$G(j\omega) = \frac{K \cdot e^{-j\omega T_t}}{(1 + j\omega T_1) \cdot (1 + j\omega T_2) \cdot \dots \cdot (1 + j\omega T_n)}$ $ G(j\omega) = \frac{K}{\prod_{v=1}^n \sqrt{1 + \omega^2 T_v^2}}$ $\varphi(\omega) = -\omega T_t - \sum_{v=1}^n \arctan \omega T_v$	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>

Anmerkung: Technisch stellt die Beschränkung auf ungleiche Zeitkonstanten keine Einschränkung dar, ob zwei Zeitkonstanten, die sich um 0,1% unterscheiden, als gleich oder ungleich betrachtet werden, ist unerheblich.



I-T_n-T_t – Verhalten

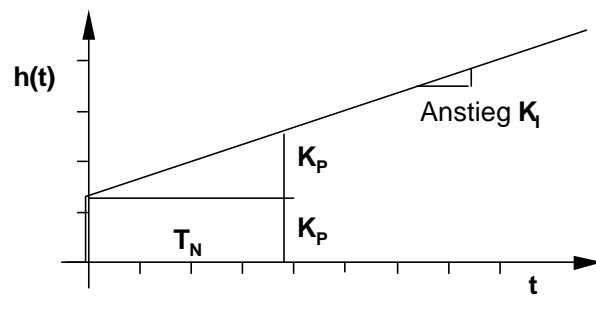
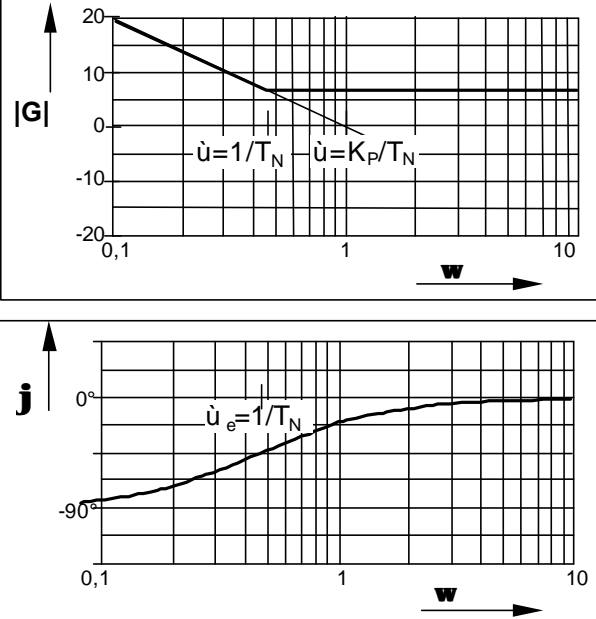
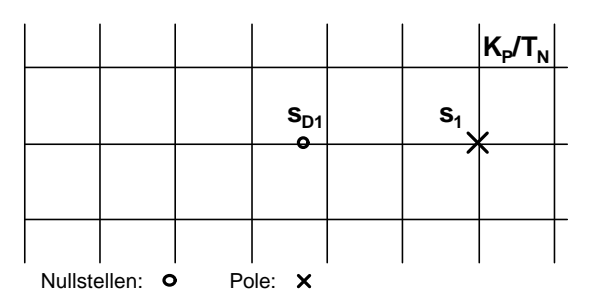
I-T _n -T _t - Verhalten	Integrierendes Verhalten mit Verzögerungen und Totzeit
$a_{n+1} \cdot \frac{d^{n+1}}{dt^{n+1}} v(t + T_t) + \dots + a_1 \frac{d}{dt} v(t + T_t) = b_0 u(t)$	
$\prod_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d^n}{dt^n} v(t + T_t) + \dots$ $\dots + \sum_{v=1}^n T_v \cdot \frac{d}{dt} v(t + T_t) + v(t + T_t) = K_I \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau$	
$h(t) = K_I \cdot \left((t - T_t) - \sum_{v=1}^n T_v \left(1 - \sum_{v=1}^n c_v e^{-\frac{t-T_t}{T_v}} \right) \right)$ <p>bei ungleichen Zeitkonstanten</p>	
$G(j\omega) = \frac{K_I}{j\omega} \cdot \frac{e^{-j\omega T_t}}{\prod_1^n (1 + j\omega T_v)}$ $ G(j\omega) = \frac{K_I}{\omega} \cdot \frac{1}{\prod_1^n \sqrt{1 + \omega^2 T_v^2}}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ - \omega T_t - \sum_1^n \arctan \omega T_v$	
$G(s) = \frac{K_I}{s} \cdot \frac{e^{-sT_t}}{\prod_1^n (1 + sT_v)}$ <p>Nullstellen:</p> <p>Pole: $s_0 = 0, s_1, \dots, s_n; \quad s_v = -\frac{1}{T_v}$</p>	

