Fachhochschule Jena, Fachbereich GW,		**Prof. Dr. J. Grützmann**
Prüfung Analysis 1 für ET/AT, KMT, TI	**am 12.02.2010**	**Zeit: 120 Minuten**

Aufgabe 1:

a) Man gebe ein Beispiel an für eine monoton fallende Folge !

b) Gesucht ist das Glied a_3 einer geometrischen Folge, von der $a_2 = 2$ und $a_4 = 50$ bekannt sind.

c) Man gebe ein Beispiel an für eine echt gebrochene rationale Funktion mit der einzigen Nullstelle $x_N = -2$ und der einzigen Unstetigkeitsstelle $x_p = 1$!

d) Wie lautet die implizite Gleichung eines Kreises mit dem Mittelpunkt $M(3;-5)$ und dem Radius $R = 4$?

e) Der Kreis aus Aufgabe d) ist durch eine Parameterdarstellung zu beschreiben!

f) Der Graph der Funktion $f(x) = ax^3$ hat an der Stelle $x_0 = 1$ den Anstiegswinkel $60°$. Man bestimme a!

g) Man gebe ein Beispiel an für eine Funktion $f(x)$, für die $\int_{-1}^{1} f(x)dx = 2\int_{0}^{1} f(x)dx$ gilt!

Aufgabe 2: Welche Art von Unstetigkeit hat die Funktion $f(x) = \dfrac{\sin x}{\cos \frac{x}{2}}$ bei $x = \pi$?

Aufgabe 3: Man berechne die restlichen Nullstellen der Funktion $f(x) = x^4 - 3x^3 - 3x^2 + 7x + 6$, wenn bereits $x_{N1} = 2$ bekannt ist!

Aufgabe 4: Für die Funktion $f(x) = \dfrac{x^3 - x^2 + 6}{(x-2)(x+1)^2(x^2+3)}$ gebe man den Ansatz für die Partialbruchzerlegung an!

Aufgabe 5: Berechne das lineare Taylorpolynom der Funktion $f(x) = \dfrac{e^x}{\cos x}$ an der Stelle $x_0 = \pi$!

Aufgabe 6: Wo hat die Funktion $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ im Intervall $[2,4]$ ihr globales Maximum?

Aufgabe 7: Man berechne die bestimmten Integrale!

a) $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/2} \cos x\sqrt{(\sin x)^3}\,dx$ b) $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{2}{\sqrt{4x^2+2x-4}}dx$ c) $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{\sin^4 x}{\sqrt{\sin^4 x+1}}x^3 dx$

Aufgabe 8: Gesucht ist die Länge der Kurve $y = \frac{2}{3}\sqrt{(2-x)^3}$ zwischen $x = -1$ und $x = 2$!

Lösung 2: $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin x}{\cos \frac{x}{2}} = \lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\cos x}{-\frac{1}{2}\sin \frac{x}{2}} = \dfrac{-1}{-\frac{1}{2}} = 2 \Rightarrow$ Es liegt eine Lücke vor.

Lösung 3: durch Probieren: $x_{N2} = -1 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_{N3} = -1 \wedge x_{N4} = 3$

Lösung 4: $f(x) = \frac{A}{x-2} + \frac{B_1}{x+1} + \frac{B_2}{(x+1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+3}$

Lösung 5: $T_1(x) = -e^{\pi} - e^{\pi}(x-\pi) = -e^{\pi}(x+1-\pi)$

Lösung 6: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 \overset{!}{=} 0 \Leftrightarrow x_{E1/2} = 1 \pm \sqrt{4}$

$\Rightarrow$Nur $x_E = 3$ liegt im Intervall. $f''(3) > 0 \Rightarrow x_E = 3$ ist lok. Min.

$f(2) = -17 \wedge f(4) = -15 \Rightarrow$ globales Max. bei $x = 4$

Lösung 7:

a) (Nr. 255 Papula) $\frac{2}{5}(\sin x)^{\frac{5}{2}}\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{5}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{2^5}}\right)$

b) (Nr. 194 Papula) $\ln 34 - \ln\left(4\sqrt{2} + 10\right)$

c) $\int_{-1}^{1} \frac{\sin^4 x}{\sqrt{\sin^4 x + 1}} x^3 dx = 0$ Integrand ung. Funktion bzgl. des symmetr. Intervalls $[-3, 3]$.

Lösung 8: $L = \int_{-1}^{2} \sqrt{1 + y'^2}\, dx = \int_{-1}^{2} \sqrt{3 - x}\, dx = \frac{14}{3}$