**1.**

**a)**

$$F=\left\{\left(n;a\_{n}\right)\left|a\_{n}=2n-1,n\in N\right.\right\}$$

Kurzschreibweise: $\left\{a\_{n}\right\}$ mit $a\_{n}=2n-1, n=1,2,3,…$

Es handelt sich um die Folge der ungeraden natürlichen Zahlen.

$$a\_{n}=2n-1\rightarrow allgemeines Glied$$

$$\left.\begin{matrix}0,9\\0,99\\0,999\end{matrix}\right\}a\_{n}=1-10^{-n} $$

Wenn man ein Kapital K über 5 Jahre zu einem festen Zinssatz von 3% p. J. anlegt und in dieser Zeit nicht angreift, so erhält man die (endliche) Folge $K\_{1}, K\_{2}, …,K\_{5}$ des anwachsenden Kapitals.

$$K\_{1}=K+Z=\left(1+0,03\right)⋅K$$

$$K\_{2}=K\_{1}+0,03⋅K\_{1}=\left(1+0,03\right)⋅K$$

$$K\_{2}=\left(1+0,03\right)K+0,03⋅\left(1+0,03\right)K=\left(1+0,03\right)K⋅\left(1+0,03\right)=\left(1+0,03\right)^{2}K$$

$$K\_{3}=\left(1+0,03\right)^{3}K$$

$$K\_{4}=\left(1+0,03\right)^{4}K$$

$$K\_{5}=\left(1+0,03\right)^{5}K$$

**1.1.**

**a)**

1. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\sqrt{n}$ ist offensichtlich monoton wachsend.
2. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\frac{1}{n}$ ist offensichtlich monoton fallend.
3. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\left(-1\right)^{n}⋅\frac{1}{n}$ ist alternierend, d.h. die Glieder sind abwechselnd positiv und negativ.
4. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=1+\left(n-23\right)^{2}$ hat keine der genannten Eigenschaften, denn bis n=23 ist Sie monoton fallend und anschließend monoton wachsend

**b)**



1. Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\sqrt{n}$ ist offensichtlich nach unten beschränkt (z.B. durch 0) aber oben nicht.
2. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\frac{1}{n}$ ist offensichtlich nach unten beschränkt (z.B. durch 0) und auch nach oben beschränkt (z.B. durch 1), sie ist also beschränkt.
3. Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\left(-2\right)^{n}$ ist weder nach unten noch nach oben beschränkt.

**1.2**

**a)**

1. Die Folge $a\_{n}=\left(-1\right)^{n}+\frac{1}{n}$ hat die beiden Häufungspunkte -1 und 1.
2. Die Folge $a\_{n}=3+\frac{1}{n}$ hat nur einen einzigen Häufungspunkt bei 3.
3. Die Folge $a\_{n}=\left(-2\right)^{n}$ hat keinen Häufungspunkt.

**b)**

1. Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\frac{1}{n}$ konvergiert gegen 0. Man spricht deshalb von einer Nullfolge.
2. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=n+1$ ist bestimmt divergent. Man schreibt $\lim\_{n\to \infty }a\_{n}=\infty $.
3. Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\left(-1\right)^{n}$ ist unbestimmt divergent, denn weder hat sie einen Grenzwert noch wächst sie über alle Grenzen.

**c)**

1. Bei der Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n}$ würde man wahrscheinlich den Grenzwert 1 vermuten. Das ist aber falsch. Klar ist nur, dass sie nach oben beschränkt ist (z.B. durch 3) und dass sie monoton wachsend ist. Also muss sie einen Grenzwert haben der zwischen 2 und 3 liegt.
2. Bei der Folge mit dem allgemeinen Glied $a\_{n}=\frac{100^{n}}{n!}$ muss man ziemlich viele Glieder berechnen, bis man zu der richtigen Vermutung $\lim\_{n\to \infty }\frac{100^{n}}{n!}=0$ gelangt. (Fakultät ist stärker als die Potenz.

**1.3**

**a)**

1. Die Reihe $\sum\_{n=0}^{\infty }1^{n}$ hat die Partialsumme $s\_{k}=k$+1 und ist damit bestimmt divergent.
2. Die Reihe $\sum\_{n=0}^{\infty }\left(-1\right)^{n}$ hat die Partialsumme $s\_{k}=\left\{\begin{matrix}1 für gerade k\\0 für ungerade k\end{matrix}\right. $und ist damit unbestimmt divergent.
3. Die Reihe $\sum\_{n=0}^{\infty }\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ hat die Partialsumme $s\_{k}=\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}{1-\frac{1}{2}}$ (Warum?) und ist damit konvergent:

$$\sum\_{n=0}^{\infty }\left(\frac{1}{2}\right)^{n}=\lim\_{k\to \infty }s\_{k}=2$$