Anmerkung: Technisch stellt die Beschränkung auf ungleiche Zeitkonstanten keine Einschränkung dar, ob zwei Zeitkonstanten, die sich um 0,1% unterscheiden, als gleich oder ungleich betrachtet werden, ist unerheblich.



Kombinationen in Parallelstruktur:

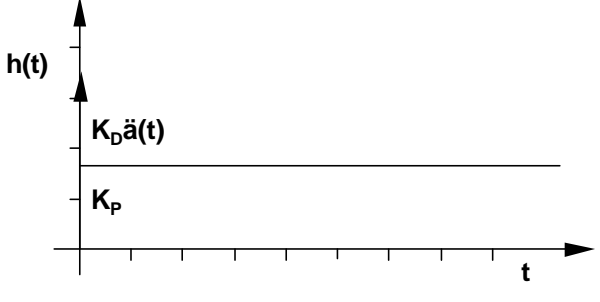
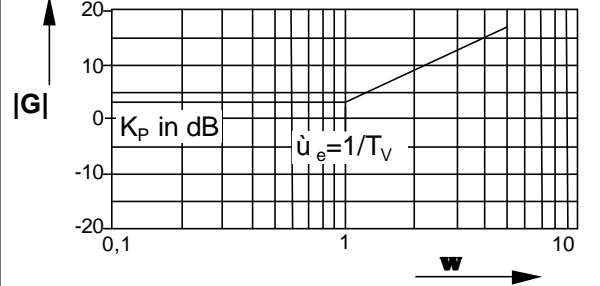
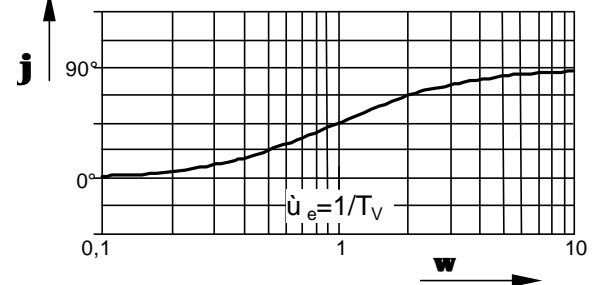
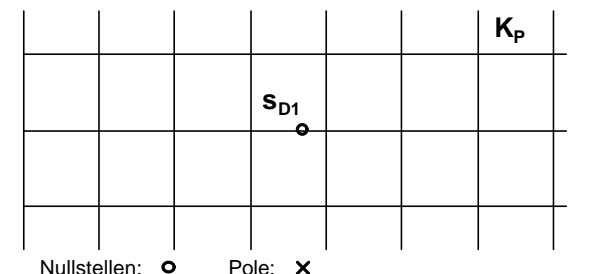
PI – Verhalten

