

## Übung Übertragungstechnik II

### Aufgabe 21

Die Zeichen einer binären Zeichenfolge  $X$  werden gespeichert und später wieder als Zeichenfolge  $Y$  ausgelesen. Während dieses Prozesses kommt es zu Verfälschungen. Es kommen keine Zeichen hinzu und es fallen keine Zeichen weg.

Die Wahrscheinlichkeiten der Eingangszeichen mit dem Wert 0 beträgt  $P(x=0) = 0,4$ .

Die Wahrscheinlichkeit der Verfälschung des Eingangswerts 0 beträgt 20% und die des Eingangswerts 1 beträgt 10%.

- Aufgabe 21.1: Erstellen Sie dazu eine Skizze und tragen Sie die Größen  $H(X)$  und  $H(Y)$  ein.
- Aufgabe 21.2: Ermitteln Sie die Entropien  $H(X)$  und  $H(Y)$ .
- Aufgabe 21.3: Stellen Sie die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten auf.
- Aufgabe 21.4: Ermitteln Sie die Streuentropie  $H(Y|X)$  sowie die Transinformation  $H(X;Y)$ .

# Übung Übertragungstechnik II

## Aufgabe 22

Binäre Symbole werden durch einen AWGN-Kanal übertragen. Mittels Entscheider werden die Signale am Kanalausgang wieder auf binäre Zeichen zurückgeführt.

Der Zusammenhang zwischen Signalleistung, Rauschleistung und Entscheiderschwelle einerseits und Übergangswahrscheinlichkeiten  $p(y|x)$ , Bitfehlerrate BER, Streuentropie  $H(Y|X)$  und Transinformation  $H(X;Y)$  andererseits soll untersucht werden.

Eine Kanalkodierung wird nicht betrachtet, nur die Übertragung über den Kanal. Die Symbole sind gleichwahrscheinlich.

Es gelten folgende Parameter. Die mit \* gekennzeichneten Werte sind nur Startwerte und sollen später variiert werden. Um die Ergebnisse für verschiedene Parametersätze leichter ermitteln zu können, sollen die mathematischen Zusammenhänge in einem Kalkulationsprogramm wie Excel oder OpenOffice calc hinterlegt werden. Die mit \* gekennzeichneten Größen sind dabei als Variable einzusetzen.

### binäre Symbolfolge

Leitungskode  $L = \{A; B\}$   
 $P(A) = P(B) = 0,5$   
A – negativer Pegel -U  
B – positiver Pegel +U

### Werte am Kanalausgang

ISI-frei  
-U = -5V  
+U = +5V  
Schwelle  $S = 0V^*$   
SNR = 10 dB\*

Aufgabe 22.1: Zeichnen Sie ein Pegelschema.

Aufgabe 22.2: Ermitteln Sie aus den gegebenen Werten die Standardabweichung des Rauschprozesses. Gesucht ist die Formel!

Aufgabe 22.3: Normieren Sie alle angegebenen Pegel auf eine Standardabweichung  $\sigma=1$ . Gesucht sind die Formeln!

Aufgabe 22.4: Stellen Sie die Formeln für die gesuchten Werte bis hin zur BER auf. Erstellen Sie das Kalkulationsblatt. Die Eingangsparameter und die Ergebnisse werden tabellarisch dargestellt, je Parametersatz in einer Zeile.

Aufgabe 22.5: Ermitteln Sie die  $p(y|x)$  und die BER für obige Parameter sowie für eine Schwelle auf +2V. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Aufgabe 22.6: Ermitteln Sie die  $p(y|x)$  und die BER für SNR = 6 dB und SNR = 16 dB mit einer Schwelle auf 0V. Vergleichen Sie die beiden Ergebnisse.

Aufgabe 22.7: Ermitteln Sie die geeigneten Formeln für die Streuentropie  $H(Y|X)$  und Transinformation  $H(X;Y)$ . Ergänzen Sie die Tabelle um deren Berechnung.

Dieses Lehrmaterial ist ausnahmslos für Lehrzwecke an der Fachhochschule Jena - Fachbereich ET  
– vorgesehen!

# Übung Übertragungstechnik II

## Aufgabe 23

Es werden die Eigenschaften unterschiedlicher Leitungskodes untersucht. Folgende Leitungskodes sind gegeben:

### Kode 1: NRZ, bipolar

Alle Datenbits werden als jeweils konstante Pegel über die jeweilige Leitungsschrittdauer  $T_L$  gesendet.

Daten „0“ – Pegel = -3V

Daten „1“ – Pegel = 3 V

### Kode 2: NRZ, unipolar

Alle Datenbits werden als jeweils konstante Pegel über die jeweilige Leitungsschrittdauer  $T_L$  gesendet.

