4.4.)

Erläuterungen und Beispiele zu Inverse Matrix

$a \cdot x = b$

$x = a^{-1} \cdot b$

$= b \cdot a^{-1}$

$= \frac{b}{a}$

$A \cdot x = b$

Wunsch: $\underbrace{A^{-1} \cdot A}_{} x = A^{-1} \cdot b$

$E \cdot x = A^{-1} \cdot b$

Dieser Wunsch wird nur selten erfüllt!

$A^{-1}$ heißt inverse Matrix von $A$,

wenn $A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$ gilt.

$E \Rightarrow$ Einheitsmatrix

Wie man sich leicht überzeugen kann, gelten die Gleichungen:

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{6}{23} & \frac{1}{23} \\ \frac{5}{23} & \frac{-3}{23} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$ und

$$\begin{pmatrix} \frac{6}{23} & \frac{1}{23} \\ \frac{5}{23} & \frac{-3}{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

also hat die Matrix $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$ die

Inverse $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{6}{23} & \frac{1}{23} \\ \frac{5}{23} & -\frac{3}{23} \end{pmatrix}$ und damit

das LGS die einzig Lösung $x = A^{-1} \cdot b$