PI - Verhalten	Summe aus proportionalem und integralen Verhalten
$a_1 \cdot \dot{v}(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t)$	<p>PI-Regler</p>
$v(t) = K_P u(t) + K_I \int_0^t u(\tau) d\tau$	
$h(t) = K_P + K_I \cdot t$ $h(t) = K_P \cdot \left(1 + \frac{t}{T_N}\right)$	
$G(j\omega) = K_P + \frac{K_I}{j\omega}$ $G(j\omega) = K_P \cdot \left(1 + \frac{1}{j\omega T_N}\right) = \frac{K_P}{j\omega T_N} (1 + j\omega T_N)$ $ G(j\omega) = \frac{K_P}{T_N \omega} \sqrt{1 + \omega^2 T_N^2}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctan \omega T_N$	 <p>Nullstellen: \circ Pole: \times</p>
$G(s) = K_P + \frac{K_I}{s} = K_P \left(1 + \frac{1}{s T_N}\right)$ <p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_N}$</p> <p>Pole: $s_1 = 0$</p>	



Verfasser: Dr. Seide

PD – Verhalten

<p>PD - Verhalten</p>	<p>Summe aus proportionalem und differenzierendem Verhalten</p>
<p>$a_0 \cdot v(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t)$</p>	<p>Theoretischer PD-Regler</p>
<p>$v(t) = K_P u(t) + K_D \dot{u}(t)$</p>	
<p>$h(t) = K_P + K_D \delta(t)$</p>	
<p>$G(j\omega) = K_P + K_D j\omega = K_P (1 + j\omega T_V)$</p> <p>$G(j\omega) = K_P \sqrt{1 + \omega^2 T_V^2}$</p> <p>$\varphi(\omega) = \arctan \omega T_V$</p>	
<p>$G(s) = K_P + K_D s = K_P (1 + s T_V)$</p> <p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_V}$</p> <p>Pole:</p>	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>

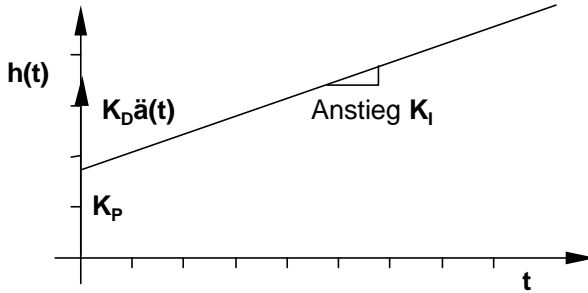
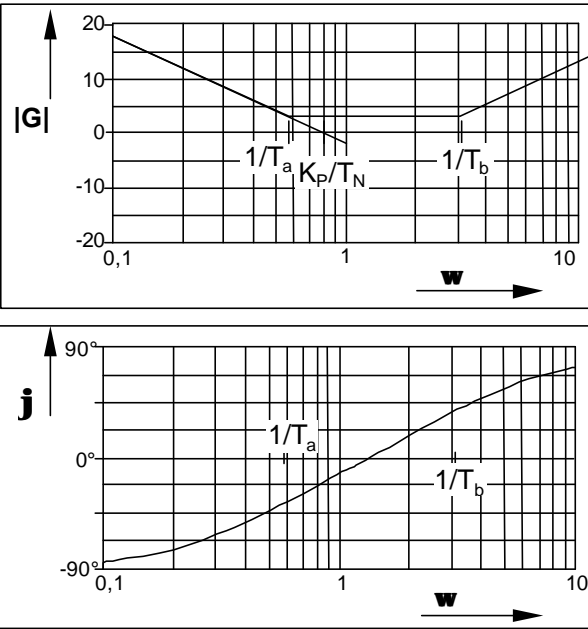
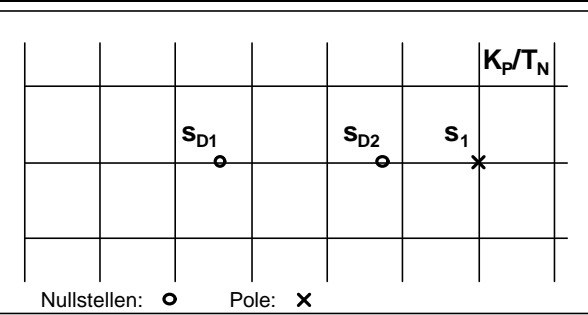


