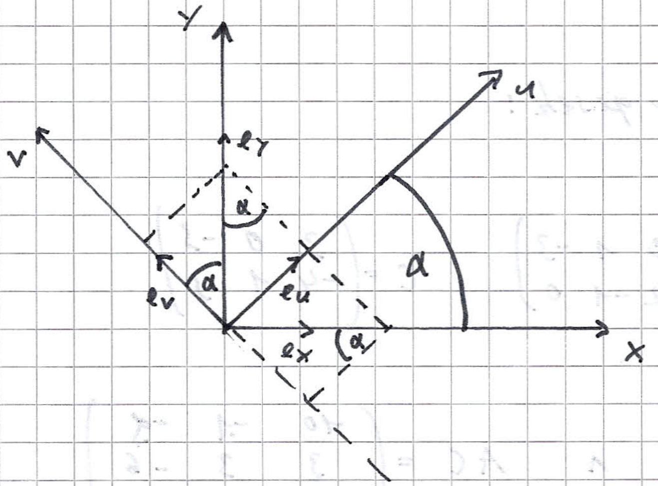
c) Wir betrachten zwei kartesische Koordinatensysteme (x,y-Koordinaten und u,v-Koordinaten), die um den Winkel α gedreht sind und wollen den bezüglich der x,y-Koordinaten gegebenen Vektor

$$\vec{a} = a_1 \vec{e_x} + a_2 \vec{e_y} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

als Linearkombination durch die Basisvektoren $\vec{e_u}$ und $\vec{e_v}$ darstellen.



Lösung

$$\vec{e_x} = \cos\alpha \cdot \vec{e_u} - \sin \vec{e_v}$$

$$\vec{e_y} = \sin\alpha \cdot \vec{e_u} + \cos \vec{e_v}$$

$$\vec{a} = a_1 \vec{e_x} + a_2 \vec{e_y}$$

$$\vec{a} = a_1 \cdot (\cos\alpha \cdot \vec{e_u} - \sin\alpha \, \vec{e_u}) + a_2 (\sin\alpha \cdot \vec{e_u} + \cos\alpha \cdot \vec{e_v})$$

$\Rightarrow$ Komponenten im alten Koordinatensystem $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$

und im gedrehten (u,v)-System:

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \cos\alpha + a_2 \sin\alpha \\ -a_1 \sin\alpha + a_2 \cos\alpha \end{pmatrix}$$