1.

a)

$F = \{(n; a_n) | a_n = 2n - 1, n \in \mathbf{N}\}$

Kurzschreibweise: $\{a_n\}$ mit $a_n = 2n - 1, n = 1,2,3, \ldots$

Es handelt sich um die Folge der ungeraden natürlichen Zahlen.

$a_n = 2n - 1 \rightarrow \textit{allgemeines Glied}$

$$\left.\begin{matrix} 0{,}9 \\ 0{,}99 \\ 0{,}999 \end{matrix}\right\} a_n = 1 - 10^{-n}$$

Wenn man ein Kapital K über 5 Jahre zu einem festen Zinssatz von 3% p. J. anlegt und in dieser Zeit nicht angreift, so erhält man die (endliche) Folge $K_1, K_2, \ldots, K_5$ des anwachsenden Kapitals.

$K_1 = K + Z = (1 + 0{,}03) \cdot K$

$K_2 = K_1 + 0{,}03 \cdot K_1 = (1 + 0{,}03) \cdot K$

$K_2 = (1 + 0{,}03)K + 0{,}03 \cdot (1 + 0{,}03)K = (1 + 0{,}03)K \cdot (1 + 0{,}03) = (1 + 0{,}03)^2 K$

$K_3 = (1 + 0{,}03)^3 K$

$K_4 = (1 + 0{,}03)^4 K$

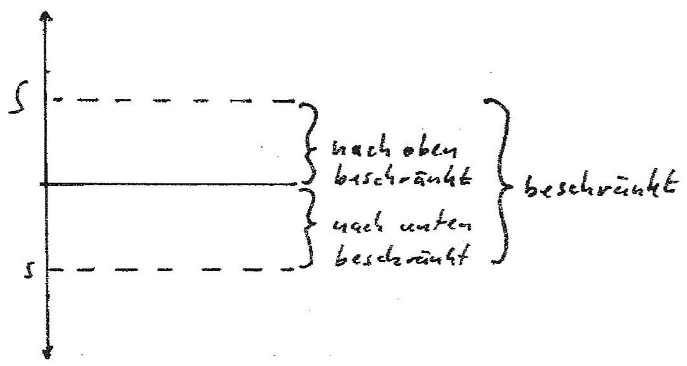
$K_5 = (1 + 0{,}03)^5 K$

1.1.

a)

a) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = \sqrt{n}$ ist offensichtlich monoton wachsend.
b) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = \frac{1}{n}$ ist offensichtlich monoton fallend.
c) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = (-1)^n \cdot \frac{1}{n}$ ist alternierend, d.h. die Glieder sind abwechselnd positiv und negativ.
d) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = 1 + (n - 23)^2$ hat keine der genannten Eigenschaften, denn bis n=23 ist Sie monoton fallend und anschließend monoton wachsend

b)



a) Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a_n = \sqrt{n}$ ist offensichtlich nach unten beschränkt (z.B. durch 0) aber oben nicht.

b) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = \frac{1}{n}$ ist offensichtlich nach unten beschränkt (z.B. durch 0) und auch nach oben beschränkt (z.B. durch 1), sie ist also beschränkt.

c) Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a_n = (-2)^n$ ist weder nach unten noch nach oben beschränkt.

<u>**1.2**</u>

a)

a) Die Folge $a_n = (-1)^n + \frac{1}{n}$ hat die beiden Häufungspunkte -1 und 1.

b) Die Folge $a_n = 3 + \frac{1}{n}$ hat nur einen einzigen Häufungspunkt bei 3.

c) Die Folge $a_n = (-2)^n$ hat keinen Häufungspunkt.

b)

a) Die Folgen mit dem allgemeinen Glied $a_n = \frac{1}{n}$ konvergiert gegen 0. Man spricht deshalb von einer Nullfolge.

b) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = n + 1$ ist bestimmt divergent. Man schreibt $\lim_{n \to \infty} a_n = \infty$.

c) Die Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = (-1)^n$ ist unbestimmt divergent, denn weder hat sie einen Grenzwert noch wächst sie über alle Grenzen.

c)

a) Bei der Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ würde man wahrscheinlich den Grenzwert 1 vermuten. Das ist aber falsch. Klar ist nur, dass sie nach oben beschränkt ist

b) Bei der Folge mit dem allgemeinen Glied $a_n = \frac{100^n}{n!}$ muss man ziemlich viele Glieder berechnen, bis man zu der richtigen Vermutung $\lim_{n\to\infty} \frac{100^n}{n!} = 0$ gelangt. (Fakultät ist stärker als die Potenz.

1.3

a)

a) Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty} 1^n$ hat die Partialsumme $s_k = k+1$ und ist damit bestimmt divergent.

b) Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n$ hat die Partialsumme $s_k = \begin{cases} 1\, für\ gerade\ k \\ 0\, für\ ungerade\ k \end{cases}$ und ist damit unbestimmt divergent.

c) Die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n$ hat die Partialsumme $s_k = \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{k+1}}{1-\frac{1}{2}}$ (Warum?) und ist damit konvergent:

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \lim_{k\to\infty} s_k = 2$$