PD-T₁ – Verhalten

<p>PD-T₁ - Verhalten</p>	<p>Summe aus verzögertem und differenzierendem Verhalten</p>
$a_1 v(t) + a_0 \cdot v(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t)$	<p>Technischer PD-Regler</p>
$T_1 \dot{v}(t) + v(t) = K_P (u(t) + T_V \dot{u}(t))$	
$h(t) = K_P \left(1 - \left(1 - \frac{T_V}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$	
$G(j\omega) = K_P \cdot \frac{1 + j\omega T_V}{1 + j\omega T_1}$ $ G(j\omega) = K_P \frac{\sqrt{1 + \omega^2 T_V^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$ $\varphi(\omega) = \arctan \omega T_V - \arctan \omega T_1$	<p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>
$G(s) = K_P \cdot \frac{1 + sT_V}{1 + sT_1}$ <p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_V}$</p> <p>Pole: $s_1 = -\frac{1}{T_1}$</p>	



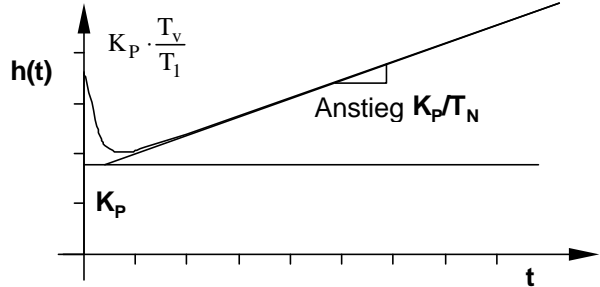
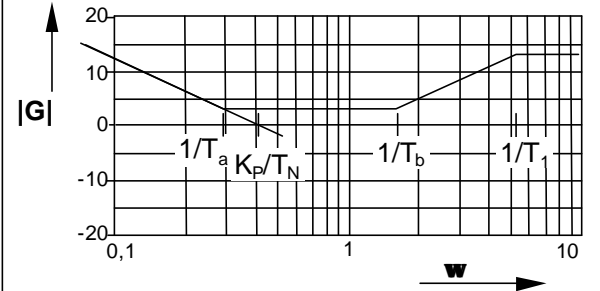
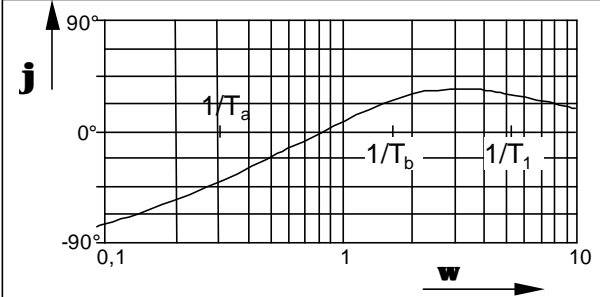
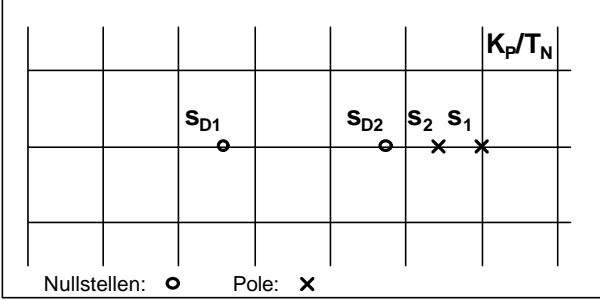
PID – Verhalten

