a) Man kann sich leicht davon überzeugen, dass $\lambda = 1$ ein Eigenwert der Matrix

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}$$ ist und

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ -t \\ +t \end{pmatrix} = t \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

zugehörige Eigenvektoren sind.

$$x^{(n)} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

sind dann normierte Eigenvektoren.

Berechnung von Eigenwerten und Eigenvektoren.

$$A \cdot x = \lambda \cdot x \Rightarrow A \cdot x - \lambda x = 0 \Rightarrow (A - \lambda E) \cdot x = 0$$

Das ist ein homogenes lineares Gleichungssystem für x, das bekanntlich genau dann nichttriviale Lösungen besitzt, wenn die Determinante der Koeffizientenmatrix gleich Null ist.

Also erhält man $\det(A - \lambda E) = 0$

als Bestimmungsgleichung für die Eigenwerte der Matrix A. Diese Gleichung wird auch als charakteristische Gleichung der Matrix A bezeichnet.