Daten „0“ – Pegel = 0 V

Daten „1“ – Pegel = 6 V

### Kode 3: 2B1Q

Je zwei Datenbits werden zu einem Leitungssymbol zusammengefaßt und mit jeweils konstantem Pegel über jeweils die doppelte Leitungsschrittdauer  $T_L$  gesendet.

Daten „00“ – Pegel = -3 V; Daten „01“ – Pegel = -1 V

Daten „10“ – Pegel = 1 V; Daten „11“ – Pegel = 3 V

### Kode 4: AMI Class I, bipolar

Die Leitungssymbole werden durch Kodierung aus den Datenbits gewonnen: Die Kodierungsvorschrift lautet:

Daten „1“ – erhalten alternierend die Pegel 3 V und -3 V; Pegel bleibt über die Schrittdauer der Datenbits konstant;

Daten „0“ – jede 0 erhält auf der Leitung zuerst -3 V und dann 3 V, jeder Pegel für die halbe Datenschrittdauer

### Kode 5: AMI Class II, bipolar

Die Leitungssymbole werden durch Kodierung aus den Datenbits gewonnen: Die Kodierungsvorschrift lautet:

Nach jedem Datenschnitt erfolgt auf der Leitung ein Pegelwechsel.

Daten „1“ – Pegel bleibt über die Schrittdauer der Datenbits konstant;

Daten „0“ – jede 0 erhält auf der Leitung einen zusätzlichen Pegelwechsel nach der halben Datenschrittdauer.

Die Pegel sind -3 V und 3 V.

Aufgabe 23.1: Ermitteln Sie die für folgende Datenfolge jeweils das Leitungssignal:  
1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 1

Anmerkung: bei den Codes 4 und 5 beginnt das Leitungssignal beim ersten Datenbit mit dem niedrigeren Pegel.

Aufgabe 23.2: Ermitteln Sie für jeden Kode die AKF  $\Psi_{xx}(\tau)$ . Die Datenfolge ist gedächtnislos und hat die Eigenschaft  $P(„0“) = P(„1“)$ .

Aufgabe 23.3: Welche Erkenntnis kann aus den AKF gewonnen werden?

Dieses Lehrmaterial ist ausnahmslos für Lehrzwecke an der Fachhochschule Jena - Fachbereich ET  
– vorgesehen!

# Übung Übertragungstechnik II

## Aufgabe 24

Die Amplitudenmodulation soll betrachtet werden. Ausgangspunkt sind die folgenden beiden zeitabhängigen Spannungen.

$$\begin{aligned} u_1(t) &= U_1 \cos(\omega_1 \cdot t) = u_T(t) = U_T \cos(\omega_T \cdot t) & \omega_1 > \omega_2 \\ u_2(t) &= U_2 \cos(\omega_2 \cdot t) = u_S(t) = U_S \cos(\omega_S \cdot t) & \text{meist: } \omega_1 \gg \omega_2 \end{aligned}$$

$u_1(t)$  ist die unmodulierte Trägerschwingung und  $u_2(t)$  ein Signal, das auf die Trägerschwingung aufmoduliert wird.  $u_{AM}(t)$  ist das Ergebnis der Modulation.

Bei der Modulation wirkt ein zeitveränderlicher Faktor auf  $u_1(t)$ . Dieser Faktor wird durch  $u_2(t)$  gesteuert. Der Faktor ergibt sich durch die Gleichung  $g(t) = 1 + u_2(t) / U_1$  (mit  $U_1 \geq U_2$ ).

### Variante 1:

In der „einfachsten“ Art hat die Amplitude der Trägerschwingung in Modulationspausen (Modulationssignal ist null) einen Mittelwert inne, nämlich  $U_1$  ( $g(t) = 1$ ). Bei Modulation kann die Amplitude des Modulationssignals  $u_2(t)$  die positive Amplitude  $U_1$  der Trägerschwingung  $u_1(t)$  zwischen einem minimalen und einem maximalen positiven Wert „einstellen“. Die Amplitude des Trägers bewegt sich dann um den oben genannten Mittelwert.

Für die negative Trägeramplitude gilt das spiegelbildlich.

### Variante 2:

In der zweiten Variante ist  $g(t) = u_2(t) / U_1$ . Die Amplitude der Trägerschwingung  $u_1(t) = u_T(t)$  kann durch die Signalspannung  $u_2(t) = u_S(t)$  zwischen einem minimalen und einem maximalen Wert „eingestellt“ werden. Der maximale Wert ist positiv und der minimale negativ. Diese beiden Werte sind im Betrag gleich.

Aufgabe 24.1: Skizzieren Sie zu beiden Varianten die Zeitverläufe und tragen Sie die relevanten Größen an. Es gilt  $f_1 \gg f_2$ .