<p>PID - Verhalten</p>	<p>Summe aus proportionalem, integrierenden und differenzierendem Verhalten</p>
$a_1 \cdot \dot{v}(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t) + b_2 \ddot{u}(t)$	<p>Theoretischer PID-Regler</p>
$v(t) = K_P u(t) + K_I \cdot \int_0^t u(\tau) d\tau + K_D \dot{u}(t)$	
$h(t) = K_P + K_I t + K_D \delta(t)$	
$G(j\omega) = K_P + \frac{K_I}{j\omega} + K_D j\omega$ $G(j\omega) = K_P \left(1 + \frac{1}{j\omega T_N} + j\omega T_V \right)$ $G(j\omega) = \frac{K_P}{j\omega T_N} (1 + j\omega T_a)(1 + j\omega T_b)$ $ G(j\omega) = \frac{K_P}{\omega T_N} \sqrt{1 + \omega^2 T_a^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_b^2}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctan \omega T_a + \arctan \omega T_b$ $T_a, T_b = \frac{T_N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{T_N}{2}\right)^2 - T_N T_V}$	 <p>Nullstellen: \circ Pole: \times</p>
<p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_a}, s_{D2} = -\frac{1}{T_b}$</p> <p>Pole: $s_1 = 0$</p>	

Anmerkung: Für $T_N \gg T_V$ gilt $T_a \cong T_N$; $T_b \cong T_V$.



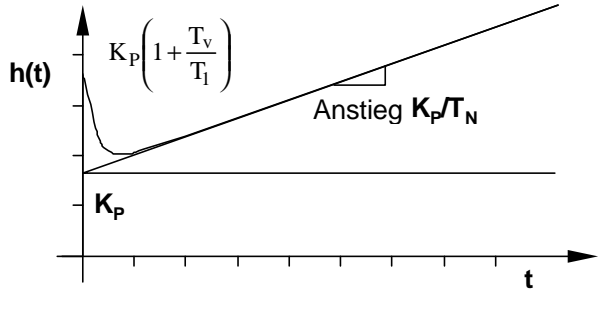
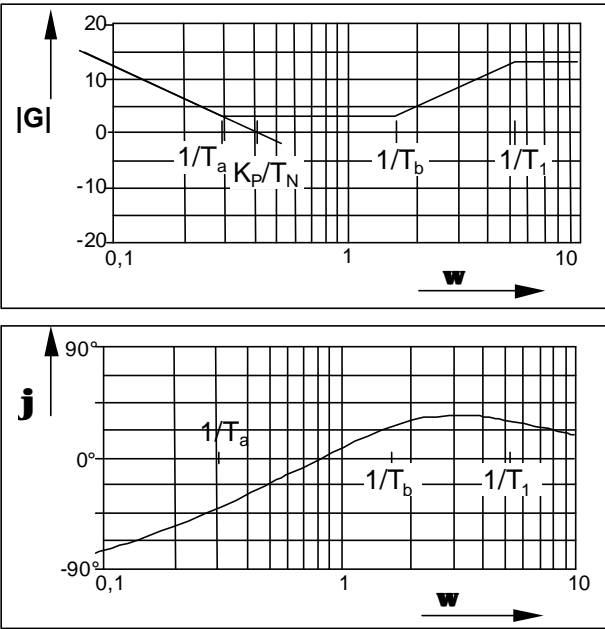
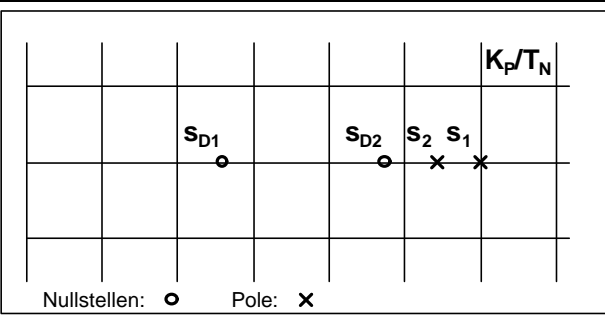
PID- T_1 – Verhalten

