b)

$$\begin{aligned} x_1 \qquad\qquad + 7x_4 &= 9 \\ x_2 \qquad + 5x_4 &= 3 \\ x_3 - 3x_4 &= 7 \end{aligned} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} 9-7t \\ 3-5t \\ 7+3t \\ t \end{pmatrix}$$

<u>Beispiel zum klassischen Gauß-Algorithmus</u>

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 1 & \mathrm{I} \\ 3x_1 - 6x_2 - 2x_3 &= -2 & \mathrm{II} \\ -5x_1 + 8x_2 + 2x_3 &= 4 & \mathrm{III} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 1 & \mathrm{I} \\ -12x_2 - \tfrac{13}{2}x_3 &= \tfrac{7}{2} & \mathrm{II} - \tfrac{3}{2}\mathrm{I} \\ 18x_2 + \tfrac{19}{2}x_3 &= \tfrac{13}{2} & \mathrm{III} + \tfrac{5}{2}\mathrm{I} \\ -\tfrac{1}{4}x_3 &= \tfrac{5}{4} & \mathrm{III} + \tfrac{3}{2}\mathrm{II} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{I} \quad 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 &= 1 \\ -12x_2 - \tfrac{13}{2}x_3 &= \tfrac{13}{2} \\ -\tfrac{1}{4}x_3 &= \tfrac{5}{4} \end{aligned}$$

Die Rückwärtsrechnung ergibt:

$$x_3 = -5 \Rightarrow x_2 = -\frac{1}{12}\left(-\frac{7}{2} - \frac{65}{2}\right) = 3$$

$$x_1 = \frac{1}{2}\left(1 - 3(-5) - 4 \cdot 3\right) = 2$$