Aufgabe 24.2: Der Modulationsgrad  $m$  ist das Verhältnis der tatsächlichen Modulationshöhe zur maximal möglichen Modulationshöhe. Stellen Sie einen Bezug zwischen maximal möglichem Modulationsgrad und Amplitude der unmodulierten Trägerschwingung und Amplitude des Modulationssignals her.

Aufgabe 24.3: Stellen Sie am Beispiel von  $m=1/3$  den Zeitverlauf für beide Varianten dar ( $f_1 \gg f_2$ ). Welche Relevanz hat  $m$  für die beiden Varianten?

Dieses Lehrmaterial ist ausnahmslos für Lehrzwecke an der Fachhochschule Jena - Fachbereich ET  
- vorgesehen!

Aufgabe 24.3: Ermitteln Sie mit einer maximalen Modulation zu beiden Varianten die Zeitverläufe und bestimmen Sie die Spektren ( $f_1 \gg f_2$ ). Ermitteln Sie die Periodendauer der Einhüllenden des Zeitverlaufs für beide Varianten und bringen Sie diese mit dem Spektrum in Zusammenhang.

## Übung Übertragungstechnik II

### Aufgabe 25

Die Frequenzmodulation soll betrachtet werden. Bei dieser Modulation steuert eine Signalspannung  $u_2(t) = u_S(t)$  die Frequenz einer Trägerschwingung  $u_1(t) = u_T(t)$ . In Abhängigkeit von der momentanen Signalspannung erhält also die modulierte Trägerspannung eine momentane Frequenz zwischen einem minimalen und einem maximalen Wert.

Die Steuerung der Frequenzänderung erfolgt durch einen zeitveränderlichen Faktor. Dieser Faktor wird durch  $u_2(t)$  gesteuert. Der Faktor ergibt sich durch die Gleichung  $k(t) = u_2(t)/U_2$ .

$u_{FM}(t)$  ist das Ergebnis der Modulation.

Bei der möglicherweise einfachsten Art erfolgt die Modulation durch ein Cosinussignal  $u_2(t) = u_S(t)$ .

$$\begin{aligned} u_1(t) &= U_1 \cos(\omega_1 \cdot t) = u_T(t) = U_T \cos(\omega_T \cdot t) & \omega_1 > \omega_2 \\ u_2(t) &= U_2 \cos(\omega_2 \cdot t) = u_S(t) = U_S \cos(\omega_S \cdot t) & \text{meist: } \omega_1 \gg \omega_2 \end{aligned}$$

- Aufgabe 25.1: Ermitteln Sie durch Überlegung die Formel für den zeitlichen Verlauf des modulierten Trägers.
- Aufgabe 25.2: In welchem Wert des modulierten Signals  $u_{FM}(t)$  „steckt“ die Frequenz des Modulationssignals  $u_2(t)$  und in welchem die Amplitude von  $u_2(t)$ ?
- Aufgabe 25.3:  $u_2(t)$  ist ein Rechtecksignal? Skizzieren Sie für anschauliche Werte die Verläufe von  $u_1(t)$ ,  $u_2(t)$  und  $u_{FM}(t)$ .

## Übung Übertragungstechnik II

### Aufgabe 26

Gegeben sind die Modulationskoeffizienten einer IQ-Modulation.

#### Variante 1:

$$I\text{-Kanal: } -1; -\sqrt{2}/2; 0; \sqrt{2}/2; 1$$

$$Q\text{-Kanal: } -1; -\sqrt{2}/2; 0; \sqrt{2}/2; 1$$

Die Koeffizienten werden in folgenden Kombinationen verwendet:

$$I\text{-Kanal} \quad \text{kombiniert mit} \quad Q\text{-Kanal}$$

$$-1; 1$$

$$0$$

$$-\sqrt{2}/2; \sqrt{2}/2$$

$$-\sqrt{2}/2; \sqrt{2}/2$$

$$0$$

$$-1; 1$$

#### Variante 2:

$$I\text{-Kanal: } -2; -1; 0; 1; -2$$

$$Q\text{-Kanal: } -2; -1; 0; 1; -2$$

Zuerst einmal sind alle Kombinationen von Koeffizienten zulässig. Einzig ein Symbol mit seinem Wert im Koordinatenursprung darf nicht vorkommen.