<p>PID-T_1 - Verhalten</p>	<p>Summe aus proportionalem, integrierendem und differenzierendem Verhalten, verzögert</p>
$a_2 \ddot{v}(t) + a_1 \dot{v}(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t) + b_2 \ddot{u}(t)$	<p>Technischer PID-Regler</p>
$T_1 \dot{v}(t) + v(t) = K_P \left(u(t) + \frac{1}{T_N} \int_0^t u(\tau) d\tau + T_V \dot{u}(t) \right)$	
$h(t) = K_P \left(1 - \frac{T_1}{T_N} + \frac{t}{T_N} - \left(1 - \frac{T_1}{T_N} - \frac{T_V}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$	
$G(j\omega) = \frac{K_P}{1 + j\omega T_1} \cdot \left(1 + \frac{1}{j\omega T_N} + j\omega T_V \right)$ $G(j\omega) = \frac{K_P (1 + j\omega T_N + j\omega T_N j\omega T_V)}{j\omega T_N (1 + j\omega T_1)}$ $G(j\omega) = \frac{K_P}{j\omega T_N} \frac{(1 + j\omega T_a)(1 + j\omega T_b)}{1 + j\omega T_1}$ $ G(j\omega) = \frac{K_P}{\omega T_N} \frac{\sqrt{1 + \omega^2 T_a^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_b^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_1^2}}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctan \omega T_a + \arctan \omega T_b - \arctan \omega T_1$ $T_a, T_b = \frac{T_N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{T_N}{2} \right)^2 - T_N T_V}$	
$G(s) = \frac{K_P}{1 + sT_1} \left(1 + \frac{1}{sT_N} + sT_V \right)$ <p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_a}, s_{D2} = -\frac{1}{T_b}$</p> <p>Pole: $s_1 = 0, s_2 = -\frac{1}{T_1}$</p>	

Anmerkung: Für $T_N \gg T_V$ gilt $T_a \cong T_N$; $T_b \cong T_V$.



PI(D-T₁) – Verhalten

<p>PI(D-T₁) - Verhalten</p>	<p>Summe aus proportionalem, integrierenden und verzögerten differenzierendem Verhalten</p>
$a_2 \ddot{v}(t) + a_1 \dot{v}(t) = b_0 u(t) + b_1 \dot{u}(t) + b_2 \ddot{u}(t)$	<p>Technischer PID-Regler</p>
$T_I \dot{v}(t) + v(t) = K_P \left(\left(1 + \frac{T_I}{T_N} \right) u(t) + \frac{1}{T_N} \int_0^t u(\tau) d\tau + (T_V + T_I) \dot{u}(t) \right)$	
$h(t) = K_P \left(1 + \frac{t}{T_N} + \frac{T_V}{T_I} e^{-\frac{t}{T_I}} \right)$	
$G(j\omega) = \left(K_P + \frac{K_I}{j\omega} + \frac{K_D j\omega}{1 + j\omega T_I} \right)$ $G(j\omega) = \frac{K_P}{j\omega T_N (1 + j\omega T_I)} (1 + j\omega T_I + j\omega T_N + j\omega T_N (j\omega T_I + j\omega T_V))$ $G(j\omega) = \frac{K_P}{j\omega T_N} \cdot \frac{(1 + j\omega T_a)(1 + j\omega T_b)}{1 + j\omega T_I}$ $ G(j\omega) = \frac{K_P}{\omega T_N} \frac{\sqrt{1 + \omega^2 T_a^2} \sqrt{1 + \omega^2 T_b^2}}{\sqrt{1 + \omega^2 T_I^2}}$ $\varphi(\omega) = -90^\circ + \arctan \omega T_a + \arctan \omega T_b - \arctan \omega T_I$ $T_a, T_b = \frac{T_I + T_N}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{T_I + T_N}{2} \right)^2 - T_N (T_I + T_V)}$	 <p>Nullstellen: ○ Pole: x</p>
$G(s) = \frac{K_P}{1 + sT_I} \left(1 + \frac{1}{sT_N} + \frac{sT_V}{1 + sT_I} \right)$ <p>Nullstellen: $s_{D1} = -\frac{1}{T_a}, s_{D2} = -\frac{1}{T_b}$</p> <p>Pole: $s_1 = 0, s_2 = -\frac{1}{T_I}$</p>	

Anmerkung: Für $T_N \gg T_V \gg T_I$ gilt $T_a \cong T_N$; $T_b \cong T_V + T_I$.