- Aufgabe 26.1: Ermitteln Sie zu beiden Varianten die Anzahl der möglichen Symbole.
- Aufgabe 26.2: Zeichnen Sie zu beiden Varianten die einzelnen Werte in die IQ-Ebene ein.
- Aufgabe 26.3: Handelt es sich bei diesen Modulationen um PSK-Modulation oder um QAM?
- Aufgabe 26.4: Ermitteln Sie zu beiden Varianten zu jedem Symbol die Amplitude des modulierten Signals.
- Aufgabe 26.5: Bei der Modulation nach Variante 2 werden 16 Symbole benötigt. Sofern die Modulation mehr Symbole ermöglicht, soll die überzählige Menge nicht genutzt werden. In diesem Falle wählen Sie diese nichtgenutzten Symbole so aus, daß das bei den verbleibenden Symbolen das Verhältnis zwischen größter und kleinster Amplitude möglichst klein wird.
- Aufgabe 26.6: Welchen Grund kann die letzte Bedingung aus der vorangegangenen Aufgabe haben?.
- Aufgabe 26.7: Ermitteln Sie zu beiden Varianten und zu der Variante aus 26.5 jeweils den Crest-Faktor.

Dieses Lehrmaterial ist ausnahmslos für Lehrzwecke an der Fachhochschule Jena - Fachbereich ET  
- vorgesehen!

## Übung Übertragungstechnik II

### Aufgabe 27

Eine QPSK-Modulation wird in der IQ-Ebene dargestellt.

Variante 1: zumindest ein Symbol liegt auf der I-Geraden.

Variante 2: alle Winkel werden gegenüber Variante 1 um  $45^\circ$  gedreht.

Aufgabe 27.1: Zeichnen Sie zu beiden Varianten die einzelnen Werte in die IQ-Ebene ein.

Aufgabe 27.2: Bestimmen Sie zu beiden Varianten die I- und Q-Koeffizienten.

Aufgabe 27.3: Erklären Sie den Unterschied von Variante 1 und von Variante 2 zur möglichst ähnlichen QAM. Welche QAM wäre möglichst ähnlich?

## Übung Übertragungstechnik II

### Aufgabe 28

Eine DVB-T-Übertragung wird ab der Anlieferung der binären Daten an die FEC senderseitig bis zur Ausgabe der binären Daten aus der FEC empfängerseitig betrachtet.

Zur Konfiguration der einzelnen Funktionsabschnitte stehen laut Norm mehrere Parameter zur Verfügung. Diese sind in der nachfolgenden Tabelle enthalten.

Parameter	Wert	Bemerkung
Anzahl Subträger	2048 <sup>1)</sup>	1705 für Daten nutzbar
	4096 <sup>1)</sup>	3409 für Daten nutzbar
	8192 <sup>1)</sup>	6817 für Daten nutzbar
Kodierung	QPSK	2 bit / Symbol auf Subträger
	16-QAM	4 bit / Symbol auf Subträger
	64-QAM	6 bit / Symbol auf Subträger
FEC-Koderate	1/2	$n_{\text{brutto}} = 2 * n_{\text{netto}}$ (50% netto)
	2/3	$n_{\text{brutto}} = 1,5 * n_{\text{netto}}$ (67% netto)
	3/4	$n_{\text{brutto}} = 1,33 * n_{\text{netto}}$ (75% netto)
	5/6	$n_{\text{brutto}} = 1,2 * n_{\text{netto}}$ (83% netto)
Guard-Intervall	1/4	Anteil netto 80%
	1/8	Anteil netto 89%
	1/16	Anteil netto 94%
	1/32	Anteil netto 97%

Aufgabe 28.1: Skizzieren sie ein Blockschaltbild, das das Zuordnen der Parameter erlaubt. Kennzeichnen Sie, an welcher Stelle welcher Parameter wirkt.

Aufgabe 28.2: Ermitteln Sie eine Formel, die für jeweils einen Satz der obenstehenden Parameter den Zusammenhang zwischen Bandbreite des belegten Kanals und Nettodatenrate der übertragbaren Bitfolge herstellt. Vereinfachend wird angenommen, daß als Bandbreite des gesamten Signals der Bereich vom Maximum des untersten Subträgers bis zum Maximum des obersten Subträgers gilt. Die Bandbreite beträgt 7,607 Mhz.

Aufgabe 28.3: Bestimmen Sie die Nettodatenrate für folgende zwei Parametersätze:  
 Variante 1: 2048 Subträger, QPSK, FEC-Rate=0,5, Guard-Intervall=0,25.  
 Variante 2: 8192 Subträger, 64\_QAM, FEC-Rate=5/6, Guard-Intervall=1/32.

Aufgabe 28.4: Welche Laufzeitunterschiede dürfen verschiedene Signale (Reflexion, Gleichwellensender) haben, wenn zum Ende des Guardintervalls alle Signale beim Empfänger abgeklungen sein sollen? Stellen Sie eine Formel für den Zusammenhang zwischen Dauer des Guard-Intervalls und Laufzeitunterschied auf.

Aufgabe 28.4: Ermitteln Sie die zulässigen Laufzeitunterschiede und gleichwertigen Wegestrecken für die Funkausbreitung für die beiden Parametersätze aus 28.4.